

TRƯƠNG THỊ HỒNG THANH (Chủ biên) - NGUYỄN VĂN CƯỜNG
NGUYỄN NGỌC DUYỆT - PHẠM LÊ THÀNH ĐẠT - PHẠM BÌNH NGUYỄN
HUỖNH THẾ PHONG - LÊ HỒ QUÝ - HÀ VĂN THẮNG - NGUYỄN TIÊN TIẾN

THIẾT KẾ BÀI DẠY THEO PHƯƠNG ÁN MỞ

MÔN

TOÁN

Lớp

12

TRƯỜNG THỊ HỒNG THANH (Chủ biên) – NGUYỄN VĂN CƯỜNG
NGUYỄN NGỌC DUYỆT – PHẠM LÊ THÀNH ĐẠT
PHẠM BÌNH NGUYỄN – HUỲNH THẾ PHONG – LÊ HỒ QUÝ
HÀ VĂN THẮNG – NGUYỄN TIÊN TIẾN

THIẾT KẾ BÀI DẠY
THEO PHƯƠNG ÁN MỞ
MÔN TOÁN LỚP 12

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

CÁC TỪ VIẾT TẮT

SGK :	Sách giáo khoa
GV :	Giáo viên
HS :	Học sinh
GDPT :	Giáo dục phổ thông
MTCT :	Máy tính cầm tay
HĐ :	Hoạt động

LỜI NÓI ĐẦU

Để đáp ứng yêu cầu triển khai chương trình, SGK Trung học phổ thông mới, tiếp nối các cuốn sách “*Thiết kế bài giảng theo phương án mở môn Toán lớp 10*” và “*Thiết kế bài giảng theo phương án mở môn Toán lớp 11*”, để hoàn thành bộ sách, chúng tôi xin trân trọng gửi tới các thầy cô giáo dạy học lớp 12 cuốn “*Thiết kế bài giảng theo phương án mở môn Toán lớp 12*” theo chuẩn kiến thức, kỹ năng được quy định trong chương trình.

Cuốn sách gồm 19 bài soạn, được biên soạn bám sát bộ sách SGK “*Kết nối tri thức với cuộc sống*” của NXBGD Việt Nam, và theo tinh thần của Công văn số 5512 của Bộ Giáo dục và Đào tạo về tổ chức thực hiện kế hoạch giáo dục trong trường học. Cuối mỗi bài soạn, các tác giả có đề xuất một số bài tập kiểm tra – đánh giá, với các câu hỏi được đưa dưới ba dạng thức của kì thi tốt nghiệp Trung học phổ thông: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn; Trắc nghiệm đúng/sai; Trắc nghiệm dạng trả lời ngắn. Với những bài tập này, hi vọng rằng sẽ hữu ích đối với các thầy cô giáo trong việc đánh giá nhanh sự nắm bắt kiến thức bài học của HS, cũng như giúp HS làm quen với các dạng thức câu hỏi.

Các bài soạn trong cuốn sách được thiết kế theo định hướng lấy HS là trung tâm và theo phương án mở, đáp ứng tinh thần đổi mới phương pháp dạy học nói chung và phương pháp dạy học môn Toán nói riêng. Trong mỗi bài soạn, các tác giả đã cân nhắc, lựa chọn các đối tượng và các ví dụ minh họa sao cho chúng vừa thể hiện bài học một cách chính xác, trực quan, vừa gần gũi với đời sống thực tế, tạo sự hứng thú cho HS, đồng thời giúp các em nhận ra sự gần gũi giữa Toán học và đời sống. Cũng cần nói thêm rằng, tuy các bài soạn được thiết kế theo tiến trình với các HĐ rất cụ thể của HS và thầy cô, có dự kiến thời gian cho từng HĐ, nhưng các kế hoạch giảng dạy này chỉ là những gợi ý, dựa trên đặc điểm số đông các lớp học. Trong thực tế giảng dạy, tùy vào đối tượng HS và cơ sở vật chất của nhà trường, các thầy cô có thể điều chỉnh linh hoạt để có được hiệu quả tốt nhất cho tiết học của mình.

Các tác giả cũng hi vọng rằng, cuốn sách sẽ là công cụ thiết thực, góp phần hỗ trợ các thầy cô giáo trong giảng dạy môn Toán 12. Mặc dù đã dành tâm huyết biên soạn một cách cẩn thận, nhưng chắc chắn cuốn sách sẽ khó tránh khỏi những thiếu sót. Chúng tôi mong nhận được những ý kiến góp ý của các thầy cô giáo và bạn đọc để cuốn sách hoàn thiện hơn trong các lần tái bản sau.

Mọi ý kiến góp ý xin gửi về địa chỉ:

Ban Biên tập Toán, Viện Nghiên cứu Sách và Học liệu Giáo dục: 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, thành phố Hà Nội.

Chúng tôi trân trọng cảm ơn!

CÁC TÁC GIẢ

PHẦN I. QUAN ĐIỂM VỀ PHƯƠNG ÁN MỞ

1. Phương án mở trong thiết kế bài dạy

Chúng ta đều biết, không có một phương án dạy học nào phù hợp với mọi đối tượng HS và mọi trường học. Để có một tiết dạy hiệu quả nói riêng và cả một quá trình dạy học hiệu quả nói chung, ngoài việc nghiên cứu kỹ nội dung bài học, người GV cần nghiên cứu kỹ đặc điểm về tâm lý và nhận thức của HS lớp mình đang dạy, cũng như dựa trên điều kiện cơ sở vật chất của trường học, sĩ số HS,... để đưa ra những phương án tốt nhất. Ngoài ra, ngay cả khi đã chuẩn bị một kế hoạch trước khi lên lớp, trong tiết dạy thực tế, người GV vẫn có thể linh hoạt thay đổi theo tình huống diễn ra và sự đáp ứng của HS.

Phương án mở trong thiết kế bài dạy là những gợi ý về cách thức tổ chức một tiết dạy học. Các kế hoạch bài dạy được các tác giả biên soạn dựa trên đặc điểm chung của số đông HS các vùng miền trên cả nước để GV có thể tham khảo. Trong mỗi bài dạy, các tình huống, các ví dụ, các phiếu học tập, các phương án tổ chức,... được đưa ra chỉ là những ví dụ minh họa tiêu biểu, để từ đó GV có thể thay đổi và áp dụng vào bài giảng của mình.

Thiết kế bài dạy theo phương án mở còn có ý nghĩa “mở” về mặt nội dung. Các tình huống và các ví dụ được đưa ra đều cố gắng gắn liền với các HĐ thực tiễn. Điều này giúp GV đưa được nhiều nội dung Toán học có ứng dụng trong thực tế cuộc sống vào trong bài học, tạo hứng thú học tập cho HS, giúp các em nhận ra sự gần gũi giữa Toán học và đời sống.

2. Phân tích sự thể hiện của phương án mở trong một số thiết kế minh họa

Dựa trên các thiết kế trong cuốn sách này, GV có thể đưa ra các phương án dạy khác nhau. Dưới đây là một vài ví dụ minh họa về các phương án khác nhau trong mỗi HĐ dạy học.

a) Hoạt động mở đầu

BÀI: VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

HĐ mở đầu với mục tiêu giúp HS nhớ lại khái niệm về vectơ trong mặt phẳng và tạo sự hứng thú, gợi dậy ý thức tìm tòi với nội dung bài học về vectơ trong không gian.

Phương án 1: Theo gợi ý của sách, yêu cầu HS nhắc lại định nghĩa vector, độ dài của một vector trong mặt phẳng, sau đó cho HS quan sát một số hình ảnh trong thực tế gợi lên hình ảnh về vector trong không gian, đặt câu hỏi để HS suy nghĩ xem nếu chỉ dùng vector trong mặt phẳng có mô tả được những hình ảnh mà HS đang quan sát hay không? Có thể sử dụng vector trong không gian để biểu thị chúng không?



Phương án 2. Cũng theo gợi ý trong sách, GV yêu cầu HS đọc, suy nghĩ về tình huống mở đầu trong SGK và tự tìm những hình ảnh về vector trong không gian có trong bài học trong SGK. Sau đó GV chiếu các hình ảnh về vector trong không gian. GV có thể thay đổi những hình ảnh khác, sinh động và phù hợp với lịch sử và địa lí của địa phương.

Mở đầu: Ở lớp 10, ta đã biết về vector trong mặt phẳng và biết sử dụng vector để biểu thị các đại lượng có hướng và độ lớn trong mặt phẳng, ví dụ như vận tốc hay lực. Đối với các đại lượng có hướng trong không gian, ta có thể sử dụng vector để biểu diễn chúng hay không? Các phép toán vector trong trường hợp này giống và khác như thế nào với các phép toán vector trong mặt phẳng?

Như vậy, cả hai phương án đều dùng hình ảnh để tạo sự chú ý và hứng thú cho HS. Trong *Phương án 1*, HS làm việc theo sự điều khiển và đặt câu hỏi của GV. Ở *Phương án 2*, HS chủ động tìm hiểu trước khi GV đưa ra hình ảnh.

b) Hoạt động hình thành kiến thức mới

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN VÀ CÔNG THỨC BAYES

Hoạt động hình thành công thức xác suất toàn phần

Sách giới thiệu ba bài toán mở đầu nhằm khơi dậy trí tò mò của HS và hình thành công thức xác suất toàn phần.

Bài toán 1 (Bán vé). Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,9; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé chỉ là 0,4. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,75. Nhà tổ chức sự kiện quan tâm đến xác suất để bán được hết vé là bao nhiêu?

Bài toán 2 (Kiểm tra linh kiện đạt tiêu chuẩn). Dây chuyền lắp ráp ô tô điện gồm các linh kiện là

sản phẩm do hai nhà máy sản xuất ra. Số linh kiện nhà máy I sản xuất ra chiếm 55% tổng số linh kiện, số linh kiện nhà máy II sản xuất ra chiếm 45% tổng số linh kiện; tỉ lệ linh kiện đạt tiêu chuẩn của nhà máy I là 90%, của nhà máy II là 87%. Lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ dây chuyền lắp ráp đó để kiểm tra. Xác suất để linh kiện được lấy ra đạt tiêu chuẩn là bao nhiêu?

Bài toán 3. Một hộp có 24 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được đánh một trong các số 1, 2, ..., 24; hai thẻ khác nhau thì đánh hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ trong hộp. Xét biến cố A : “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3” và biến cố B : “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 4”.

- 1) Viết các tập con của không gian mẫu tương ứng với các biến cố $A, B, AB, \overline{AB}$.
- 2) Tính $P(A), P(AB)$ và $P(\overline{AB})$.
- 3) Chứng tỏ rằng $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B})$.

Câu trả lời:

- Đối với **Bài toán 1, Bài toán 2**, HS được nêu vấn đề và gặp vướng mắc trong việc tìm ra xác suất.
- Đối với **Bài toán 3**:

- 1) Không gian mẫu là: $\Omega = \{1, 2, \dots, 24\}$.

$$A = \{3, 6, 9, \dots, 24\}; B = \{4, 8, 12, \dots, 24\}; AB = \{12, 24\} \text{ và } \overline{AB} = \{3, 6, 9, 15, 18, 21\}.$$

- 2) Ta có $n(A) = 8; n(B) = 6; n(AB) = 2; n(\overline{AB}) = 6$. Suy ra $P(A) = \frac{8}{24}; P(AB) = \frac{2}{24}$ và $P(\overline{AB}) = \frac{6}{24}$.

- 3) Do đó $P(A) = \frac{8}{24} = \frac{2}{24} + \frac{6}{24} = P(AB) + P(\overline{AB})$ hay $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B})$.

GV có thể linh hoạt thay đổi nội dung các bài toán để phù hợp với HS lớp mình và lựa chọn một trong hai phương án sau:

Phương án 1. Theo gợi ý trong sách, GV trình chiếu lần lượt từng bài toán và dành thời gian cho HS suy nghĩ, trao đổi, thảo luận, đạt kết quả, sau đó chuyển sang bài toán tiếp theo để đi đến kết quả là công thức xác suất toàn phần. Tùy tốc độ của HS, GV có thể đưa ra gợi ý phù hợp.

Phương án 2. GV có thể đưa ra cả ba bài toán để các nhóm HS trao đổi thảo luận. Tốc độ của mỗi nhóm có thể khác nhau. GV quan sát và hỗ trợ từng nhóm. Sau khi có kết quả của cả ba bài toán, mỗi nhóm HS thuyết trình về hành trình và kết quả nhóm của mình.

Như vậy, trong cả hai phương án, sau khi thực hiện thành công nhiệm vụ, kết quả mong muốn đạt được là HS có động cơ và tự chứng minh được công thức xác suất toàn phần trong bài toán cụ thể. Trong **Phương án 1**, HS thực hiện nhiệm vụ theo sự dẫn dắt của GV, GV có thể gợi ý, tạo thêm

sự hào hứng cho HS trong cả quá trình diễn ra HĐ. Trong *Phương án 2*, HS tự thảo luận và tự thực hiện đến nhiệm vụ cuối cùng, giúp HS phát huy tính chủ động, khả năng làm việc nhóm của HS.

c) Hoạt động thực hành

BÀI: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

Hoạt động thực hành sử dụng đạo hàm giải quyết bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng

Sách đưa ra một số bài toán với nội dung khác với những bài toán trong SGK:

➤ **H3:** Một chất điểm chuyển động với quãng đường $s(t)$ cho bởi công thức $s(t) = 6t^2 - t^3$, t (giây) là thời gian. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2s$.

➤ **H4:** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân là bao nhiêu để huyết áp được giảm nhanh nhất?

➤ **H5:** Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t) = \frac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ sử dụng độc tố. Sau bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm?

➤ **H6:** Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi phí bao gồm: 4 triệu đồng chi phí cố định; 0,2 triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0,001x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa $100 m^3$ sản phẩm. Gọi $C(x)$ là tổng chi phí để xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm trong một ngày và $\bar{C}$ là chi phí trung bình trên mỗi mét khối sản phẩm. Nên sản xuất bao nhiêu x (m^3) sản phẩm trong một ngày để chi phí trung bình sản xuất là thấp nhất.

Câu trả lời:

➤ **H3:** Ta có $v(t) = s'(t) = 12t - 3t^2$.

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2s$ là $v(2) = s'(2) = 12 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 = 12$ (m/s).

➤ **H4:** Bài toán trở thành tìm $x \in [0; 30]$ để hàm số $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $G(x) = 0,025x^2(30 - x) \Rightarrow G'(x) = 0,025(60x - 3x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 25 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	0	20	30
$G'(x)$	+	0	-
$G(x)$	0	100	0

Từ bảng biến thiên ta thấy $\max_{[0;30]} G(x) = G(20) = 100$.

Vậy liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhanh nhất là 20 mg.

► **H5:** Xét $P'(t) = \frac{-t^2 - 2t + 3}{(t^2 + t + 4)^2} = \frac{(t-1)(-t-3)}{(t^2 + t + 4)^2}$. Ta có: $P'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 1 \end{cases}$.

Ta thấy hàm số đạt cực đại tại $t = 1$ và $P'(t) < 0, \forall t \in (1; +\infty)$ nên sau 1 giờ thì vi khuẩn bắt đầu giảm.

► **H6:** Tổng chi phí (triệu đồng) để xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm trong một ngày là:

$$C = C(x) = 4 + 0,2x + 0,001x^2 \text{ với } 0 \leq x \leq 100.$$

Chi phí trung bình (triệu đồng) trên mỗi mét khối sản phẩm là

$$\bar{C} = \bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{4 + 0,2x + 0,001x^2}{x} = 0,001x + \frac{4}{x} + 0,2 \text{ với } 0 \leq x \leq 100.$$

Ta có: $\bar{C}'(x) = 0,001 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 0,001 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4000 \Leftrightarrow x = 20\sqrt{10} \in (0; 100]$.

$$\bar{C}(20\sqrt{10}) = \frac{\sqrt{10}}{25} + \frac{1}{5} \approx 0,326.$$

Bảng biến thiên:

x	0	$20\sqrt{10}$	100
$\bar{C}'(x)$	-	0	+
$\bar{C}(x)$	$+\infty$	$\frac{\sqrt{10}}{25} + \frac{1}{5}$	0,34

Từ bảng biến thiên, ta thấy chi phí trung bình thấp nhất là $\bar{C}(20\sqrt{10}) \approx 0,326$ (triệu đồng/ m^3 sản phẩm), đạt được khi $x = 20\sqrt{10} \approx 63$ (m^3).

Tuỳ điều kiện thực tế và khả năng của HS, GV có thể lựa chọn bài toán trong SGK hoặc những bài toán mà cuốn sách gợi ý ở trên hoặc tổ chức cho HS thực hành tìm hiểu thực tế và tự đặt ra bài toán, theo các phương án thực hành dưới đây.

Thực hành 1. GV lựa chọn một số bài toán hoặc tất cả các bài toán mà sách đã gợi ý để HS thực hiện theo nhóm sau đó báo cáo, thuyết trình kết quả của nhóm mình.

Thực hành 2. GV có thể chọn từng bài, cho cả lớp cùng thảo luận, cùng giải quyết từng bài từ dễ đến khó. Sau mỗi bài, GV phân tích, tổng hợp, rút kinh nghiệm.

Thực hành 3. GV có thể tổ chức (hoặc HS tự tổ chức) thực hành tìm hiểu thực tế và tự đưa ra bài toán, tương tự như những ví dụ trong SGK hoặc bài toán được gợi ý ở trên.

Như vậy, trong cả ba phương án thực hành, HS đều tự thực hiện ứng dụng đạo hàm vào các bài toán thực tế, với nhiều nội dung khác nhau. Trong *Thực hành 1*, sẽ có nhiều bài toán với nội dung khác nhau được đưa ra, HS rèn luyện thêm kỹ năng làm việc nhóm và kỹ năng thuyết trình. Phương án *Thực hành 2*, cả lớp cùng làm theo sự dẫn dắt của GV sẽ tạo nên không khí hào hứng, sôi nổi trong lớp, GV có thể nâng dần độ phức tạp của bài toán, phù hợp sự đáp ứng của HS. Nếu có nhiều thời gian và tạo sự hào hứng hơn nữa cho HS, GV có thể chọn phương án *Thực hành 3*, để HS tự thâm nhập thực tế, tự nảy sinh bài toán cần ứng dụng đạo hàm.

d) Hoạt động vận dụng

BÀI: PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN

Hoạt động vận dụng phương sai và độ lệch chuẩn để đo độ rủi ro

Mục tiêu HĐ vận dụng này là HS tính toán độ lệch chuẩn để so sánh độ rủi ro của hai phương án đầu tư với số vốn đầu tư tương đối đều nhau. Cuốn sách đã gợi ý một phương án mở là từ buổi trước, GV giao nhiệm vụ cho HS mỗi nhóm tự tìm hiểu để thu thập dữ liệu về đầu tư tài chính với số tiền đầu tư tương đối đều nhau. Với số liệu HS thu thập được, HS tiến hành tính độ lệch chuẩn và so sánh độ rủi ro giữa các phương án đầu tư. Với gợi ý như vậy, tùy tình hình thực tế và khả năng của HS, GV có thể lựa chọn một trong hai phương án sau:

Phương án 1. GV thực hiện như gợi ý trong sách, đồng thời GV cũng chuẩn bị sẵn số liệu của mình để đưa ra cho HS thực hiện nếu cần.

Phương án 2. Trong trường hợp HS không có điều kiện thu thập số liệu, GV có thể cung cấp số liệu về các phương án đầu tư để HS tính toán và so sánh.

Với cả hai phương án, đều hướng tới mục tiêu HS vận dụng được các công thức đã học một cách hiệu quả vào bài toán thực tế. Mỗi phương án sẽ khác nhau về cách lấy số liệu của bài toán, mức độ tham gia của GV và HS vào các HĐ học tập.

PHẦN II. NỘI DUNG

CHƯƠNG I. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 12 bộ “Kết nối tri thức với cuộc sống”)

BÀI 1. TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

(Thời gian thực hiện: 6 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng dựa vào dấu đạo hàm cấp một của nó.
- Nhận biết được tính đơn điệu của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số.
- Hiểu được khái niệm cực đại, cực tiểu. Phân biệt được điểm cực trị của hàm số và của đồ thị hàm số.
- Nắm vững quy tắc tìm cực trị của hàm số, bước đầu vận dụng vào giải các bài toán tìm cực trị đơn giản.
- Hiểu được đồ thị và bảng biến thiên, từ đó chỉ ra được các điểm cực trị, giá trị cực trị.
- Hiểu và tìm được khoảng đồng biến, nghịch biến của một hàm số dựa vào dấu đạo hàm cấp một của nó.
- Thể hiện được tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trong bảng biến thiên.
- Tìm được khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số.
- Vận dụng được quy tắc tìm cực trị của hàm số vào giải các bài toán tìm cực trị đơn giản.

2. Năng lực

Rèn luyện và phát triển năng lực toán học, đặc biệt là năng lực giao tiếp, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến tính đơn điệu và cực trị của hàm số.

3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách lôgic và hệ thống.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực, sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới.
- Hình thành tư duy lôgic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. GV: Máy tính, máy chiếu, các hình ảnh minh họa, phiếu học tập.

2. HS: Kiến thức về tính đạo hàm và cách lập bảng xét dấu của một số hàm số quen thuộc.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

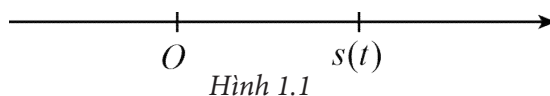
TIẾT 1, 2. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện bài toán cần vận dụng xét tính đơn điệu trong cuộc sống hằng ngày.

b) **Nội dung:** Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải (H.1.1). Giả sử vị trí $s(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức: $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t, t \geq 0$.

Hỏi trong khoảng thời gian nào thì chất điểm chuyển động sang phải, trong khoảng thời gian nào thì chất điểm chuyển động sang trái?



Hình 1.1

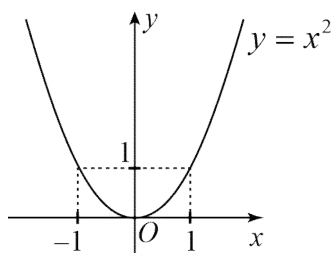
c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS.

d) **Tổ chức thực hiện:** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

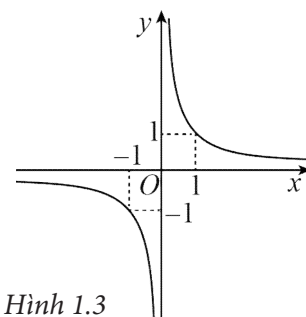
Hoạt động 2: Khái niệm tính đơn điệu của hàm số (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện bài toán xét tính đơn điệu của hàm số.

b) **Nội dung:** GV đưa ra tình huống dưới dạng tổ chức trò chơi. Mỗi nhóm viết lên giấy A4 các khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số tương ứng từ đồ thị sau:



Hình 1.2



Hình 1.3

c) **Sản phẩm:**

- Hình 1.2: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- Hình 1.3: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận nhóm để đưa ra được câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS nộp kết quả trên bảng.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- Đội nào có kết quả đúng, nộp bài nhanh nhất, đội đó sẽ thắng.
- Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận và dẫn dắt HS hình thành khái niệm đồng biến, nghịch biến thông qua đồ thị hàm số.

Kí hiệu K là khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng. Giả sử hàm số $y = f(x)$ xác định trên K .

- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $K \Leftrightarrow x_1, x_2 \in K: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $K \Leftrightarrow x_1, x_2 \in K: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Chú ý: Nếu hàm số đồng biến trên K thì đồ thị của nó *đi lên* từ trái sang phải, nếu hàm số nghịch biến trên K thì đồ thị của nó *đi xuống* từ trái sang phải.

Hoạt động 3: Nhận biết mối quan hệ giữa tính đơn điệu và dấu của đạo hàm (10 phút)

a) Mục tiêu: Nắm được mối liên hệ giữa dấu của đạo hàm và tính đơn điệu của hàm số.

b) Nội dung: Xét hàm số $y = x^2$. Tính đạo hàm và xét dấu của đạo hàm, từ đó tìm mối liên hệ giữa dấu của đạo hàm và tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.

c) Sản phẩm: Ta có: $y' = 2x$, suy ra: $y' > 0$ với mọi $x > 0$; $y' < 0$ với mọi $x < 0$.

Từ **HD2**, ta có: hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Vậy $y' > 0$ thì hàm số đồng biến, $y' < 0$ thì hàm số nghịch biến.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận nhóm để đưa ra được câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS đại diện cho nhóm trình bày, nhóm khác theo dõi và nêu nhận xét.

Bước 4. Kết luận, nhận định

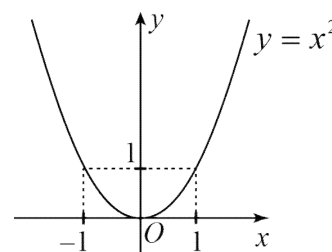
- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả.
- Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận và dẫn dắt HS tìm được mối liên hệ giữa tính đơn điệu và dấu của đạo hàm.

Định lý: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K :

- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng K .

Chú ý:

- Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì $f(x)$ không đổi trên khoảng K .
- Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K . Nếu $f'(x) \geq 0$ (hoặc $f'(x) \leq 0$), $\forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến (nghịch biến) trên K .



Hình 1.4

Hoạt động 4: Sử dụng bảng biến thiên xét tính đơn điệu của hàm số (10 phút)

a) **Mục tiêu:** HS lập được bảng biến thiên của hàm số, từ đó kết luận được tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.

b) **Nội dung:** Xét hàm số $y = x^2$. Tính đạo hàm và lập bảng xét dấu của đạo hàm, từ đó thể hiện tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trên bảng xét dấu của đạo hàm.

c) **Sản phẩm:** Ta có: $y' = 2x$. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

Trình chiếu và nêu yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV quan sát, hỗ trợ HS.

Bước 4. Kết luận, nhận định

Các bước để xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$:

- 1) Tìm tập xác định của hàm số.
- 2) Tính đạo hàm $f'(x)$ và tìm các điểm $x_i (i = 1, 2, \dots)$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.
- 3) Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên của hàm số.
- 4) Nêu kết luận về khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Hoạt động 5: Luyện tập (40 phút)

a) **Mục tiêu:** Củng cố, rèn luyện cách xét tính đơn điệu của hàm số.

b) **Nội dung:** Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau:

➤ **H1:** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. ➤ **H2:** $y = \frac{-x^2 + x - 7}{x - 2}$. ➤ **H3:** $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 8}$.

c) **Sản phẩm:**

➤ **H1:** • $D = \mathbb{R}$;

• $y' = 3x^2 - 6x$. Cho $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$.

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- Kết luận: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.
Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

➤ H2: • $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$;

• $y' = \frac{-x^2 + 4x + 5}{(x-2)^2}$. Cho $y' = 0 \Rightarrow -x^2 + 4x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 3 \\ x = 5 \Rightarrow y = -9 \end{cases}$.

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		3		-9	$+\infty$

- Kết luận: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 2)$ và $(2; 5)$.
Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(5; +\infty)$.

➤ H3: • $D = [-2; 4]$;

• $y' = \frac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x+8}}$. Cho $y' = 0 \Rightarrow -x+1 = 0 \Rightarrow x = 1$.

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	1	4	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y			3		

- Kết luận: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (có thể nhóm 4-6 HS) hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm HS, gọi đại diện các nhóm trình bày, các nhóm khác nhận xét và bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

Hoạt động 6: Vận dụng (7 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài vào giải quyết tình huống thực tế đặt

ra ở đầu bài học, từ đó phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

b) Nội dung: Bài toán ở tình huống **Mở đầu**.

c) Sản phẩm: Ta có: $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 18t + 15$; $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ hoặc $t = 5$.

$$v(t) > 0 \text{ khi } t \in (0;1) \cup (5;+\infty), v(t) < 0 \text{ khi } t \in (1;5).$$

Vậy chất điểm chuyển động sang phải trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 1 giây hoặc trong khoảng thời gian lớn hơn 5 giây, chất điểm chuyển động sang trái trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 5 giây.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, giao nhiệm vụ về nhà.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)**

- Ôn tập lại kiến thức về: Tính đơn điệu của hàm số, mối liên hệ giữa dấu của đạo hàm và tính đơn điệu của hàm số, lập được bảng biến thiên của hàm số, từ đó kết luận được tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.
- Làm **Bài tập 1.1** đến **1.5** (trang 13, SGK) hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tìm hiểu kiến thức về cực trị của hàm số.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng:

- A. $(0; +\infty)$ B. $(-\infty; 0)$
C. $(0; 1)$ D. $(-\infty; 5)$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$			5		$-\infty$



Câu 2. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ là:

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(1; +\infty)$ C. $(-1; 1)$ D. $(0; 1)$

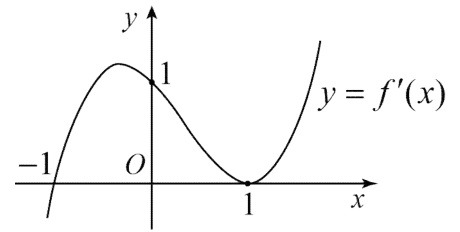
Câu 3. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ là:

- A. $(0; 1)$ B. $(1; 2)$ C. $(-\infty; 1)$ D. $(1; +\infty)$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.

Xét tính **đúng sai** của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty; 1)$.
b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-1; 1)$.
c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1; +\infty)$.
d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-1; +\infty)$.



Hình 1.5

Câu 5. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho hàm số

$$y = \frac{x-1}{x-m} \text{ đồng biến trên khoảng } (-\infty; 0).$$

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. C

Câu 2. C

Câu 3. B

Câu 4. a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Câu 5. $0 \leq m < 1$.

TIẾT 3, 4. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) Mục tiêu: Cho HS nhận thấy sự cần thiết phải nghiên cứu cực trị của hàm số.

b) Nội dung: Hình bên là cổng chào của Đại học Bách khoa Hà Nội. Em có nhận xét gì về hình dạng, điểm cao nhất của cổng chào?

c) Sản phẩm: Hình dạng cổng chào có dạng parabol và điểm cao nhất là đỉnh của parabol.

d) Tổ chức thực hiện: HS làm việc cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV.



Hình 1.6

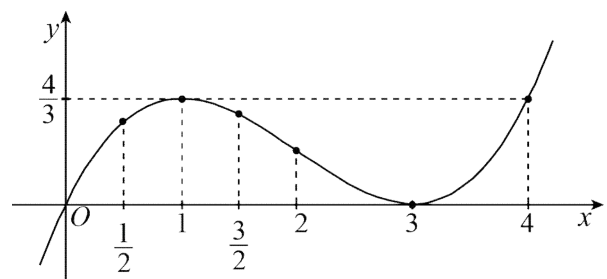
Hoạt động 2: Khái niệm cực trị của hàm số (15 phút)

a) Mục tiêu: Gọi động cơ, tạo tình huống xuất hiện khái niệm cực trị của hàm số.

b) Nội dung: HS quan sát đồ thị hàm số $y = \frac{x}{3}(x-3)^2$ (H.1.7) và trả lời các câu hỏi sau:

➤ **H1:** Xét trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$, điểm ở vị trí cao nhất có toạ độ bằng bao nhiêu?

➤ **H2:** Xét trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; 4\right)$, điểm ở vị trí thấp nhất có toạ độ bằng bao nhiêu?



Hình 1.7

c) Sản phẩm:

➤ **H1:** Điểm $\left(1; \frac{4}{3}\right)$.

➤ **H2:** Điểm $(3; 0)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia lớp thành các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận nhóm để đưa ra được câu trả lời chính xác.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS nộp kết quả trên bảng.

Bước 4. Kết luận, nhận định

Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV rút ra kết luận, dẫn dắt HS hình thành khái niệm cực trị của một hàm số:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a; b)$ (có thể a là $-\infty$, b là $+\infty$) và điểm $x_0 \in (a; b)$.

a) Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực đại** tại x_0 .

b) Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực tiểu** tại x_0 .

Chú ý:

1) Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại (cực tiểu) tại x_0 thì x_0 được gọi là **điểm cực đại** (**điểm cực tiểu**) của hàm số; $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** (**giá trị cực tiểu**) của hàm số; điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực đại** (**điểm cực tiểu**) của đồ thị hàm số.

2) Các điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị**. Giá trị cực đại (giá trị cực tiểu) còn gọi là **cực đại** (**cực tiểu**) và được gọi chung là **cực trị** của hàm số.

3) Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $I(a; b)$ và đạt cực đại hoặc cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

Hoạt động 3: Cách tìm cực trị của hàm số (10 phút)

a) **Mục tiêu:** HS biết cách tìm cực trị của hàm số.

b) **Nội dung:** Xét hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

a) Tính đạo hàm $f'(x)$ và tìm các điểm mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ bằng 0.

b) Lập bảng biến thiên của hàm số.

c) Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị của hàm số.

c) **Sản phẩm:** Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = -3x^2 + 6x$. Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$			5		$-\infty$

Diagram showing the variation of the function $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. The table above shows the sign of the first derivative y' and the corresponding values of y at the critical points $x=0$ and $x=2$. Arrows indicate the trend of the function: from $+\infty$ at $x=-\infty$ down to a local minimum at $x=0$ (value 1), then up to a local maximum at $x=2$ (value 5), and finally down to $-\infty$ at $x=+\infty$.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 2$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia lớp thành các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận nhóm để đưa ra được câu trả lời chính xác.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS đại diện cho nhóm trình bày, nhóm khác theo dõi và nêu nhận xét.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả.
- Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận và dẫn dắt HS phát biểu khung kiến thức và các bước tìm cực trị của hàm số.
- Khung kiến thức được viết lại trong hai bảng biến thiên sau:

x	a	x_0	b
$f'(x)$		-	+
$f(x)$			

$f(x_0)$ (Cực tiểu)

x	a	x_0	b
$f'(x)$		+	-
$f(x)$			

$f(x_0)$ (Cực đại)

Chú ý: Để tìm cực trị của hàm số ta thực hiện lần lượt các bước sau đây:

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2. Tìm $f'(x)$. Tìm các điểm tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc $f'(x)$ không xác định.

Bước 3. Lập bảng biến thiên của hàm số.

Bước 4. Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị.

Hoạt động 4: Luyện tập (40 phút)

a) Mục tiêu: củng cố, rèn luyện cách tìm cực trị của hàm số.

b) Nội dung: Tìm cực trị của các hàm số sau:

➤ H3: $y = x^3 - 3x^2 + 2$. ➤ H4: $y = \frac{-x^2 + x - 7}{x - 2}$. ➤ H5: $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 8}$.

c) Sản phẩm:

➤ H3: • $D = \mathbb{R}$; • $y' = 3x^2 - 6x$. Cho $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$.

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'		0	-	0	+
y					

2 -2

- Kết luận: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{\text{CD}} = 2$.
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và $y_{\text{CT}} = -2$.

➤ H4: • $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$;

• $y' = \frac{-x^2 + 4x + 5}{(x-2)^2}$. Cho $y' = 0 \Rightarrow -x^2 + 4x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 3 \\ x = 5 \Rightarrow y = -9 \end{cases}$.

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	3	$+\infty$	-9	$-\infty$	$-\infty$

- Kết luận: Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$ và $y_{\text{CD}} = -9$.
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $y_{\text{CT}} = 3$.

➤ H5: • $D = [-2; 4]$;

• $y' = \frac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x+8}}$. Cho $y' = 0 \Rightarrow -x+1 = 0 \Rightarrow x = 1$.

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	1	4	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y		3			

- Kết luận: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và $y_{\text{CD}} = 3$. Hàm số không có cực tiểu.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia lớp học thành các nhóm HS, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (có thể nhóm 4-6 HS) hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm, gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, nhấn mạnh: Khi nào một hàm số cho trước không có cực trị? Phân biệt điểm cực trị của hàm số và của đồ thị hàm số;....

Hoạt động 5: Vận dụng (7 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài vào giải quyết tình huống thực tế, từ đó phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

b) Nội dung: Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao 2 m với vận tốc ban đầu là 24,5 m/s.

Trong Vật lí, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức: $s(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$. Hỏi tại thời điểm nào thì vật đạt độ cao lớn nhất?

c) Sản phẩm: Ta có: $h'(t) = 24,5 - 9,8t$ nên $h'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2,5$ (giây).

Ta có: $h'(t) > 0$ khi $0 \leq t < 2,5$ và $h'(t) < 0$ khi $t > 2,5$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = 2,5$; và $\max h = h(2,5) = 32,625$ (m).

(cũng có thể nhận xét $h(t)$ là hàm số bậc hai theo t và có hệ số của t^2 là $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = -\frac{b}{2a} = 2,5$).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, giao nhiệm vụ về nhà.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)

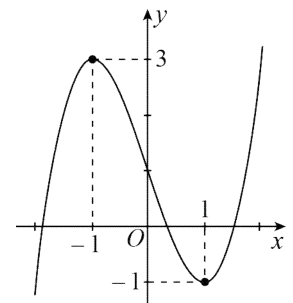
- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học.
- Nhắc HS ôn tập các nội dung đã học: Cách tìm cực trị của hàm số.
- Giao cho HS làm bài tập trong trang 14, SGK:
 - + Tìm điểm cực trị của hàm số bằng quy tắc xét cực trị: **Bài tập 1.7, 1.8.**
 - + Vận dụng quy tắc tìm cực trị của hàm số để giải quyết các bài toán thực tiễn: **Bài tập 1.9.**
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong Hình 1.8.

Hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3 B. 0
C. 1 D. 2



Hình 1.8

Câu 2. Toạ độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$ là:

- A. (1; 0) B. (0; 1) C. (-2; -7) D. (1; 3)

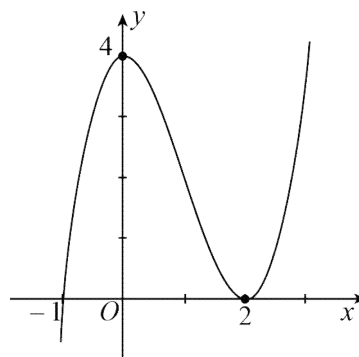
Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau. Hoàn thiện điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

- A. $x = -1$ B. $x = 0$ C. $x = 1$ D. $x = 2$

Xét tính **đúng sai** của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; 2)$.
b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
c) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.
d) Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại $y = 4$.



Hình 1.9

Câu 5. Biết rằng hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có hai điểm cực trị là $A(0; 2)$ và $B(2; -14)$. Tính $f(1)$.

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. D Câu 2. B Câu 3. C Câu 4. a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Câu 5. $f(1) = -5$.

TIẾT 5, 6. BÀI TẬP TÍNH ĐƠN ĐIỀU VÀ CỰC TRI CỦA HÀM SỐ

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

- a) **Mục tiêu:** Hệ thống lại kiến thức về tính đơn điệu và cực trị của hàm số.
- b) **Nội dung:** Vẽ sơ đồ tư duy, nêu quy tắc xét tính đơn điệu và tìm cực trị của hàm số.
- c) **Sản phẩm:** Sơ đồ tư duy của HS.
- d) **Tổ chức thực hiện:**
- HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.
 - Từ sản phẩm của HS, GV chọn sản phẩm tốt nhất để trình chiếu và rút ra kết luận.

Hoạt động 2: Luyện tập (60 phút)

- a) **Mục tiêu:** Củng cố, rèn luyện cách xét tính đơn điệu và tìm cực trị của hàm số.
b) **Nội dung:** Các bài tập từ **Bài tập 1.1** đến **Bài tập 1.9**, trang 13, 14, SGK.
c) **Sản phẩm:**

- **Bài tập 1.1** (trang 13):

- a) Từ đồ thị hàm số suy ra: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.
Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- b) Từ đồ thị hàm số suy ra: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.
Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(0; 2)$.

• **Bài tập 1.2** trang 13.

- a) Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3$.

Nhận xét: $y' > 0$ với mọi $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$; $y' < 0$ với mọi $x \in (1; 3)$.

Do đó, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

b) Ta có: $y' = -3x^2 + 4x - 5$. Nhận xét: $y' < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

• **Bài tập 1.3** (trang 13):

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{2(x+2) - (2x-1)}{(x+2)^2} = \frac{5}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(2x+1)(x-3) - (x^2+x+4)}{(x-3)^2} = \frac{x^2-6x-7}{(x-3)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 7.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	-1	3	7	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	$+\infty$	15	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(7; +\infty)$;
Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 3)$ và $(3; 7)$.

• **Bài tập 1.4** (trang 13):

a) Tập xác định của hàm số là $[-2; 2]$. Ta có: $y' = \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

Từ bảng biến thiên, ta có:

+ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

+ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(x^2+1) - x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 1.$$

x	-2	0	2
y'		+	-
y	0	2	0

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		0

Từ bảng biến thiên, ta có:

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

• **Bài tập 1.5** (trang 13):

a) Dân số của thị trấn vào các năm 2000 và 2015 lần lượt là:

$$N(0) = 2 \text{ (nghìn người)} \text{ và } N(15) = 19,25 \text{ (nghìn người)}.$$

b) Ta có $N'(t) = \frac{115}{(t+5)^2} > 0, t \geq 0$ và $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25t+10}{t+5} = 25$. Do đó, số dân của thị trấn đó

luôn tăng nhưng sẽ không vượt quá 25 nghìn người.

• **Bài tập 1.6** (trang 14):

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(2;4)$ và $(6;+\infty)$, vì khi đó $f'(x) > 0$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x=2$ và $x=6$ vì tại đó $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương.

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=4$ vì tại đó $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm.

• **Bài tập 1.7** (trang 14):

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. Ta có: $y' = 6x^2 - 18x + 12; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 2$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
			0		-1		$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và $y_{\text{CD}} = y(1) = 0$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và $y_{\text{CT}} = y(2) = -1$.

b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. Ta có: $y' = 4x^3 - 8x; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm\sqrt{2}$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
			-2		2		-2		$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{\text{CD}} = y(0) = 2$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{2}$ và $y_{\text{CT}} = y(\pm\sqrt{2}) = -2$.

c) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{(2x-2)(x-1) - (x^2 - 2x + 3)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{2}$ hoặc $x = 1 + \sqrt{2}$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$	1	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y					

Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 - \sqrt{2}$ và $y_{\text{CD}} = y(1 - \sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1 + \sqrt{2}$ và $y_{\text{CT}} = y(1 + \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$.

d) Tập xác định của hàm số là $[0; 2]$. Ta có: $y' = \frac{4-4x}{2\sqrt{4x-2x^2}} = \frac{2-2x}{\sqrt{4x-2x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	0	1	2	
y'		+	0	-
y		$\sqrt{2}$		
	0			0

Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và $y_{\text{CD}} = y(1) = \sqrt{2}$.

• Bài tập 1.8 (trang 14):

a) Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 0}{x - 0} = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x - 0}{x - 0} = -1$.

Từ đây, suy ra không tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$, tức là hàm số $f(x) = |x|$ không có đạo hàm tại điểm $x = 0$.

b) Từ định nghĩa (hoặc từ đồ thị) suy ra hàm số $f(x) = |x|$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

• Bài tập 1.9 (trang 14):

Ta có: $f'(t) = \frac{25000e^{-t}}{(1+5e^{-t})^2} > 0, \forall t$ và $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 5000$.

Do đó, doanh số luôn tăng nhưng sẽ không vượt quá 5 000.

Ta có: $f''(t) = \frac{25000e^{-t}(25e^{-2t} - 1)}{(1+5e^{-t})^4}; f''(t) = 0 \Leftrightarrow e^{-2t} = \frac{1}{25} \Leftrightarrow t = \ln 5 \approx 1,6$.

Do $f''(t) > 0$ với mọi $t \in [0, \ln 5)$ và $f''(t) < 0$ với mọi $t > \ln 5$, nên $f'(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = \ln 5$ và $\max_{t \geq 0} f'(t) = f'(\ln 5) = \frac{5000}{(1+1)^2} = 1250$.

Vậy sau khi phát hành sản phẩm khoảng 1,6 năm thì tốc độ bán hàng lớn nhất.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (*có thể nhóm 4-6 HS*) hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm HS, gọi đại diện các nhóm HS trình bày, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài.

Hoạt động 3: Vận dụng (22 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng cách tìm cực trị của hàm số để giải quyết bài toán thực tiễn.

b) **Nội dung:** Theo thống kê tại một nhà máy Z, nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 công nhân đi làm và mỗi công nhân làm được 120 sản phẩm học tập trong một giờ. Nếu tăng thời gian làm việc thêm 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có 1 công nhân nghỉ việc và năng suất lao động giảm 5 sản phẩm học tập/1 công nhân/1 giờ (và như vậy, nếu giảm thời gian làm việc 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có thêm 1 công nhân đi làm đồng thời năng suất lao động tăng 5 sản phẩm học tập/1 công nhân/1 giờ). Hỏi nhà máy cần áp dụng thời gian làm việc mỗi tuần mấy giờ để số lượng Sản phẩm học tập thu được mỗi tuần là lớn nhất?

c) **Sản phẩm:** Gọi t là số giờ làm tăng thêm (hoặc giảm) mỗi tuần, $t \in \mathbb{R}$

Suy ra, số công nhân bỏ việc (hoặc tăng thêm) là $\frac{t}{2}$ nên số công nhân làm việc là $100 - \frac{t}{2}$

người. Lúc này, năng suất làm việc của công nhân chỉ còn $120 - \frac{5t}{2}$ sản phẩm học tập trong một giờ. Số thời gian làm việc một tuần là $40 + t$ giờ.

$$\text{Để nhà máy HĐ được thì: } \begin{cases} 40+t > 0 \\ 120-\frac{5t}{2} > 0 \Rightarrow t \in (-40; 48). \\ 100-\frac{t}{2} > 0 \end{cases}$$

Số sản phẩm học tập trong một tuần làm được: $S = \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40+t)$.

Số sản phẩm học tập thu được là:

$$f(t) = \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40+t) - \frac{95(40+t)^2 + 120(40+t)}{4}.$$

$$\begin{aligned} f'(t) &= -\frac{1}{2} \left(120 - \frac{5t}{2}\right) (40+t) - \frac{5}{2} \left(100 - \frac{t}{2}\right) (40+t) + \left(100 - \frac{t}{2}\right) \left(120 - \frac{5t}{2}\right) - \frac{95}{2} (40+t) - 30 \\ &= \frac{15}{4} t^2 - \frac{1135}{2} t - 2330. \end{aligned}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = \frac{466}{3} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

t	-40	-4	48
$f'(t)$	$+$	0	$-$
$f(t)$	$f(-4)$		

Vậy số lượng sản phẩm học tập thu được mỗi tuần lớn nhất khi thời gian đi làm là 36 (giờ/tuần).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, giao nhiệm vụ về nhà.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về tính đơn điệu của hàm số; mối liên hệ giữa dấu của đạo hàm và tính đơn điệu của hàm số; lập được bảng biến thiên của hàm số, từ đó kết luận được tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.
- Đọc trước bài học: “Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

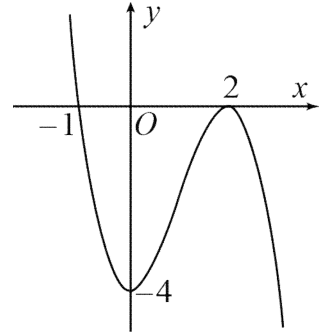
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							
	$-\infty$			2		-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$ B. $(-1; 1)$
C. $(-1; +\infty)$ D. $(-\infty; -1)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như trong Hình 1.10. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 2)$ B. $(-4; 2)$
C. $(0; 2)$ D. $(-1; 1)$



Hình 1.10

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây.

x	$-\infty$	1			2	3			$+\infty$	
y'		+	0	-		+	0	-		
y										

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là:

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 5

Câu 4. Tìm tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$.

- A. $(1; 0)$ B. $(3; 4)$ C. $(-2; -7)$ D. $(1; 0)$

Câu 5. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ là:

- A. $(0; 2)$ B. $(0; 1)$ C. $(1; 2)$ D. $(-1; 1)$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là:

- A. 3 B. 0 C. 1 D. 2

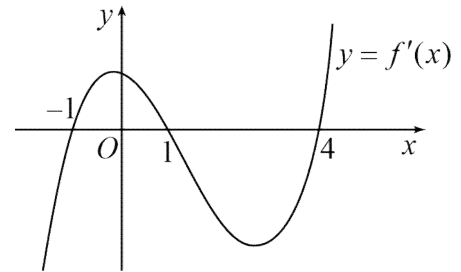
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(x-5)$.

Xét tính **đúng sai** của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-1;1)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.
- d) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-1;5)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như Hình 1.11. Xét tính **đúng sai** của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(1;4)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 4$.
- d) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1;4)$.



Hình 1.11

Câu 9. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 - 3(2m+3)x + 1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Đáp số:

Câu 10. Tính khoảng cách giữa hai cực trị của hàm số $y = \frac{x^2 - mx + m}{x-1}$ (với m là tham số thực).

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. B	Câu 2. C	Câu 3. B	Câu 4. B	Câu 5. C	Câu 6. C
Câu 7. a) Sai	b) Đúng	c) Sai		d) Đúng	
Câu 8. a) Sai	b) Sai	c) Đúng		d) Đúng	
Câu 9. $-1 \leq m \leq 3$.	Câu 10. $d = 2\sqrt{5}$.				

BÀI 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức, kỹ năng

- Biết các khái niệm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một tập hợp số.
- Nắm được quy tắc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số liên tục trên một đoạn.
- Biết cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn, một khoảng.
- Phân biệt việc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất với tìm cực trị của hàm số.
- Dựa vào đồ thị của hàm số chỉ ra được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

- Biết vận dụng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất vào giải các bài toán có chứa tham số, bài toán thực tế.

2. Năng lực

Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

3. Phẩm chất

- Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các HĐ nhóm.
- Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. GV: Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập, ...; chuẩn bị một số tình huống trong thực tế cần vận dụng tính giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số để giải quyết.

2. HS: Kiến thức về tính đạo hàm và cách lập bảng xét dấu của một số hàm số quen thuộc.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. ĐỊNH NGHĨA

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

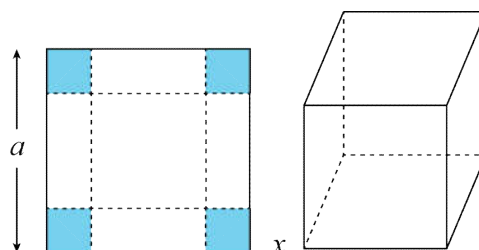
a) Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện bài toán cần vận dụng tính giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trong thực tiễn.

b) Nội dung: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh a . Người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau, rồi gấp tấm nhôm lại thành một cái hộp không nắp. Tính cạnh của các hình vuông bị cắt sao cho thể tích của khối hộp là lớn nhất.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Hình 1.12



Hoạt động 2: Khái niệm tính đơn điệu của hàm số (15 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết được khái niệm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số. Nắm được kí hiệu giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

b) Nội dung: Cho hàm số $y = f(x)$ và có bảng biến thiên trên đoạn $[-5; 7]$ như sau:

x	$-\infty$	-5	1	7	$+\infty$
y'			$-$	0	$+$
y			6		9
				2	

a) Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-5; 7]$.

Tìm giá trị x_0 sao cho $f(x_0) = M$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-5; 7]$.

Tìm giá trị x_1 sao cho $f(x_1) = M$.

c) Sản phẩm:

Ta có giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-5; 7]$ là bằng 9 và $f(7) = 9$.

Ta có giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-5; 7]$ là bằng 2 và $f(1) = 2$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia lớp thành các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận nhóm để đưa ra được câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS đại diện các nhóm đứng tại chỗ trả lời kết quả.

Bước 4. Kết luận, nhận định

Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận và dẫn dắt HS hình thành khái niệm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D .

a) Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu $\begin{cases} \forall x \in D, f(x) \leq M \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = M \end{cases}$.

Kí hiệu: $M = \max_D f(x)$.

b) Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu $\begin{cases} \forall x \in D, f(x) \geq m \\ \exists x_0 \in D, f(x_0) = m \end{cases}$.

Kí hiệu: $m = \min_D f(x)$.

Hoạt động 3: Luyện tập (10 phút)

a) **Mục tiêu:** củng cố khái niệm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

b) **Nội dung:** Hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

a) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-\infty; 0)$.

b) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Sản phẩm:

a) Trên khoảng $(-\infty; 0)$ hàm số không có giá trị nhỏ nhất; giá trị lớn nhất của hàm số là:

$$\max_{(-\infty; 0)} y = -2.$$

b) Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số không có giá trị lớn nhất; giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min_{(0; +\infty)} y = 2$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (*có thể nhóm 4-6 HS*) hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm HS, gọi đại diện các nhóm lên bảng trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

Hoạt động 4: Vận dụng (13 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài vào giải quyết tình huống thực tế đặt ra ở đầu bài học, từ đó phát triển năng lực tư duy và lập luận, năng lực giải quyết vấn đề toán học.

b) Nội dung: Bài toán ở tình huống **Mở đầu**.

c) Sản phẩm: Gọi x là độ dài cạnh của hình vuông bị cắt $\left(0 < x < \frac{a}{2}\right)$.

Thể tích của khối hộp là: $V(x) = x(a - 2x)^2 \left(0 < x < \frac{a}{2}\right)$.

$$V'(x) = (a - 2x)^2 + x \cdot 2(a - 2x) \cdot (-2) = (a - 2x)(a - 6x); \quad V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{6} \left(0 < x < \frac{a}{2}\right).$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{a}{6}$	$\frac{a}{2}$
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$	0	$\frac{2a^3}{27}$	0

Vậy trong khoảng $\left(0; \frac{a}{2}\right)$ hàm số đạt giá trị

lớn nhất tại điểm có hoành độ $x = \frac{a}{6}$, tại đó

$$V(x) = \frac{2a^3}{27}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, giao nhiệm vụ về nhà.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

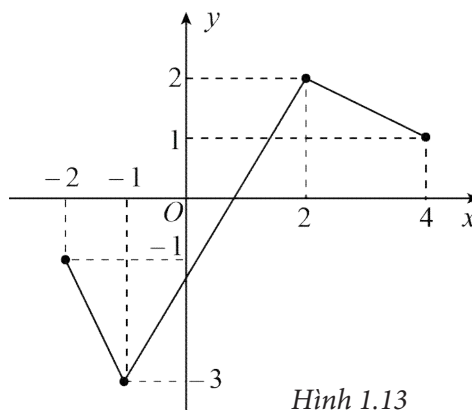
- Ôn tập lại khái niệm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.
- Tìm hiểu nội dung còn lại của bài học.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ là một đường gấp khúc như Hình 1.13.

Giá trị $\min_{[-2; 4]} f(x)$ bằng:

- A. -3 B. 2
C. -1 D. 1



Hình 1.13

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như dưới đây.

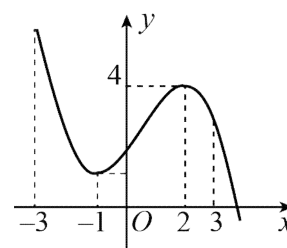
x	-3	0	1	2
$f(x)$	-4	2	0	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[-3; 2]$. Tính $M - m$.

- A. 5 B. 6 C. 4 D. 7

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có đồ thị là đường cong như Hình 1.14. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ đạt được tại điểm x bằng:

- A. $x = 2$ B. $x = 3$
C. $x = -1$ D. $x = -3$

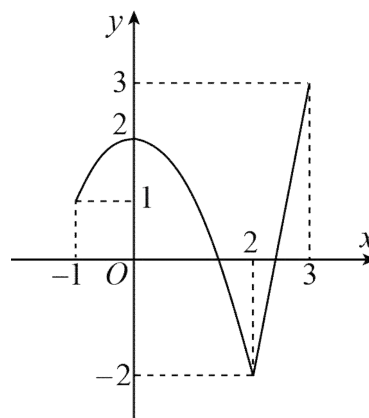


Hình 1.14

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị là đường cong trong Hình 1.15.

Xét tính **đúng sai** của các mệnh đề dưới đây.

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng 3.
b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng -2.
c) Ta có $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.
d) Ta có $\min_{[-1;3]} f(x) = f(2)$.



Hình 1.15

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$.

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. A

Câu 2. B

Câu 3. D

Câu 4. a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Câu 5. $2\sqrt{2}$.

TIẾT 2. CÁCH TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT ĐOẠN

Hoạt động 1: Cách tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn (10 phút)

a) Mục tiêu: Tạo tình huống hình thành nên quy tắc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn.

b) Nội dung: Xét hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[-1;2]$ có đồ thị như Hình 1.16.

➤ **H1:** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$.

➤ **H2:** Tính đạo hàm $f'(x)$ và tìm các điểm $x_i \in (-1;2)$ mà $f'(x_i) = 0$.

➤ **H3:** Tính $f(-1)$, $f(2)$ và các $f(x_i)$. So sánh giá trị nhỏ nhất trong các giá trị này với $\min_{[-1;2]} f(x)$, và so sánh giá trị lớn nhất trong các giá trị này với $\max_{[-1;2]} f(x)$.

c) Sản phẩm:

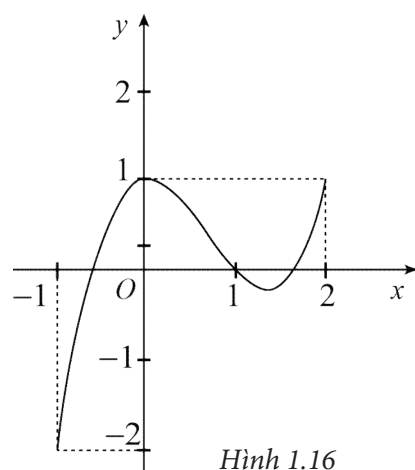
➤ **H1:** Ta có:

$$\max_{[-1;2]} f(x) = f(0) = f(2) = 1; \min_{[-1;2]} f(x) = f(-1) = -2.$$

➤ **H2:** Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 4x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } f(0) = 1 \text{ và } f\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{5}{27}.$$



Hình 1.16

➤ **H3:** Giá trị lớn nhất đạt được tại $x = 0$ và $x = 2$. Giá trị nhỏ nhất đạt được tại $x = -1$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia lớp thành các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận nhóm để đưa ra được câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS đại diện các nhóm đứng tại chỗ trả lời kết quả.

Bước 4. Kết luận, nhận định

Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận, dẫn dắt HS hình thành quy tắc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Các bước tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[a; b]$:

+ Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ trên khoảng $(a; b)$, tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc không xác định.

+ Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(b)$.

+ Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên. Ta có:

$$M = \max_{[a; b]} f(x), m = \min_{[a; b]} f(x).$$

Nhận xét:

a) Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì:

$$\max_{[a; b]} f(x) = f(b) \text{ và } \min_{[a; b]} f(x) = f(a).$$

b) Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn nghịch biến trên đoạn $[a; b]$ thì:

$$\max_{[a; b]} f(x) = f(a) \text{ và } \min_{[a; b]} f(x) = f(b).$$

Hoạt động 2: Luyện tập (20 phút)

a) **Mục tiêu:** Củng cố quy tắc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

b) **Nội dung:**

➤ **H4:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$.

➤ **H5:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x\sqrt{16 - x^2}$.

➤ **H6:** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = -x^2 + 4x - m$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 10.

c) **Sản phẩm:**

➤ **H4:** Ta có $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in (1; 3) \\ x = -2 \notin (1; 3) \end{cases}$. Khi đó $\begin{cases} f(1) = 5 \\ f(3) = \frac{13}{3} \\ f(2) = 4 \end{cases}$.

Vậy $\max_{[1; 3]} f(x) = 5 = f(1)$; $\min_{[1; 3]} f(x) = 4 = f(2)$.

➤ **H5:** Điều kiện xác định: $-4 \leq x \leq 4$.

Ta có: $y' = \sqrt{16-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} = \frac{16-2x^2}{\sqrt{16-x^2}}$. Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow 16-2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{8}$.

Xét $y(-4) = y(4) = 0$; $y(-\sqrt{8}) = -8$; $y(\sqrt{8}) = 8$.

Suy ra: $\max_D f(x) = 8 = f(\sqrt{8})$; $\min_D f(x) = -8 = f(-\sqrt{8})$.

► **H6:** Ta có: $f'(x) = -2x + 4$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [-1; 3]$.

Ta có:
$$\begin{cases} f(-1) = -5 - m \\ f(2) = 4 - m \\ f(3) = 3 - m \end{cases} \Rightarrow \max_{[-1;3]} f(x) = f(2) = 4 - m.$$

Theo bài ra: $\max_{[-1;3]} f(x) = 10 \Leftrightarrow 4 - m = 10 \Leftrightarrow m = -6$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia lớp thành các nhóm, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (có thể nhóm 4-6 HS) hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm HS, gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

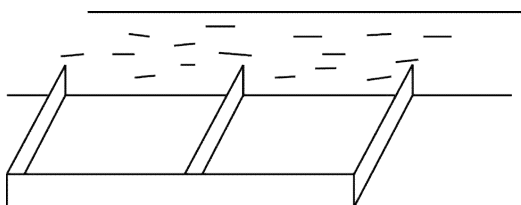
Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

Hoạt động 3: Vận dụng (13 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng trong bài vào giải quyết tình huống thực tế, từ đó phát triển năng lực tư duy, lập luận và năng lực giải quyết vấn đề toán học.

b) Nội dung: Một người nông dân chi 15 000 000 đồng làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (H.1.17) thành một khu đất có hai phần chữ nhật trồng rau.

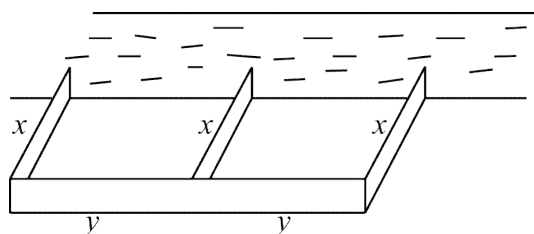


Hình 1.17

Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được.

c) Sản phẩm: Ta đặt các kích thước của hàng rào như Hình 1.18.

Do bác nông dân có 15 000 000 đồng để chi trả cho nguyên vật liệu và đã biết giá thành từng mét nên ta có mối quan hệ:



Hình 1.18

$$3x \cdot 50\,000 + 2y \cdot 60\,000 = 15\,000\,000 \Leftrightarrow 15x + 12y = 1500 \Leftrightarrow y = \frac{1\,500 - 15x}{12} = \frac{500 - 5x}{4}.$$

Diện tích của khu vườn sau khi đã rào được tính bằng công thức:

$$f(x) = 2 \cdot x \cdot y = 2x \cdot \frac{500 - 5x}{4} = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x).$$

Đến đây ta có hai cách để tìm giá trị lớn nhất của diện tích:

Cách 1: Xét $f(x) = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x)$ trên $(0; 100)$; $f'(x) = \frac{1}{2}(-10x + 500)$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0	50	100
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		6 250	

Cách 2: Ta có: $f(x) = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x) = \frac{5}{2}(-x^2 + 2 \cdot 50 \cdot x - 2\,500 + 2\,500)$
 $= \frac{5}{2} \cdot [2\,500 - (x - 5)^2] \leq 6\,250.$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, giao nhiệm vụ về nhà.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

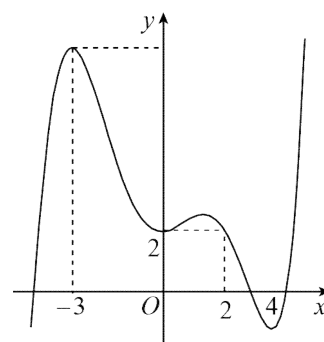
- Nhắc lại quy tắc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.
- Tìm hiểu nội dung còn lại của bài học.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như Hình 1.19.

Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3; 4]$ bằng:

- A. $f(2)$ B. $f(-3)$
C. $f(4)$ D. $f(0)$



Hình 1.19

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

A. 7

B. 8

C. $\frac{19}{3}$ D. $\frac{23}{3}$

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 3x + 4}$ bằng:

A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{2}$

D. 0

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ là một đường cong như Hình 1.20.

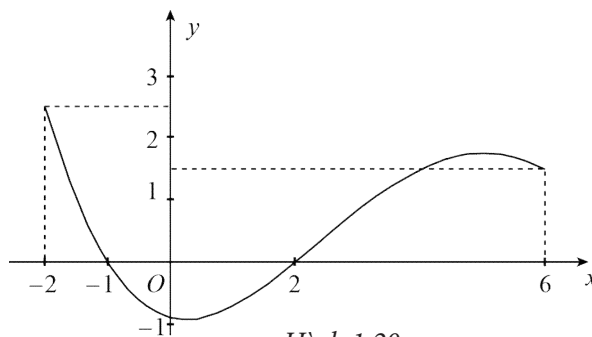
Xét tính **đúng sai** của các mệnh đề dưới đây.

a) $\max_{[-2;6]} f(x) = f(-1)$.

b) $\max_{[-2;6]} f(x) = f(6)$.

c) $\max_{[-2;6]} f(x) = f(-2)$.

d) $\max_{[-2;6]} f(x) = \max\{f(-1); f(6)\}$.



Hình 1.20

Câu 5. Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1\,000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$). Hỏi sau bao nhiêu giây thì số vi khuẩn là lớn nhất?

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. B

Câu 2. A

Câu 3. A

Câu 4.

a) Sai

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

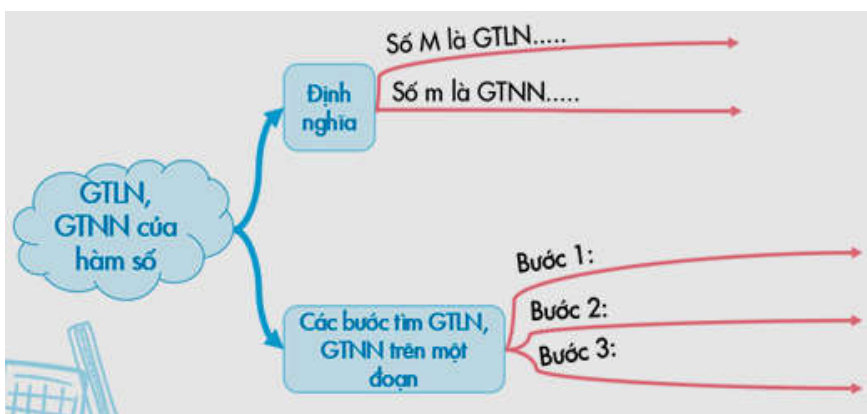
Câu 5. Với $t = 20$ phút thì $N(t)$ đạt giá trị lớn nhất. Do đó sau 1 200 giây thì số vi khuẩn lớn nhất.

TIẾT 3. BÀI TẬP GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) Mục tiêu: Hệ thống kiến thức về giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

b) Nội dung: Vẽ sơ đồ tư duy theo các gợi ý như Hình 1.21.



c) Sản phẩm: Sơ đồ tư duy của HS.

Hình 1.21

d) Tổ chức thực hiện:

- HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.
- Từ sản phẩm của HS, GV chọn sản phẩm tốt nhất trình chiếu và kết luận.

Hoạt động 2: Luyện tập (25 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố, rèn luyện cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

b) Nội dung: Bài tập 1.10; 1.11, trang 19, SGK.

c) Sản phẩm:

• Bài tập 1.10 trang 19:

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. Ta có: $y' = -2x + 4$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	7	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số có giá trị lớn nhất là 7 tại $x = 2$.

Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.

b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. Ta có: $y' = 3x^2 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \frac{4}{3}$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	0			$\frac{4}{3}$	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1		$-\frac{5}{27}$		$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có: $\min_{[0; +\infty)} y = y\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{5}{27}$. Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $[0; +\infty)$.

c) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{(2x-2)(x-1) - (x^2-2x+3)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{2}$ hoặc $x = 1 + \sqrt{2}$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$	1	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	$-2\sqrt{2}$	$+\infty$	$2\sqrt{2}$	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên, ta có: $\min_{(1;+\infty)} y = y(1+\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$. Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $(1;+\infty)$.

d) Tập xác định của hàm số là $[0;2]$. Ta có: $y' = \frac{4-4x}{2\sqrt{4x-2x^2}} = \frac{2-2x}{\sqrt{4x-2x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	0	1	2
y'	+	0	-
y	0	$\nearrow \sqrt{2}$	$\searrow 0$

Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đạt giá trị lớn nhất là $\sqrt{2}$ tại $x = 1$.

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là 0 tại $x = 0$ và $x = 2$.

• **Bài tập 1.11** trang 19:

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. Ta có: $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm 1$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				3			$+\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$			
		2		2				

Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là 2 tại $x = \pm 1$.

Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. Ta có: $y' = e^{-x} - xe^{-x}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	0	$\nearrow \frac{1}{e}$	$\searrow 0$

Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đạt giá trị lớn nhất là $\frac{1}{e}$ tại $x = 1$.

Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.

c) Tập xác định của hàm số là $(0;+\infty)$. Ta có: $y' = \ln x + 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$.

Lập bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$.

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	0	$\frac{-1}{e}$	$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$

Từ bảng biến thiên ta được: $\min_{(0; +\infty)} y = y\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{-1}{e}$; Hàm số không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(0; +\infty)$.

d) Tập xác định của hàm số là $[1; 3]$. Ta có: $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Ta có: $y(1) = \sqrt{2}$; $y(2) = 2$; $y(3) = \sqrt{2}$. Do đó: $\max_{[1; 3]} y = y(2) = 2$; $\min_{[1; 3]} y = y(1) = y(3) = \sqrt{2}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (có thể nhóm 4-6 HS) hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả làm bài của một vài nhóm HS, gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài.

Hoạt động 3: Vận dụng (15 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng đã học để giải các bài toán thực tế.

b) Nội dung: Bài tập 1.14; Bài tập 1.15 trang 19, SGK.

c) Sản phẩm:

- Bài tập 1.14 trang 19: Diện tích bề mặt của chiếc hộp là $4xh + x^2 = 108$, khi đó $h = \frac{108 - x^2}{4x}$,

$0 < x < \sqrt{108}$. Thể tích của chiếc hộp là $V = x^2h = \frac{1}{4}x(108 - x^2) = -\frac{1}{4}x^3 + 27x$.

Tính đạo hàm, lập bảng biến thiên ta có $x = 6$ cm, $h = 3$ cm thì thể tích của chiếc hộp là lớn nhất.

- Bài tập 1.15 trang 19: Gọi R (cm) là bán kính đáy của hình trụ. Điều kiện $R > 0$.

Tổng chi phí vật liệu để sản xuất một chiếc bình là: $S = 2\pi R^2 \cdot 1,2 + \frac{2\,000}{R} \cdot 0,75$ (nghìn đồng).

Tính đạo hàm, lập bảng biến thiên ta thấy chi phí vật liệu sản xuất nhỏ nhất khi $R = \sqrt[3]{\frac{1500}{4,8\pi}}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, giao nhiệm vụ về nhà.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Nhắc lại khái niệm và cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.
- Đọc trước bài học: “Đường tiệm cận của đồ thị hàm số”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân là bao nhiêu để huyết áp được giảm nhanh nhất?

- A. 24 mg B. 20 mg C. 15 mg D. 10 mg

Câu 2. Một chất điểm chuyển động với quãng đường $s(t)$ cho bởi công thức $s(t) = 6t^2 - t^3$ với t (giây) là thời gian. Hỏi trong khoảng thời gian từ 0 đến 4 giây, vận tốc tức thời của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (giây) bằng bao nhiêu?

- A. $t = 3$ (giây) B. $t = 4$ (giây) C. $t = 2$ (giây) D. $t = 6$ (giây)

Câu 3. Tam giác vuông có cạnh huyền bằng 5 cm có thể có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A. 25 cm^2 B. $\frac{125}{4} \text{ cm}^2$ C. $\frac{25}{4} \text{ cm}^2$ D. 125 cm^2

Câu 4. Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là 50 m^2 . Vụ trước ông nuôi với mật độ là 20 con/m^2 và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi 8 con/m^2 thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên $0,5 \text{ kg}$. Giả sử không có hao hụt khi nuôi, xét tính **đúng sai** của các mệnh đề dưới đây.

- a) Số cá giống mà ông Thanh đã thả trong vụ vừa qua là 1 500 con.
b) Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phần trong vụ vừa qua là 1,5 (kg).
c) Tổng trọng lượng cá thu hoạch được ở vụ này là $F(x) = -0,0652x^2 + 16x + 1500$ (kg).
d) Vụ tới ông Thanh phải thả 488 con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất.

Câu 5. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Hỏi theo đó, giá bán mới là bao nhiêu thì lợi nhuận thu được là cao nhất?

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. B

Câu 2. B

Câu 3. C

Câu 4. a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Sai

Câu 5. 30,5 triệu đồng.

BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

(Thời gian thực hiện: 4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết hình ảnh hình học của đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- Hiểu được khái niệm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.
- Biết cách tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số dựa vào hàm số cho trước và hình ảnh hình học của các đồ thị hàm số đó.
- Vận dụng được kiến thức về các đường tiệm cận để giải quyết các bài toán thực tế.

2. Năng lực

- Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn liên quan đến tiệm cận của đồ thị hàm số.
- Bồi dưỡng năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thông qua việc xác định các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

3. Phẩm chất

- Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các HĐ nhóm.
- Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. GV: Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), bảng phụ, phần mềm Geogebra để vẽ các đường tiệm cận của đồ thị hàm số, giúp HS dễ hình dung hình ảnh hình học của các đường tiệm cận này.

2. HS: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học; Ôn tập tính giới hạn tại vô cực, giới hạn một bên.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. ĐƯỜNG TIỆM CẬN NGANG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (4 phút) (HD này khởi động chung cho cả bài học)

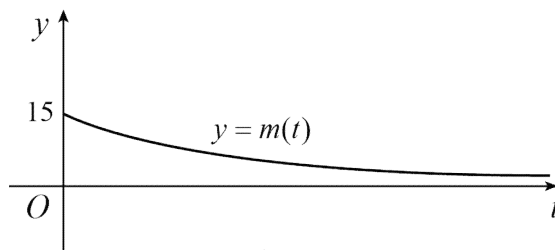
a) Mục tiêu: Gọi động cơ, tạo tình huống cần vận dụng đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) Nội dung: Tình huống **Mở đầu**, trang 20, SGK.

Giả sử khối lượng còn lại của một chất phóng xạ (gam) sau t ngày phân rã được cho bởi hàm số

$$m(t) = 15e^{-0,012t}.$$

Khối lượng $m(t)$ thay đổi ra sao khi $t \rightarrow +\infty$?
Điều này thể hiện trên Hình 1.21 như thế nào?



Hình 1.22

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS:

Đồ thị hàm số $y = m(t)$ ngày càng tiến lại gần trục Ot khi t dần tới $+\infty$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS nghiên cứu tình huống **Mở đầu** trang 20, SGK.
- Đồ thị hàm số $y = m(t)$ như thế nào so với trục Ot khi t dần tới $+\infty$?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu nội dung tình huống **Mở đầu**, làm việc cá nhân, trả lời câu hỏi.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

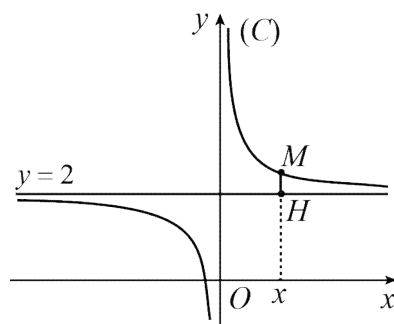
GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt HS vào bài mới: Khi t dần tới $+\infty$, đồ thị hàm số $y = m(t)$ ngày càng tiến lại gần trục Ot , lúc này trục Ot được gọi là gì so với đồ thị hàm số và có ý nghĩa như thế nào? Chúng ta sẽ cùng nhau tìm hiểu qua bài học hôm nay.

Hoạt động 2: Nhận biết đường tiệm cận ngang (6 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết được đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) Nội dung: HD1, trang 20, SGK:

Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x}$ có đồ thị (C). Với $x > 0$, xét điểm $M(x; f(x))$ thuộc (C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng $y = 2$ (H.1.22).



Hình 1.23

➤ **H1:** a) Tính khoảng cách MH .

➤ **H2:** b) Có nhận xét gì về khoảng cách MH khi $x \rightarrow +\infty$?

c) Sản phẩm:

➤ **H1:** a) Khoảng cách $MH = |f(x) - 2|$.

➤ **H2:** b) Khi x dần đến $+\infty$ thì khoảng cách MH dần đến 0.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân, nghiên cứu **HĐ1** và trả lời các câu a) và b) vào giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **HĐ1**, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV sẽ dẫn dắt giới thiệu cho HS khái niệm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Thông qua **HĐ1** ta có đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Hoạt động 3: Hình thành khái niệm đường tiệm cận ngang (7 phút)

a) Mục tiêu: Hình thành khái niệm và tìm được đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) Nội dung: Khái niệm đường tiệm cận ngang, trang 20, SGK.

Đường thẳng $y = m$ được gọi là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ khi nào?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS trả lời: Đường $y = m$ được gọi là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ khi nào? Nêu nhận xét về hình ảnh hình học của đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi/bàn.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Nghiên cứu khái niệm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

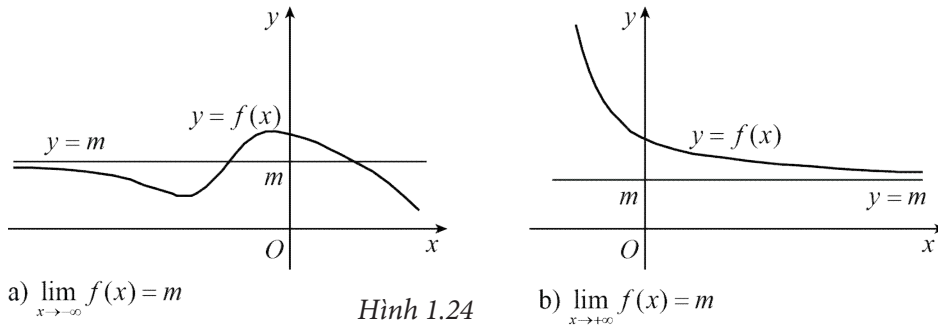
Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Củng cố cách tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số:
Đường thẳng $y = m$ được gọi là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = m$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m$.

- Hình ảnh hình học đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.



Lưu ý: Đường tiệm cận ngang là hình ảnh hình học của giới hạn tại vô cực.

Hoạt động 4: Thực hành tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (7 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) **Nội dung:** Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị các hàm số sau:

➤ **H3:** $y = f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$.

➤ **H4:** $y = f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+2}}{x}$.

c) **Sản phẩm:**

➤ **H3:** Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+2} = 2$. Tương tự, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+2} = 2$.

Vậy đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

➤ **H4:** Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2+2}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{4x^2+2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4 + \frac{2}{x^2}} = 2$;

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{\frac{4x^2+2}{x^2}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{4 + \frac{2}{x^2}} \right) = -2.$$

Vậy đồ thị hàm số $f(x)$ có hai tiệm cận ngang là $y = 2$ và $y = -2$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

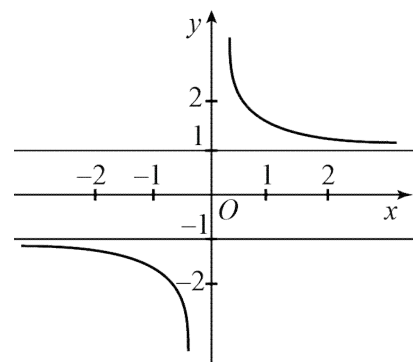
- GV phân chia nhóm, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.
- Nhận xét đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở trong Hình 1.25 (Hình 1.21, trang 21, SGK).

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (có thể nhóm 4-6 HS) hoàn thành yêu cầu.
- Yêu cầu HS nghiên cứu ví dụ mẫu: **Ví dụ 1; Ví dụ 2** (trang 21, SGK) để thực hiện **H3, H4**.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm tiến hành thực hiện các HĐ học tập.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.



Hình 1.25

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV củng cố các bước tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số:

1) Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) Xem ở “vị trí” nào ra kết quả hữu hạn thì ta kết luận có tiệm cận ngang ở “vị trí” đó.

Lưu ý: Trong H4, ta có $x = \sqrt{x^2} (x \geq 0)$, $x = -\sqrt{x^2} (x < 0)$.

Hoạt động 5: Củng cố kiến thức đường tiệm cận ngang (7 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) Nội dung: Luyện tập 1, trang 21 SGK.

Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.

c) Sản phẩm: Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$. Vậy đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang là $y = 2$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Thực hiện **Luyện tập 1**, trang 21, SGK. HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).

Yêu cầu: HS nghiên cứu đề bài, hoàn thành thông tin trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Lưu ý:

- Phương pháp tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số; Lưu ý đối với các hàm số chứa dấu căn.
- Nắm vững cách tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ad-bc \neq 0; c \neq 0$) luôn có tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$.
- Nếu $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ là hàm số phân thức hữu tỉ và bậc $P(x) \leq$ bậc $Q(x)$ thì đồ thị có tiệm cận ngang.

Hoạt động 6: Vận dụng (12 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng trong bài vào giải quyết tình huống thực tế đặt ra ở đầu bài học.

b) Nội dung: Vận dụng 1, trang 21, SGK.

Giải quyết bài toán trong tình huống **Mở đầu**: Giả sử khối lượng còn lại của một chất phóng xạ (gam) sau t ngày phân rã được cho bởi hàm số $m(t) = 15e^{-0,012t}$. Khối lượng $m(t)$ thay đổi ra sao khi $t \rightarrow +\infty$? Điều này thể hiện trên Hình 1.22 như thế nào?

c) **Sản phẩm:** Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} m(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} 15e^{-0,012t} = 0$.

Đồ thị của hàm khối lượng $m(t)$ “tiệm cận” đến đường thẳng $y = 0$, tức là khối lượng của chất phóng xạ giảm dần về 0 khi thời gian tăng lên vô cùng.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Tính $\lim_{t \rightarrow +\infty} m(t)$.
- Thảo luận và trả lời câu hỏi ở đầu bài: Khối lượng của chất phóng xạ thay đổi ra sao khi thời gian tăng lên vô cùng?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Thực hiện thảo luận theo cặp đôi/bàn. Trả lời câu hỏi vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Đồ thị của hàm khối lượng $m(t)$ “tiệm cận” đến đường thẳng $y = 0$, tức là khối lượng của chất phóng xạ giảm dần về 0 khi thời gian tăng lên vô cùng.

* **Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Làm **Bài tập 1.16, 1.18a**, trang 25, SGK (Tìm đường tiệm cận ngang của các đồ thị hàm số).
- Tìm hiểu trước nội dung “Đường tiệm cận đứng” trang 21, 22, SGK.

TIẾT 2. ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỨNG

Hoạt động 1: Nhận biết đường tiệm cận đứng (Mở đầu) (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) **Nội dung:** HĐ2, trang 21, SGK.

Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị (C). Với $x > 1$, xét điểm $M(x; f(x))$ thuộc (C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng $x = 1$ (H.1.26).

➤ **H1:** a) Tính khoảng cách MH.

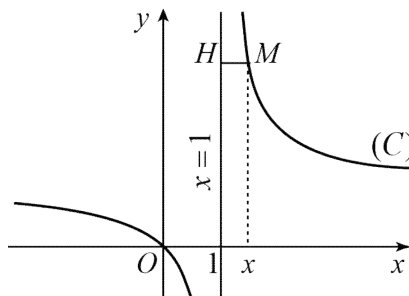
➤ **H2:** b) Khi M thay đổi trên (C) sao cho khoảng cách MH dần đến 0, có nhận xét gì về tung độ của điểm M?

c) **Sản phẩm:**

➤ **H1:** a) Khoảng cách $MH = |x - 1|$.

➤ **H2:** b) Khi MH dần đến 0 thì tung độ của điểm M dần đến vô cùng.

d) **Tổ chức thực hiện:**



Hình 1.26

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cặp đôi. Yêu cầu HS nghiên cứu **HĐ2** và trả lời các câu a) và b) vào giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **HĐ2**, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Thông qua **HĐ2** ta có đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị đã cho. GV sẽ dẫn dắt giới thiệu cho HS khái niệm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Hoạt động 2: Hình thành khái niệm đường tiệm cận đứng (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành khái niệm và tìm được đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) **Nội dung:** Khái niệm đường tiệm cận đứng, trang 21, SGK.

Đường $y = m$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ khi nào?

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS trả lời các câu hỏi: Đường $y = m$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ khi nào? Nhận xét về hình ảnh hình học của đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số?
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi/bàn.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Nghiên cứu khái niệm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

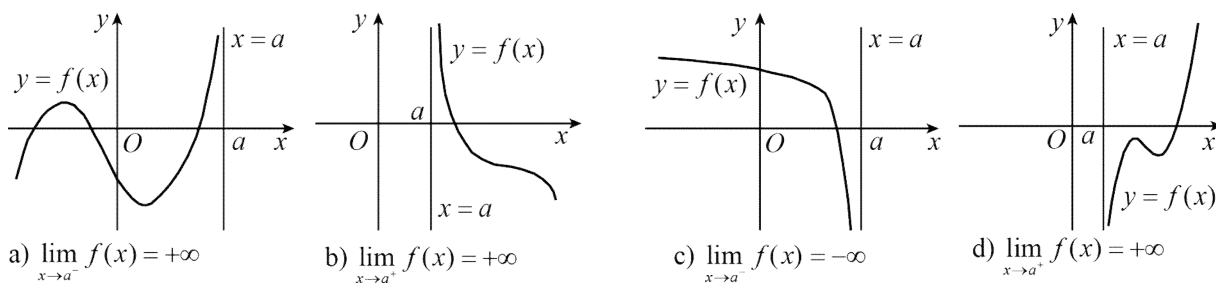
Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá, bổ sung, chuẩn kiến thức; củng cố cách tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số:

Đường thẳng $x = a$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **ít nhất** một trong các điều kiện sau thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty.$$

Trong H.1.27 là hình ảnh hình học của đường tiệm cận đứng $x = a$ của đồ thị hàm số.



Hình 1.27

Lưu ý: Đường tiệm cận đứng là hình ảnh hình học của giới hạn tại vô cực.

Hoạt động 3: Thực hành tìm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành tìm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) **Nội dung:** Tìm tiệm cận đứng của đồ thị các hàm số sau:

➤ **H3:** $y = f(x) = \frac{x+1}{x-2}$.

➤ **H4:** $y = f(x) = \frac{x^2+3x}{x-5}$.

c) **Sản phẩm:**

➤ **H3:** Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(1 + \frac{3}{x-2}\right) = -\infty$.

Tương tự, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(1 + \frac{3}{x-2}\right) = +\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

➤ **H4:** Ta có: $\lim_{x \rightarrow 5^+} y = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x^2+3x}{x-5} = +\infty$. Tương tự $\lim_{x \rightarrow 5^-} y = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x^2+3x}{x-5} = -\infty$.

Vậy đường thẳng $x = 5$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cặp đôi, nêu cách tính giới hạn tại vô cực của hàm số phân thức hữu tỉ.
- Yêu cầu HS nghiên cứu các ví dụ mẫu: **Ví dụ 3; Ví dụ 4** trang 22, SGK để thực hiện **H3, H4**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận và trình bày vào vở.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV củng cố các bước tìm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số:

1) Tìm nghiệm của mẫu, giả sử nghiệm đó là $x = x_0$.

2) Tính giới hạn một bên tại x_0 . Nếu xảy ra **ít nhất** một trong các điều kiện sau:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$$

thì ta kết luận $x = x_0$ là đường tiệm cận đứng.

Lưu ý: Quy tắc tính giới hạn vô cực của thương hai hàm số, trong đó quan tâm đến giới hạn của tử thức và dấu của mẫu thức.

Hoạt động 4: Củng cố kiến thức đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Củng cố kỹ năng tìm đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) **Nội dung:** Luyện tập 2, trang 22, SGK.

Tìm các tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-4}$.

c) **Sản phẩm:** Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{4}{x}} = 2$. Vậy $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$f(x)$. Xét giới hạn của $f(x)$ tại điểm $x = 4$, ta có $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = +\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 4$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

Thực hiện **Luyện tập 2**, trang 22, SGK. HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).

Yêu cầu: HS nghiên cứu đề bài, hoàn thành thông tin trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Lưu ý: • Cách tìm nhanh tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số:

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}, \quad (ad-bc \neq 0; c \neq 0).$$

- Phương pháp tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- Tìm đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị các hàm số:

$$a) y = \frac{4}{x-2024};$$

$$b) y = \frac{2x-4}{x^2+2025}.$$

Hoạt động 5: Vận dụng (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Giải bài toán thực tế, tìm hiểu ý nghĩa tiệm cận đứng trong một tình huống cụ thể.

b) **Nội dung:** Vận dụng 2, trang 23, SGK.

Để loại bỏ $p\%$ một loài tảo độc khỏi hồ nước, người ta ước tính chi phí bỏ ra là:

$$C(p) = \frac{45p}{100-p} \text{ (triệu đồng), với } 0 \leq p < 100.$$

Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $C(p)$ và nêu ý nghĩa của đường tiệm cận này.

c) Sản phẩm: Do $\lim_{p \rightarrow 100^-} C(p) = \lim_{p \rightarrow 100^-} \frac{45p}{100-p} = +\infty$ nên $p = 100$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $C(p)$. Đường tiệm cận đứng cho ta biết rằng không thể loại bỏ 100% tảo độc ra khỏi hồ nước.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Thảo luận nhóm (4 nhóm), trả lời **Vận dụng 2**. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $C(p)$.
- Nêu ý nghĩa thực tiễn của đường tiệm cận này.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện thảo luận theo nhóm, trả lời câu hỏi vào bảng phụ. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm lên trình bày, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của các nhóm, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Do $\lim_{p \rightarrow 100^-} C(p) = +\infty$ nên $p = 100$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $C(p)$. Đường tiệm cận đứng cho ta biết rằng không thể loại bỏ 100% tảo độc ra khỏi hồ nước.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Làm **Bài tập 1.17; 1.18**, trang 25 SGK (Tìm đường tiệm cận đứng của các đồ thị hàm số).
- Tìm hiểu trước “*Đường tiệm cận xiên*” trang 23, 24 SGK.

TIẾT 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN XIÊN

Hoạt động 1: Nhận biết đường tiệm cận xiên (Mở đầu) (4 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS hình thành khái niệm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

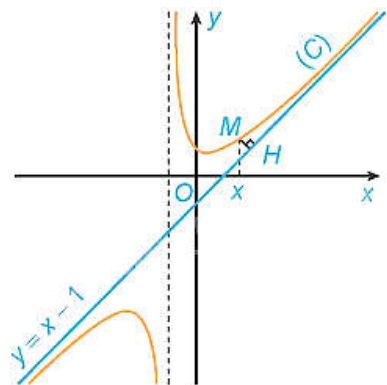
b) Nội dung: HĐ3, trang 23 SGK.

Cho hàm số $y = f(x) = x - 1 + \frac{2}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $y = x - 1$ như Hình 1.28.

➤ **H1:** a) Với $x > -1$, xét điểm $M(x; f(x))$ thuộc (C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng $y = x - 1$. Có nhận xét gì về khoảng cách MH khi $x \rightarrow +\infty$?

➤ **H2:** b) Chứng tỏ rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$. Tính chất này thể hiện trên Hình 1.28 như thế nào?

c) Sản phẩm:



Hình 1.28

➤ **H1:** a) Khoảng cách $MH = \frac{\sqrt{2}}{|x+1|}$. Khi x dần tới $+\infty$ thì khoảng cách MH dần tiến tới 0.

➤ **H2:** b) Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x+1} = 0$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cặp đôi, nghiên cứu **HD3** và trả lời các câu a) và b) vào giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **HD3**, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Thông qua **HD3**, GV sẽ dẫn dắt giới thiệu cho HS về khái niệm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Hoạt động 2: Hình thành khái niệm đường tiệm cận xiên (10 phút)

a) Mục tiêu: Hình thành khái niệm và tìm được đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

b) Nội dung: Khái niệm đường tiệm cận xiên, trang 23, SGK.

Đường thẳng $y = ax + b$, $a \neq 0$ được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ khi nào?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS trả lời: Đường $y = ax + b$, $a \neq 0$ được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ khi nào? Nêu nhận xét về hình ảnh hình học của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số?
- Yêu cầu thảo luận nhóm đôi/bàn.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Nghiên cứu khái niệm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

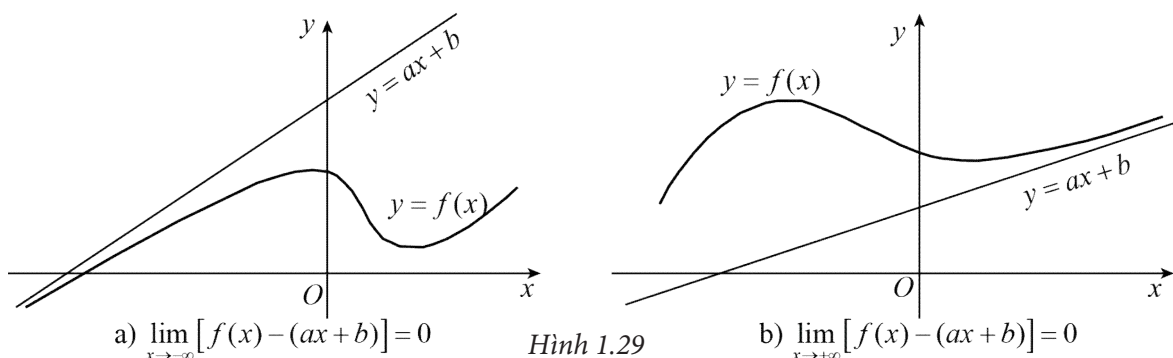
Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức bằng cách trình chiếu khái niệm đường tiệm cận xiên ở trang 23, SGK.

- Cùng cố cách tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số:

Đường thẳng $y = ax + b$, $a \neq 0$ được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ được minh họa hình học như hình vẽ sau:



Lưu ý: Đường tiệm cận xiên là hình ảnh hình học của giới hạn vô cực của hiệu hai hàm số.

Hoạt động 3: Thực hành tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (17 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

b) **Nội dung:** Tìm tiệm cận xiên của đồ thị các hàm số sau:

➤ **H3:** $y = f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}$;

➤ **H4:** $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x-2}$.

c) **Sản phẩm:**

➤ **H3:** Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x-1} = 0$.

Vậy đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 1$.

➤ **H4:** Ta có: $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x}{x(x-2)} = 1$ và $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x}{x-2} = 5$.

Tương tự, do $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 5$.

Vậy đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 5$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cặp đôi, thực hiện **H3, H4**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS nghiên cứu **Ví dụ 5**, trang 23; **Ví dụ 6**, trang 24, SGK để thực thực hiện **H3, H4**.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV củng cố các bước tìm đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ của đồ thị hàm số:

Ta xác định hệ số của a và b trong hai trường hợp sau:

$$\bullet \text{ Tính } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}, b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]; \quad \bullet \text{ Tính } a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}, b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax].$$

Lưu ý: Đối với hàm số có dạng phân thức bậc hai trên bậc nhất, ta có thể dùng cách chia đa thức để tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

$$\text{Ví dụ, trong H4 ta có: } y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2} = x + 5 + \frac{10}{x - 2}.$$

Do đó, ta có $y = x + 5$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Hoạt động 4: Củng cố kiến thức về tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (12 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tìm đường tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

b) Nội dung: Luyện tập 3, trang 24, SGK.

$$\text{Tìm các tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số } y = f(x) = \frac{x^2 - 4x + 2}{1 - x}.$$

c) Sản phẩm:

$$\text{Cách 1: Tính } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 2}{x - x^2} = -1, \quad b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + 2}{1 - x} = 3.$$

Vậy $y = -x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

$$\text{Cách 2: Chia đa thức } f(x) = -x + 3 - \frac{1}{1 - x}.$$

Khi đó $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 3)] = 0$, do đó $y = -x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn) thực hiện **Luyện tập 3**.

Yêu cầu: HS nghiên cứu đề bài, hoàn thành thông tin trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Lưu ý: Trong thực hành, để tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ ($a \neq 0$;

$p \neq 0$) và đa thức tử số không chia hết cho đa thức mẫu, ta thực hiện chia tử số cho mẫu số để đưa hàm số về dạng $f(x) = dx + e + \frac{m}{px + q}$. Khi đó đường thẳng $y = dx + e$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Xem lại khái niệm, phương pháp tìm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang, tiệm cận xiên và các ví dụ đã giải.
- Làm **Bài tập 1.18b; 1.19; 1.20**, trang 25, SGK.

TIẾT 4. LUYỆN TẬP

Hoạt động 1: Mở đầu (5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhớ lại khái niệm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

b) Nội dung: HS ôn tập lại khái niệm các đường tiệm cận qua phiếu bài tập.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS trong phiếu học tập số.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân. Yêu cầu HS hoàn thành câu trả lời của HS vào phiếu học tập.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS hoàn thành câu trả lời của HS vào phiếu học tập số. Thảo luận, nhận xét theo cặp đôi/bàn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

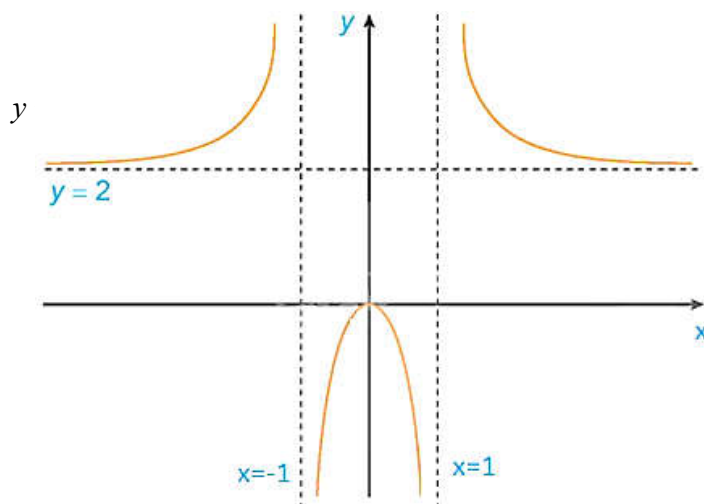
- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Thông qua HĐ **Mở đầu**, GV nhắc lại phương pháp tìm đường tiệm cận đứng; tiệm cận ngang; tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Hoạt động 2: Củng cố khái niệm về các đường tiệm cận của đồ thị hàm số (15 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện cho HS cách tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

b) Nội dung: **Bài tập 1.16 và 1.17**, trang 25, SGK.

Hình 1.30 là đồ thị của hàm số:



Hình 1.30

Sử dụng đồ thị này, hãy:

➤ **H1:** a) Viết kết quả của các giới hạn sau: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

➤ **H2:** b) Chỉ ra các đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho.

➤ **H3:** Đường thẳng $x = 1$ có phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$ không?

c) Sản phẩm:

➤ **H1:** a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$.

➤ **H2:** b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$, các tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$ và $x = 1$.

➤ **H3:** Đường thẳng $x = 1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$ vì:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 3) = 4.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

Yêu cầu thảo luận nhóm đôi/bàn, thực hiện giải **Bài tập 1.16** và **1.17**, ghi kết quả vào giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm HS thảo luận theo yêu cầu, giải **Bài tập 1.16**, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm lên trình bày, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của các nhóm, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Củng cố khái niệm đường tiệm cận đứng; tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Lưu ý: Nhận định hình ảnh hình học của các đường tiệm cận dựa vào đồ thị của hàm số cho trước.

Hoạt động 3: Thực hành tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số (10 phút)

a) Mục tiêu: Thực hành tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

b) Nội dung: **Bài tập 1.18**, trang 25, SGK.

Tim đường tiệm cận của đồ thị các hàm số sau:

➤ **H4:** a) $y = \frac{3-x}{2x+1}$; ➤ **H5:** b) $y = \frac{2x^2 + x - 1}{x + 2}$.

c) Sản phẩm:

➤ **H4:** a) Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x}{2x+1} = -\frac{1}{2}$ nên $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Mặt khác, ta có $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{3-x}{2x+1} = +\infty$, nên $x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

➤ **H5:** b) Ta có $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Mặt khác, ta có: $f(x) = 2x - 3 + \frac{5}{x+2}$.

Từ đó suy ra $y = 2x - 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cặp đôi, thực hiện giải **Bài tập 1.18**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện giải **Bài tập 1.18**.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức, củng cố các bước tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

Lưu ý: Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ad-bc \neq 0; c \neq 0$) luôn có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ và tiệm

cận ngang $y = \frac{a}{c}$. Đối với hàm số có dạng phân thức bậc hai trên bậc nhất, ta có thể

dùng cách chia đa thức để tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Hoạt động 4: Vận dụng kiến thức về các đường tiệm cận để giải quyết các bài toán thực tế (13 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS thấy được ý nghĩa của các đường tiệm cận của đồ thị hàm số trong các bài toán thực tế.

b) Nội dung: **Bài tập 1.19**, trang 25, SGK.

Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 2x + 50$ (triệu đồng). Khi đó, $f(x) = \frac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Chứng tỏ rằng hàm số $f(x)$ giảm và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Tính chất này nói lên điều gì?

c) Sản phẩm: Ta có $f(x) = \frac{2x+50}{x} = 2 + \frac{50}{x}$. Từ đó, $f(x)$ là hàm giảm và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

Rõ ràng chi phí trung bình không thể thấp hơn hay bằng 2 triệu đồng. Tuy nhiên, khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình càng gần với 2 triệu đồng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc theo nhóm (4 nhóm) thực hiện giải **Bài tập 1.19**.

Yêu cầu: HS nghiên cứu đề bài, hoàn thành thông tin trên bảng phụ, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV treo bảng phụ các nhóm lên bảng và gọi đại diện các nhóm lên trình bày kết quả.
- Các nhóm còn lại nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét quá trình HĐ của các nhóm, bổ sung và chuẩn kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Xem lại khái niệm, phương pháp tìm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang, tiệm cận xiên và các bài tập đã giải.
- Làm **Bài tập 1.17; 1.20**, trang 25, SGK.
- Xem trước bài học mới: “*Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số*”.

PHIẾU HỌC TẬP

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$ và đường thẳng $y = -2$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $x = 2$ và đường thẳng $x = -2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2024$ khi đó

khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 2$.
- B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$.
- C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 2024$.
- D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2024$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-3; 1)$ và có $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = 5$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$.

Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số $f(x)$ không có tiệm cận đứng.
- B. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.
- C. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 1$.
- D. Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -3$ và $x = 1$.

Câu 4. Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu điều kiện nào sau đây được thỏa mãn?

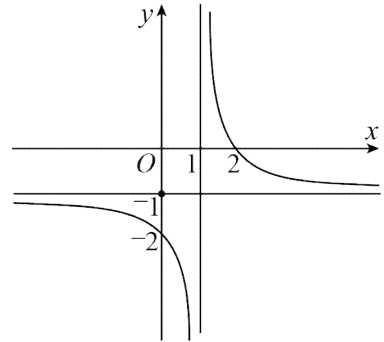
- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.
- B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.
- C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - (ax + b)}{x} = 0$.
- D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) - (ax + b)}{x} = 0$.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong như Hình 1.31.

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là:

- A. $x = 1$ B. $x = -1$
C. $x = 0$ D. $y = -1$



Hình 1.31

Câu 2. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 2}$ là:

- A. $y = -2$ B. $y = 1$
C. $y = x + 2$ D. $y = x$

Câu 3. Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{x-2}$ là:

- A. $J(0;2)$ B. $I(2;0)$ C. $K(2;3)$ D. $L(2;3)$

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{-4x+5}{2x+3}$ có đồ thị (C). Xét tính **đúng sai** của các khẳng định dưới đây.

- a) Hàm số không có cực trị.
b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -3$.
c) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -2$.
d) Các đường tiệm cận của đồ thị tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 3.

Câu 5. Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 150x + 900$ (nghìn đồng). Khi sản xuất càng nhiều sản phẩm thì chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm không vượt quá t (nghìn đồng). Tìm giá trị nhỏ nhất của t .

Đáp số:.....

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. A

Câu 2. D Gọi ý: Ta có: $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 2} = \frac{x(x+2) - 2}{x + 2} = x - \frac{2}{x+2}$.

Câu 3. B Gọi ý: Đường tiệm cận đứng: $x = 2$; Đường tiệm cận ngang: $y = 0$.

Giao điểm hai đường tiệm cận: $I(2;0)$.

Câu 4. a) Đ b) S c) Đ d) Đ

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^-} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{3}{2}$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -2$.

Diện tích hình chữ nhật cần tìm là $S = \left| -\frac{3}{2} \right| \cdot \left| -2 \right| = 3$.

Câu 5. 150.

Gọi ý: Chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm là $f(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{150x + 900}{x}$.

Ta có: $f'(x) = \frac{-900}{x^2} < 0, \forall x > 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{150x + 900}{x} = 150$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		-
$f(x)$	$+\infty$	150

Vậy khi sản xuất càng nhiều sản phẩm thì chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm càng giảm, nhưng không dưới 150 nghìn đồng.

BÀI 4. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

(Thời gian thực hiện: 5 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức, kĩ năng

- Mô tả sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số: tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị.
- Khảo sát tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số: hàm bậc ba; các hàm số phân thức hữu tỉ dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$) và $y = \frac{ax^2+bx+c}{px+q}$ ($a \neq 0, p \neq 0$).
- Nhận biết tính đối xứng (tâm đối xứng, trục đối xứng) của đồ thị các hàm số trên.
- Nhắc lại sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị).

2. Năng lực

- Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Bồi dưỡng năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán thông qua việc lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị và các đường tiệm cận của đồ thị hàm số..
- Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề và mô hình hoá toán học thông qua các bài toán thực tiễn liên quan đến khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.
- Tạo hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Phẩm chất

- Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các HĐ nhóm.
- Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh.
- Có ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. GV: Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), phần mềm Geogbra để vẽ đồ thị, bảng phụ và phiếu học tập.

2. HS: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học, làm trước bài tập về nhà.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

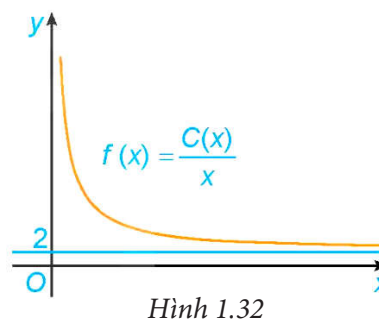
TIẾT 1. SƠ ĐỒ KHẢO SÁT HÀM SỐ

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (7 phút) (HĐ khởi động này chung cho cả bài học)

a) Mục tiêu: Khởi gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện bài toán thực tế vận dụng sự biến thiên của hàm số.

b) Nội dung: Tình huống **Mở đầu**, trang 26, SGK.

Một đơn vị sản xuất hàng tiêu dùng ước tính chi phí để sản xuất x đơn vị sản phẩm là $C(x) = 2x + 45$ (triệu đồng). Khi đó, chi phí trung bình cho mỗi đơn vị sản phẩm là $f(x) = \frac{C(x)}{x}$. Hãy giải thích tại sao chi phí trung bình giảm theo x nhưng luôn lớn hơn 2 triệu đồng/sản phẩm. Điều này thể hiện trên đồ thị hàm số $f(x)$ trong Hình 1.32 như thế nào?



c) Sản phẩm: Tạo sự kích thích lôi cuốn sự chú ý của HS, giúp HS thấy được tình huống cần khảo sát hàm số để giải quyết.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

Yêu cầu HS nghiên cứu tình huống **Mở đầu** trang 26, SGK.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu nội dung trong phần **Mở đầu** và làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt HS vào bài mới: Bài học này sẽ giúp em thấy được trong thực tế có rất nhiều tình huống được mô hình hoá dưới dạng hàm số và cần khảo sát hàm số để giải quyết các tình huống đó.

Hoạt động 2: Làm quen với việc khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (18 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS hình thành sơ đồ khảo sát hàm số.

b) Nội dung: HD1, trang 26, SGK: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$. Thực hiện lần lượt các yêu cầu sau:

➤ **H1:** a) Tính y' và tìm các điểm tại đó $y' = 0$.

➤ **H2:** b) Xét dấu y' để tìm các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến và cực trị của hàm số.

➤ **H3:** c) Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ và lập bảng biến thiên của hàm số.

➤ **H4:** d) Vẽ đồ thị của hàm số và nhận xét về tính đối xứng của đồ thị.

c) Sản phẩm:

➤ **H1:** a) Ta có: $y' = 2x - 4$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

➤ **H2:** b) Trên khoảng $(2; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến.

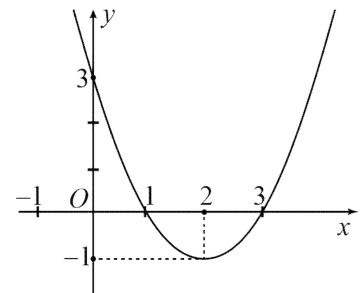
Trên khoảng $(-\infty; 2)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ với $y_{CT} = -1$.

➤ **H3:** c) Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	-1	$+\infty$



Hình 1.33

➤ **H4:** d) Đồ thị (H.1.33): Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 3)$, cắt trục hoành tại điểm $(1; 0)$ và $(3; 0)$, nhận đường thẳng $x = 2$ làm trục đối xứng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cặp đôi. Yêu cầu HS trả lời **HD1** a), b), c) và d) vào giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **HD1**, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trả lời, trình bày kết quả các câu a), b), c) và d); HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Thông qua **HD1**, GV sẽ hướng dẫn HS khái quát lại sơ đồ khảo sát hàm số.

Hoạt động 3: Lập sơ đồ khảo sát hàm số (17 phút)

a) Mục tiêu: Trình bày các bước khảo sát và vẽ đồ thị của một hàm số.

b) Nội dung: Nêu các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.

1) Tìm tập xác định của hàm số.

2) Khảo sát sự biến thiên của hàm số:

Tính đạo hàm y' . Tìm các điểm tại đó y' bằng 0 hoặc đạo hàm không tồn tại.

Xét dấu y' để chỉ ra các khoảng đơn điệu của hàm số.

Tìm cực trị của hàm số.

Tìm các giới hạn tại vô cực và tìm tiệm cận của đồ thị hàm số (nếu có).

Lập bảng biến thiên của hàm số.

3) Vẽ đồ thị của hàm số dựa vào bảng biến thiên.

Chú ý: Khi vẽ đồ thị, nên xác định thêm một số điểm đặc biệt của đồ thị, chẳng hạn tìm giao điểm của đồ thị với các trục toạ độ (khi có và việc tìm không quá phức tạp). Ngoài ra, cần lưu ý đến tính đối xứng của đồ thị (đối xứng tâm, đối xứng trục).

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Nghiên cứu các bước thực hiện trong **HD1**.
- Yêu cầu thảo luận nhóm đôi và trình bày các bước khảo sát và vẽ đồ thị của một hàm số.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Đọc lại các bước thực hiện trong **HD1**. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.
- Thảo luận nhóm đôi và trình bày các bước khảo sát và vẽ đồ thị của một hàm số.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV trình chiếu *Sơ đồ khảo sát và vẽ đồ thị của một hàm số*, trang 26, SGK.

Lưu ý: Để vẽ đồ thị chính xác cần tìm các điểm đặc biệt của đồ thị bao gồm giao điểm của đồ thị với các trục toạ độ, tâm đối xứng, trục đối xứng của đồ thị (nếu có).

- Tìm giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ với trục Ox : $y = 0$. Ta cho $f(x) = 0$ tìm x .
- Tìm giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ với trục Oy : $x = 0$. Ta cho $x = 0$ tìm y .

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)**

- Xem lại các bước khảo sát và vẽ đồ thị của một hàm số.
- Tìm hiểu trước bài “*Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đa thức bậc ba*” trang 27, 28, SGK.

TIẾT 2. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ ĐA THỨC BẬC BA

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$$

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (4 phút)

a) Mục tiêu: Nhắc lại sơ đồ khảo sát hàm số.

b) Nội dung: Sơ đồ khảo sát hàm số, trang 26, SGK.

c) Sản phẩm: HS trình bày lại sơ đồ khảo sát hàm số.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

Yêu cầu HS nhắc lại các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trình bày các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số; làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt HS vào bài mới: Bài học này sẽ giúp các em biết cách khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đa thức bậc ba trong trường hợp hàm số có cực trị và không có cực trị.

Hoạt động 2: Làm quen với việc khảo sát và vẽ đồ thị hàm số bậc ba (15 phút)

a) Mục tiêu: Thực hành khảo sát hàm số đa thức bậc ba trong trường hợp hàm số có cực trị.

b) Nội dung: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

c) Sản phẩm:

• Tập xác định của hàm số: $\mathbb{R}$.

• Sự biến thiên: Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

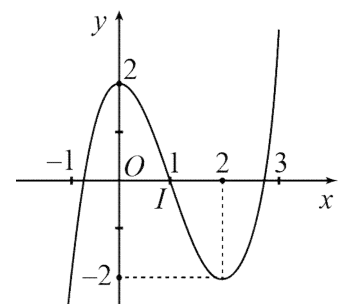
Trên khoảng $(0; 2)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng đó.

• Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CD} = 2$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và $y_{CT} = -2$.

• Các giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^3}\right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^3}\right) = +\infty$

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$



Hình 1.34

Đồ thị:

Khi $x = 0$ thì $y = 2$ nên $(0; 2)$ là giao điểm của đồ thị với trục Oy .

Ta có: $y = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 1 - \sqrt{3}$ hoặc $x = 1 + \sqrt{3}$.

Vậy đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại ba điểm $(1; 0)$, $(1 - \sqrt{3}; 0)$, $(1 + \sqrt{3}; 0)$.

Điểm $(0; 2)$ là điểm cực đại và điểm $(2; -2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số đã cho được biểu diễn trên Hình 1.34, có tâm đối xứng là điểm $I(1;0)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân, yêu cầu HS thực hiện vào giấy nháp.
- HS thảo luận cặp đôi sau khi làm việc cá nhân, lấy **Ví dụ 1**, trang 27, SGK đóng vai trò làm ví dụ mẫu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **Ví dụ 1**, để thực hiện khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ HS khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả; HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Lưu ý: Tâm đối xứng của đồ thị hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$); chú ý rằng hoành độ tâm đối xứng là nghiệm phương trình $y'' = 0$ hay $x = \frac{-b}{3a}$. Ngoài ra, đối với hàm số bậc ba có 2 điểm cực trị là A, B thì tâm đối xứng của đồ thị là trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- Chú ý tính đối xứng của đồ thị và chiều biến thiên của hàm số để vẽ đồ thị chính xác.
- Đồ thị hàm số bậc ba không có tiệm cận.

Hoạt động 3: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đa thức bậc ba (10 phút)

a) Mục tiêu: Thực hành khảo sát hàm số đa thức bậc ba trong trường hợp hàm số không có cực trị.

b) Nội dung: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x$.

c) Sản phẩm:

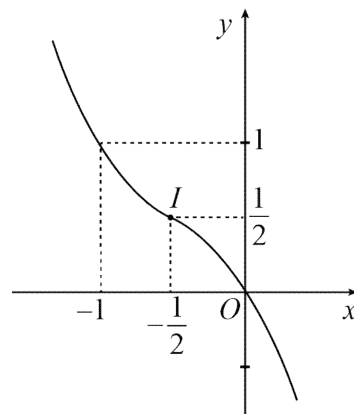
- Tập xác định của hàm số: $\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên: Đạo hàm $y' = -3x^2 - 3x - \frac{3}{2}$. Do $y' < 0$ trên $\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Hàm số đã cho không có cực trị.

Các giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-x^3 \left(1 + \frac{3}{2x} + \frac{3}{2x^2} \right) \right] = +\infty;$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-x^3 \left(1 + \frac{3}{2x} + \frac{3}{2x^2} \right) \right] = -\infty.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	-	
y	$+\infty$	$-\infty$



Hình 1.35

- Đồ thị (Hình 1.35): Đồ thị của hàm số đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ và điểm $(-1; 1)$.

Đồ thị của hàm số có tâm đối xứng là điểm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân, thực hiện vào giấy nháp. Thảo luận luận cặp đôi sau khi làm việc cá nhân.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS khảo sát và vẽ đồ thị hàm số bậc ba đã cho, **Ví dụ 2**, trang 27, SGK đóng vai trò làm mẫu.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ HS khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả; HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Lưu ý: Tâm đối xứng của đồ thị hàm bậc ba; Chú ý hoành độ tâm đối xứng là nghiệm phương trình $y'' = 0$ (đối với các hàm số bậc ba không có cực trị) để vẽ đồ thị.

Hoạt động 4: Luyện tập khảo sát và vẽ đồ thị hàm số bậc ba (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Rèn luyện kỹ năng khảo sát hàm số đa thức bậc ba.

b) **Nội dung:** Luyện tập 1, trang 28, SGK.

c) Sản phẩm:

- Tập xác định của hàm số: $\mathbb{R}$.

- Sự biến thiên: Ta có: $y' = -6x^2 + 6x - 5 = -6\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{2} < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

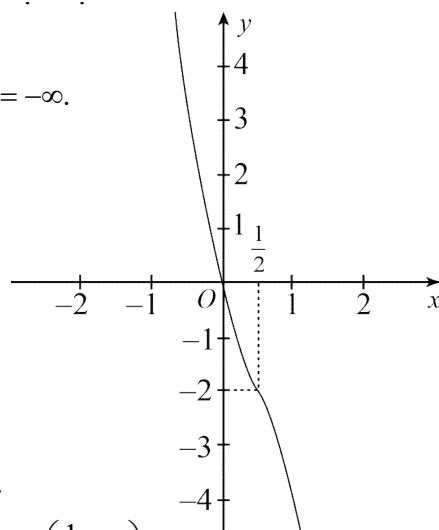
Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Hàm số không có cực trị.

Giới hạn tại vô cực:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + 3x^2 - 5x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 3x^2 - 5x) = -\infty.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	-	
y	$+\infty$	$-\infty$



- Đồ thị (H.1.36): Ta có: $y = 0 \Leftrightarrow -2x^3 + 3x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Đồ thị của hàm số đi qua gốc tọa độ và có tâm đối xứng là điểm $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$.

Hình 1.36

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân. Yêu cầu HS thực hiện vào giấy nháp.
- Thảo luận cặp đôi sau khi làm việc cá nhân.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS khảo sát và vẽ đồ thị hàm số bậc ba trong **Luyện tập 1**, trang 28 SGK.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ HS khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả; HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Lưu ý: • Nằm vững các bước khảo sát và vẽ được đồ thị hàm số.

- Xác định được tâm đối xứng của đồ thị hàm số bậc ba.

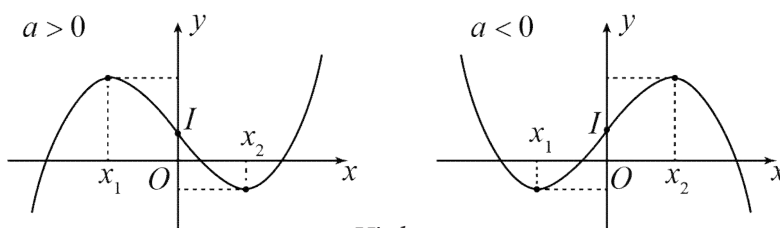
Hoạt động 5: Củng cố kiến thức khảo sát và vẽ đồ thị hàm số bậc ba (4 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kiến thức khảo sát hàm số đa thức bậc ba.

b) Nội dung: Phiếu học tập 1 và Phiếu học tập 2.

c) Sản phẩm:

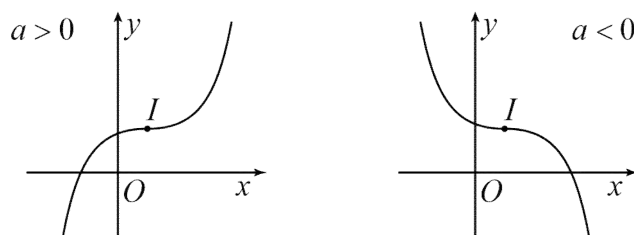
➤ **TH1:** $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 . Khi đó, hàm số có hai điểm cực trị $x = x_1$ và $x = x_2$ (H.1.37).



Hình 1.37

➤ **TH2:** $y' = 0$ có nghiệm kép x_0 .

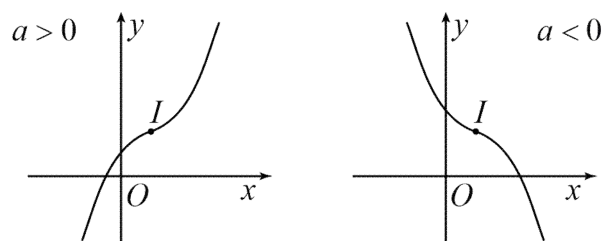
Khi đó, hàm số không có cực trị (H.1.38).



Hình 1.38

➤ **TH3:** $y' = 0$ vô nghiệm.

Khi đó, hàm số không có cực trị (H.1.39).



Hình 1.39

d) Tổ chức thực hiện:

- HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.
- GV phát vấn cho HS nhận dạng đồ thị hàm số bậc ba.

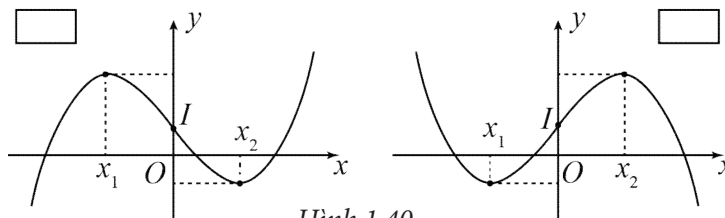
*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Xem lại các **Ví dụ 1, Ví dụ 2** đã giải. Hoàn thành **Phiếu học tập 2**.
- Tìm hiểu trước bài: “*Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ*” trang 28, 29, SGK.

PHIẾU HỌC TẬP 1

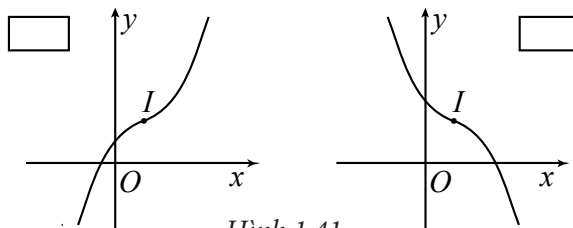
Cho hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$):

TH1: $y' = 0$ có Khi đó, hàm số có điểm cực trị; Dấu hệ số a ?



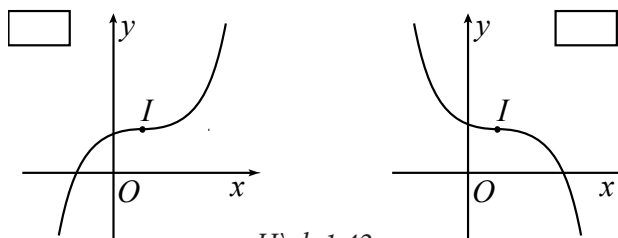
Hình 1.40

TH2: $y' = 0$ Khi đó, hàm số có điểm cực trị; Dấu hệ số a ?



Hình 1.41

TH3: $y' = 0$ Khi đó, hàm số có điểm cực trị; Dấu hệ số a ?



Hình 1.42

PHIẾU HỌC TẬP 2

Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$:

1) Hàm số không có điểm cực trị: $b^2 - 3ac \dots 0$ hoặc $\begin{cases} a = \dots\dots\dots \\ b = \dots\dots\dots \end{cases}$.

2) Hàm số có hai điểm cực trị: $\begin{cases} a \dots\dots 0 \\ b^2 - 3ac \dots\dots 0 \end{cases}$.

3) Liên hệ giữa tổng và tích hai nghiệm của phương trình $y' = 0$: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dots\dots\dots \\ x_1 x_2 = \dots\dots\dots \end{cases}$.

4) Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số chính là trung điểm của đoạn nối 2 điểm cực trị.
Hoành độ của tâm đối xứng là nghiệm phương trình: $y'' = 0 \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$.

TIẾT 3. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ PHÂN THỨC

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0, ad-bc \neq 0)$$

Hoạt động 1: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0, ad-bc \neq 0)$ (14 phút)

a) Mục tiêu: Thực hành khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ dạng bậc nhất/bậc nhất.

b) Nội dung: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

c) Sản phẩm:

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

• Sự biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$. Vì $y' > 0$ với mọi $x \neq -1$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Tìm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$.

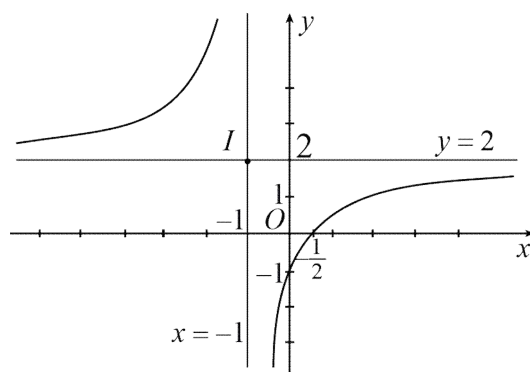
Suy ra đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty.$$

Suy ra đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2 $\nearrow$ $+\infty$		$-\infty$ $\nearrow$ 2



• Đồ thị (H.1.43): Đồ thị của hàm số giao với trục Ox tại điểm $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, giao với trục Oy tại điểm $(0; -1)$.

Hình 1.43

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(-1; 2)$.

Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = -1$ và $y = 2$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân. Yêu cầu HS nhắc lại cách tìm hai đường tiệm cận của hàm số.

- HS khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đã cho, với **Ví dụ 3**, trang 27, SGK đóng vai trò làm mẫu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Nghiên cứu **Ví dụ 3**. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đã cho.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ HS khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả; HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Lưu ý:

- Tâm đối xứng của đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ bậc dạng nhất trên bậc nhất chính là giao điểm của hai đường tiệm cận.
- Hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận của đồ thị là trục đối xứng.
- Hàm số phân thức hữu tỉ bậc dạng nhất trên bậc nhất không có cực trị.
- Đồ thị $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$) có giao điểm với trục Ox tại điểm $M\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ và giao điểm với trục Oy tại điểm $N\left(0; \frac{b}{d}\right)$.

Hoạt động 2: Luyện tập khảo sát và vẽ đồ thị của hàm phân thức hữu tỉ dạng bậc nhất/bậc nhất (12 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kĩ năng khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ dạng bậc nhất/bậc nhất.

b) Nội dung: Luyện tập 2, trang 29, SGK.

Giải bài toán ở tình huống **Mở đầu**, coi $f(x)$ là hàm số xác định với $x \geq 1$.

c) Sản phẩm: HS khảo sát và vẽ được đồ thị hàm số trong **Luyện tập 2**. Xác định được tâm đối xứng của đồ thị.

Ta có $f(x) = \frac{2x+45}{x} = 2 + \frac{45}{x}$, $x \geq 1$. Khi đó $f'(x) = -\frac{45}{x^2} < 0$ với mọi $x \geq 1$.

Vậy hàm số này nghịch biến trên $[1; +\infty)$, chứng tỏ chi phí trung bình giảm theo x .

Hơn nữa, ta thấy $f(x) > 2$ với mọi $x \geq 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

Từ đó, ta nhận thấy chi phí trung bình giảm nhưng luôn lớn hơn 2 triệu đồng/sản phẩm.

Ngoài ra, khi x càng lớn thì chi phí trung bình càng gần với 2 triệu đồng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân. Yêu cầu HS thực hiện vào giấy nháp.
- HS thảo luận cặp đôi sau khi làm việc cá nhân và giải thích tại sao chi phí trung bình giảm theo x nhưng luôn lớn hơn 2 triệu đồng/sản phẩm.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS khảo sát và vẽ đồ thị hàm số trong **Luyện tập 2**, trang 29, SGK.
- Giải thích tại sao chi phí trung bình giảm theo x nhưng luôn lớn hơn 2 triệu đồng/sản phẩm.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ HS khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả; HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Lưu ý : - Xác định được tâm đối xứng của đồ thị hàm số phân thức hữu dạng tỉ bậc nhất/bậc nhất.

- Nhận dạng đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ dạng bậc nhất/bậc nhất.

Hoạt động 3: Vận dụng khảo sát và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ dạng bậc nhất/bậc nhất (12 phút)

a) Mục tiêu: Mô hình hoá bài toán thực tế dưới dạng hàm số phân thức hữu tỉ và khảo sát hàm số này để giải quyết bài toán.

b) Nội dung: Vận dụng, trang 29 SGK: Một bể chứa ban đầu có 200 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 40 lít nước, đồng thời cho vào bể 20 gam chất khử trùng (hòa tan).

➤ **H1:** a) Tính thể tích nước và khối lượng chất khử trùng có trong bể sau t phút. Từ đó tính nồng độ chất khử trùng (gam/lít) trong bể sau t phút.

➤ **H2:** b) Coi nồng độ chất khử trùng là hàm số $f(t)$ với $t \geq 0$. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số này.

➤ **H3:** c) Hãy giải thích tại sao nồng độ chất khử trùng tăng theo t nhưng không vượt ngưỡng 0,5 gam/lít.

c) Sản phẩm:

➤ **H1:** a) Nồng độ chất khử trùng sau t phút là $\frac{20t}{200+40t}$ (gam/lít).

➤ **H2:** b) Ta có $f(t) = \frac{t}{10+2t}$, $t \geq 0$.

• Tập xác định: $[0; +\infty)$.

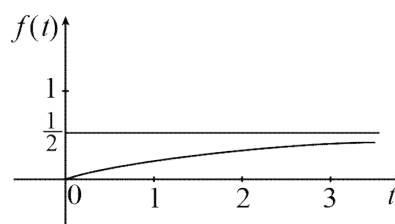
• Sự biến thiên: Ta có: $f'(t) = \frac{10}{(10+2t)^2} > 0$ với mọi $t \geq 0$.

Hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$. Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Bảng biến thiên:

t	0	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	0	$\frac{1}{2}$

• Đồ thị (H.1.44):



Hình 1.44

➤ **H3:** c) Do $f(t)$ là hàm tăng nên nồng độ chất khử trùng tăng theo thời gian. Tuy nhiên, do $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0,5$ nên nồng độ này không vượt ngưỡng 0,5 gam/lít.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc theo 4 nhóm. Yêu cầu các nhóm thực hiện **Luyện tập 2** vào bảng phụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện **Luyện tập 2**. GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ các nhóm khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận:

GV gọi đại diện một nhóm trình bày kết quả; các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định:

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 4: Củng cố kiến thức (5 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kiến thức khảo sát hàm số và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$).

b) Nội dung: PHIẾU HỌC TẬP

Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có:

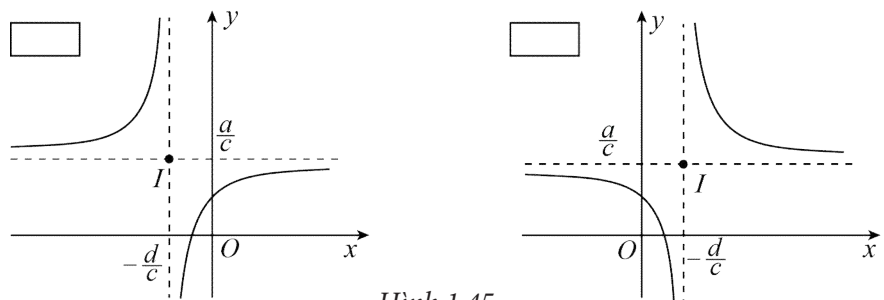
Tập xác định: $D = \dots\dots\dots$; Đạo hàm: $y' = \dots\dots\dots$; Dấu của y'

(1) Tiệm cận đứng $x = \dots\dots\dots$ (2) Tiệm cận ngang $y = \dots\dots\dots$

(3) Giao với $Ox: y = 0 \Rightarrow \dots\dots\dots$ (4) Giao với $Oy: x = 0 \Rightarrow y = \dots\dots\dots$

Đồ thị nhận làm tâm đối xứng.

Hình dạng đồ thị (H.1.45):



Hình 1.45

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện: HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Làm **Bài tập 1.21**, trang 32, SGK.

- Tìm hiểu trước: “Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ ”, trang 30, 31, SGK.

TIẾT 4. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ PHÂN THỨC

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q} \quad (a \neq 0, p \neq 0, \text{ có đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu})$$

Hoạt động 1: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số phân thức $y = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q} \quad (a \neq 0, p \neq 0)$ (14 phút)

a) Mục tiêu: Thực hành khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ bậc hai trên bậc nhất trong trường hợp hàm số có cực trị.

b) Nội dung: Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$.

c) Sản phẩm:

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

• Sự biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Trên các khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng đó.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ với $y_{CT} = 6$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ với $y_{CD} = 2$.

Các giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1} = +\infty$.

Tiệm cận: $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - x} = 1$ và $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 2}{x - 1} = 3$.

Suy ra đường thẳng $y = x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1} = +\infty$.

Suy ra đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

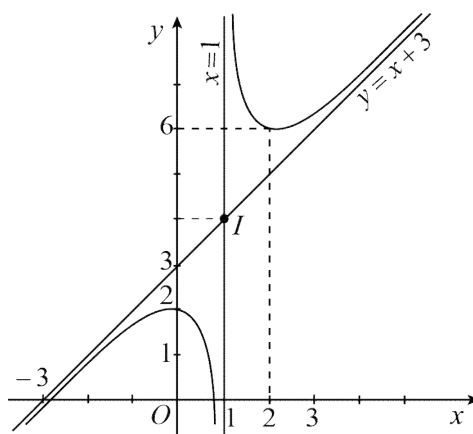
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'		+	0	-	
y					
		2			

• Đồ thị (H.1.46): Ta có:

$$y = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 + \sqrt{3} \text{ hoặc } x = -1 - \sqrt{3}.$$

Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm $(-1 + \sqrt{3}; 0)$ và điểm $(-1 - \sqrt{3}; 0)$.



Hình 1.46

Đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điểm $(0; 2)$. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(1; 4)$.

Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = 1$ và $y = x + 3$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân.
- Yêu cầu HS nhắc lại cách tìm đường tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- HS khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đã cho, lấy **Ví dụ 4**, trang 30, SGK đóng vai trò làm mẫu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **Ví dụ 4**. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ HS khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả; HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

- Lưu ý:**
- Giao điểm của hai đường tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.
 - Dựa vào sự biến thiên của hàm số để vẽ đồ thị hàm số.

Hoạt động 2: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số phân thức $y = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ ($a \neq 0, p \neq 0$) (12 phút)

a) Mục tiêu: Thực hành khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ bậc hai trên bậc nhất trong trường hợp hàm số không có cực trị.

b) Nội dung: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$.

c) Sản phẩm:

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
- Sự biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{-x^2 - 4x - 10}{(x + 2)^2}$.

Vì $y' < 0$ với mọi $x \neq -2$ nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} = -\infty.$$

$$\text{Tiệm cận: } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x^2 + 2x} = -1 \text{ và } b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} - (-1)x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x + 4}{x + 2} \right) = -1.$$

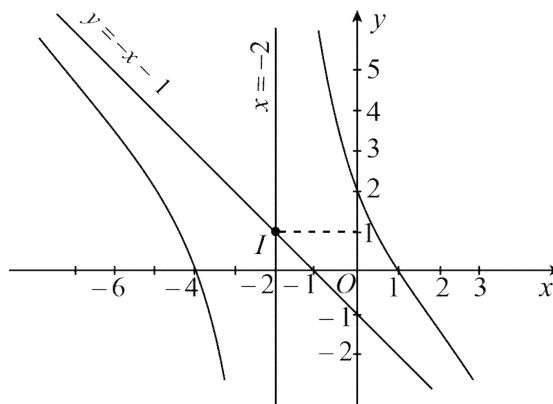
Suy ra đường thẳng $y = -x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} y = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} = +\infty.$$

Suy ra đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$



Hình 1.47

• Đồ thị (H.1.47): Ta có:

$$y = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \text{ hoặc } x = 1.$$

Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm $(-4; 0)$ và điểm $(1; 0)$.

Đồ thị hàm số giao với trục Oy tại điểm $(0; 2)$. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(-2; 1)$.

Các trục đối xứng của đồ thị hàm số là hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận $x = -2$ và $y = -x - 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân.
- Yêu cầu HS nhắc lại cách tìm đường tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- HS khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đã cho, lấy **Ví dụ 5**, trang 31, SGK đóng vai trò làm mẫu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **Ví dụ 5**. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ HS khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả; HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Yêu cầu HS nhận xét về tâm đối xứng và trục đối xứng của đồ thị hàm số:

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q} (a \neq 0, p \neq 0)$$

Lưu ý: - Tâm đối xứng của đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ dạng bậc hai trên bậc nhất chính là giao điểm của hai đường tiệm cận.

- Hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận của đồ thị là trục đối xứng.

Hoạt động 3: Luyện tập khảo sát và vẽ đồ thị hàm số phân thức hữu tỉ bậc hai/bậc nhất (12 phút)

a) Mục tiêu: Giải bài toán ở tình huống **Mở đầu**. Cùng cố kỹ năng khảo sát hàm số phân thức hữu tỉ dạng bậc hai/bậc nhất.

b) Nội dung: Luyện tập 3, trang 32, SGK:

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{-x^2 + 3x - 1}{x - 2}$.

c) Sản phẩm:

• Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

• Sự biến thiên: Ta có: $y = -x + 1 + \frac{1}{x-2}$; $y' = -1 - \frac{1}{(x-2)^2} < 0$ với mọi $x \neq 2$.

+ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

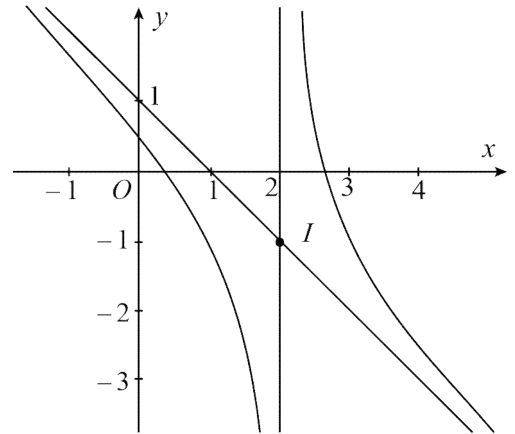
+ Hàm số không có cực trị.

+ Tiệm cận: $y = -x + 1$ là tiệm cận xiên, $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

• Đồ thị (H.1.48): Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $\left(0; \frac{1}{2}\right)$, cắt trục hoành tại các điểm $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 0\right)$ và $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}; 0\right)$. Đồ thị có tâm đối xứng là điểm $I(2; -1)$.



Hình 1.48

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân. Yêu cầu HS thực hiện vào giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS khảo sát và vẽ đồ thị hàm số trong **Luyện tập 3, trang 32, SGK**.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ HS khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả; HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 4: Củng cố kiến thức (5 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kiến thức về khảo sát và vẽ đồ thị của một hàm số.

b) Nội dung: Phiếu học tập.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS.

d) **Tổ chức thực hiện:**

- HS làm việc cá nhân, điền khuyết hoàn thành phiếu học tập dưới sự hướng dẫn của GV.
- GV chọn bài làm của một số HS, sau đó trình chiếu kết quả rồi yêu cầu HS nhận xét và sửa sai.

PHIẾU HỌC TẬP (Củng cố kiến thức)

Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ ($a \neq 0, p \neq 0$) (đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu).

Tập xác định:

Đạo hàm: $y' = \dots\dots\dots$

TH1: Hình 1.49 a) và Hình 1.49b).

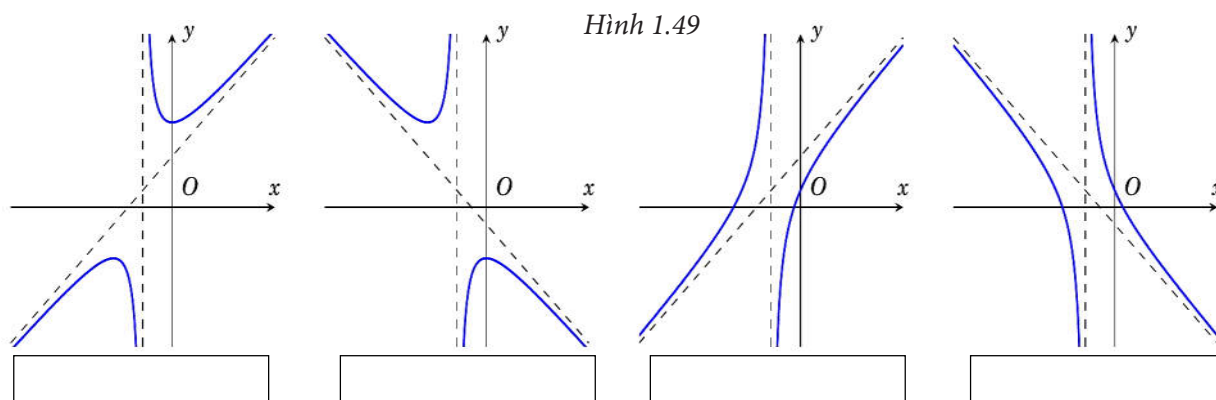
Hàm số 2 điểm cực trị khi có nghiệm phân biệt; dấu hệ số a

TH2: Hình 1.49c) và Hình 1.49d).

Hàm số không có cực trị khi nghiệm; dấu hệ số a

Đồ thị nhận giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên làm

Hình dáng đồ thị (H.1.49):



* **Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Xem lại phiếu học tập đã hoàn thiện khảo sát.
- Làm **Bài tập 1.23, 1.24, 1.25**, trang 32, SGK.

TIẾT 5. LUYỆN TẬP KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Hoạt động 1: Củng cố lại các kiến thức về khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (Mở đầu)(10 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại các kiến thức liên quan đến khảo sát hàm số.

b) **Nội dung:** Phiếu học tập.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân. GV yêu cầu HS hoàn thành các nội dung trong phiếu học tập.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS hoàn thành các nội dung trong phiếu học tập.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ HS khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả; HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 2: Luyện tập khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (18 phút)

a) Mục tiêu: Thực hành khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.

b) Nội dung: Bài tập 1.21a, 1.22b, 1.23a, trang 32, SGK.

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau:

➤ **H1:** a) $y = -x^3 + 3x + 1$. ➤ **H2:** b) $y = \frac{x+3}{1-x}$. ➤ **H3:** c) $y = \frac{2x^2 - x + 4}{x-1}$.

c) Sản phẩm:

HS khảo sát và vẽ được đồ thị hàm số trong **Bài tập 1.21a, 1.22b, 1.23a**, trang 32, SGK.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân (đã giao nhiệm vụ ở nhà).
- Thực hiện làm việc nhóm và hoàn thành vào bảng phụ.
- Nhóm 1: **Bài tập 1.21a**; Nhóm 2: **Bài tập 1.22b**; Nhóm 3: **Bài tập 1.23a**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thực hiện nhiệm vụ theo phân công.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ các nhóm khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận:

GV gọi đại diện HS của mỗi nhóm trình bày kết quả; các nhóm còn lại nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Lưu ý: + Hình dạng đồ thị của các hàm số đã học; cách xác định tâm đối xứng (trục đối xứng) của mỗi đồ thị hàm số (nếu có).

+ Chú ý hàm số phân thức hữu tỉ dạng bậc nhất trên bậc nhất không có cực trị.

Hoạt động 3: Vận dụng khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (15 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS thấy được các bài toán mô hình hoá dạng hàm số và khảo sát hàm số để giải quyết.

b) Nội dung: Bài tập 1.24, trang 32, SGK.

Một cốc chứa 30 ml dung dịch KOH (potassium hydroxide) với nồng độ 100 mg/ml. Một bình chứa dung dịch KOH khác với nồng độ 8 mg/ml được trộn vào cốc.

- **H4:** a) Tính nồng độ KOH trong cốc sau khi trộn x (ml) từ bình chứa, kí hiệu là $C(x)$.
- **H5:** b) Coi $C(x)$ là hàm số xác định với $x \geq 0$. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số này.
- **H6:** c) Giải thích tại sao nồng độ KOH trong cốc giảm theo x nhưng luôn lớn hơn 8 mg/ml.

c) Sản phẩm:

➤ **H4:** a) Ta có $C(x) = \frac{3\,000 + 8x}{30 + x}$, $x \geq 0$.

➤ **H5:** b) Khảo sát hàm số $C(x)$ với $x \geq 0$. Ta có $C'(x) = -\frac{2\,760}{(x + 30)^2} < 0$ với mọi $x \geq 0$.

+ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

+ Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} C(x) = 8$.

➤ **H6:** c) Từ đó, ta thấy nồng độ KOH giảm theo x nhưng luôn lớn hơn 8 mg/ml.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc nhóm (3 nhóm). Yêu cầu các nhóm thực hiện vào bảng phụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận và hoàn thành kết quả vào bảng phụ.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ các nhóm khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày kết quả; các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, bổ sung và chuẩn kiến thức.

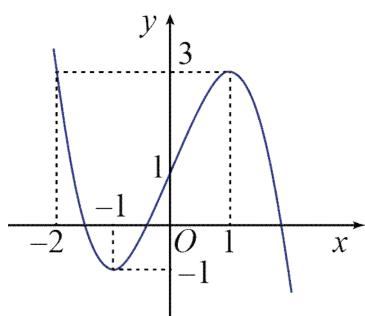
*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Làm **Bài tập 1.23b, 1.24a, 1.25** còn lại trang 32, SGK.
- Xem trước bài mới: “Ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn”.

PHIẾU HỌC TẬP

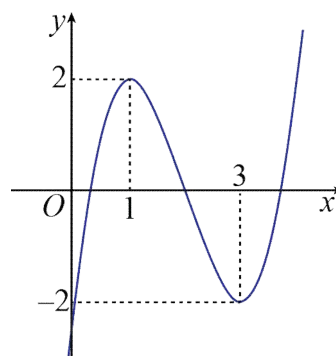
Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây không phải là đồ thị của một hàm số đa thức bậc ba?

A.

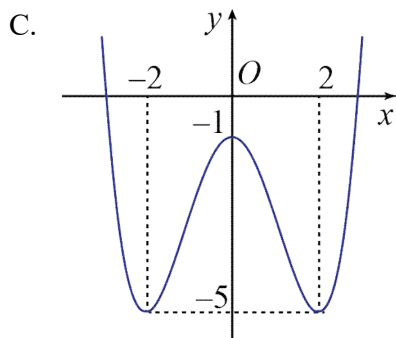


Hình 1.50

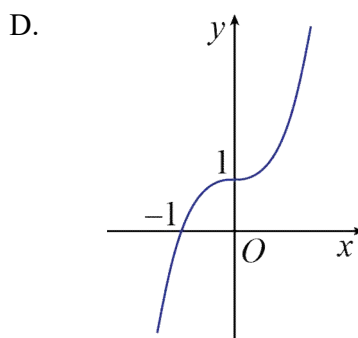
B.



Hình 1.51



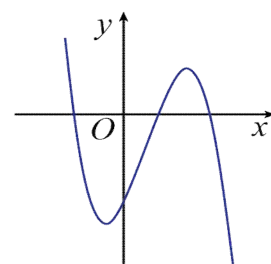
Hình 1.52



Hình 1.53

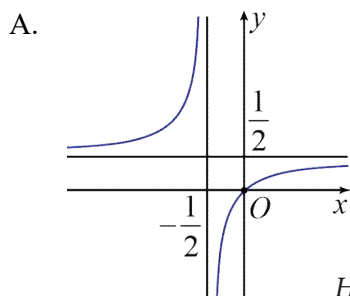
Câu 2. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như Hình 1.54. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $a > 0, d > 0$.
- B. $a < 0, d > 0$.
- C. $a > 0, d < 0$.
- D. $a < 0, d < 0$.

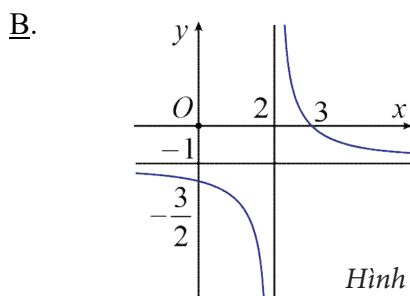


Hình 1.54

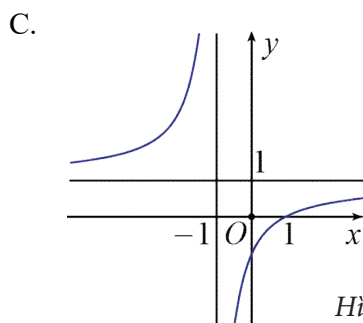
Câu 3. Đồ thị của hàm số $y = \frac{-x+3}{x-2}$ là hình nào trong những hình dưới đây?



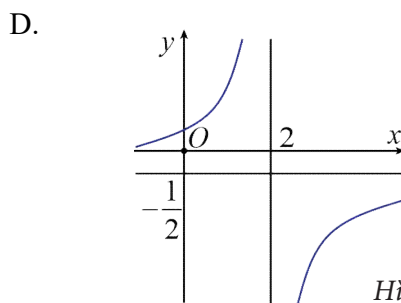
Hình 1.55



Hình 1.56



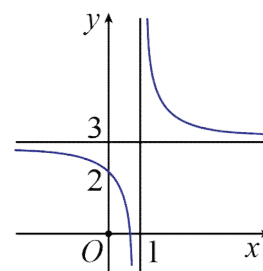
Hình 1.57



Hình 1.58

Câu 4. Đường cong trong Hình 1.59 là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

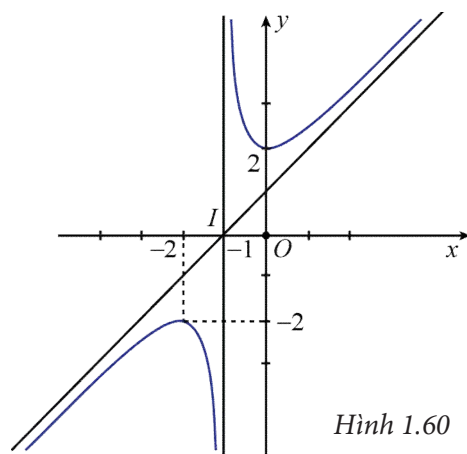
- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- B. $y' > 0, \forall x \neq 1$.
- C. $y' < 0, \forall x \neq 1$.
- D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



Hình 1.59

Câu 5. Hình 1.60 là đồ thị của hàm số nào trong những hàm số dưới đây?

- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$
 B. $y = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$
 C. $y = \frac{2x-3}{x+1}$
 D. $y = \frac{x^2+2x+2}{x-1}$

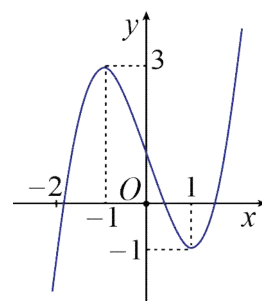


Hình 1.60

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

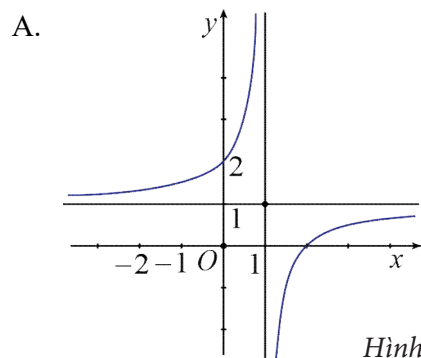
Câu 1. Đường cong trong Hình 1.61 là đồ thị của hàm số nào trong những hàm số dưới đây?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$
 B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$
 C. $y = -x^3 - 3x - 1$
 D. $y = -x^3 + 3x + 1$

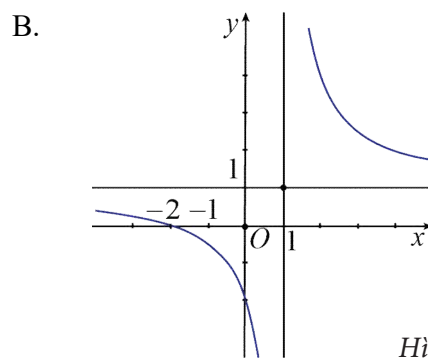


Hình 1.61

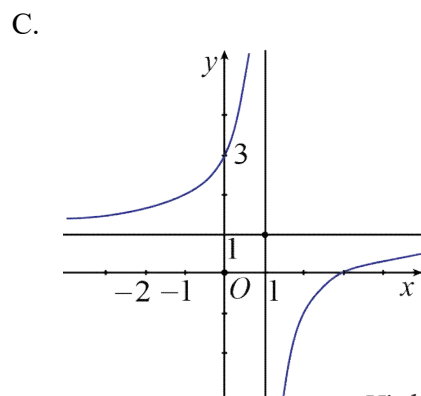
Câu 2. Đường cong nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$?



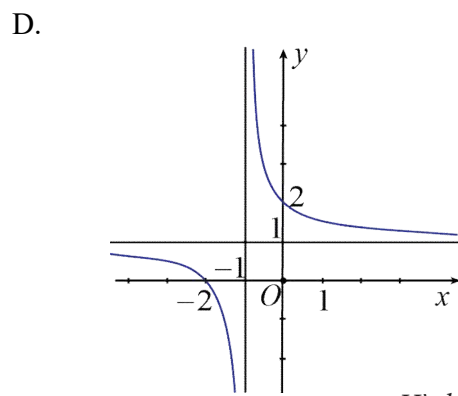
Hình 1.62



Hình 1.63



Hình 1.64



Hình 1.65

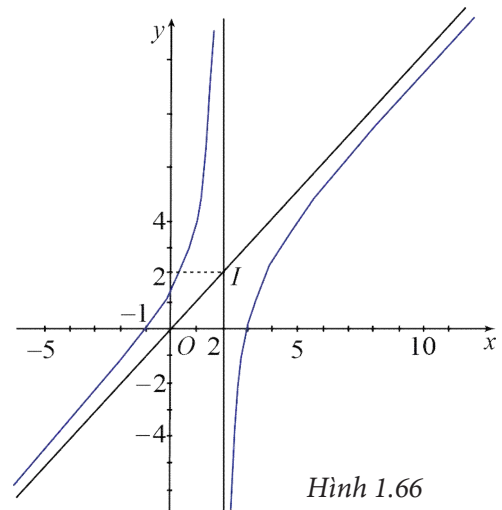
Câu 3. Đường cong trong Hình 1.66 là đồ thị của hàm số nào trong những hàm số sau đây?

A. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$

B. $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$

C. $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 2}$

D. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$

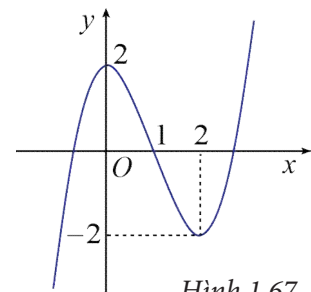


Hình 1.66

Câu 4. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như Hình 1.67.

Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau đây.

- a) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(2; 0)$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- c) Hệ số $c = 0$.
- d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(4; 10)$.



Hình 1.67

Câu 5. Một hộ sản xuất vải sây Lục Ngạn, mỗi ngày sản xuất được x kg vải ($6 \leq x \leq 14$). Tổng chi phí sản xuất x kg vải, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 19x + 300.$$

Giả sử hộ sản xuất này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 170 nghìn đồng/kg. Hỏi hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu kilôgam vải sây để thu được lợi nhuận tối đa?

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. A Gọi ý: Hình 1.61 là đồ thị của một hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Nhìn vào nhánh phải của đồ thị ta thấy đồ thị có hướng đi lên, suy ra $a > 0$.

Hàm số có hai cực trị $x = \pm 1$ nên hàm số thỏa mãn là $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 2. A Gọi ý: Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ nên đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng, nên loại đáp án D.

Ta có $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$ nên loại đáp án B.

Giao điểm của đồ thị với trục Oy là điểm $(0; 2)$, nên loại đáp án C.

Vậy đường cong trong đáp án A là đồ thị của hàm số đã cho.

Câu 3. A *Gợi ý:* Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị, suy ra loại đáp án **B** và **D**.

Ở câu C, hàm số có đồ thị đi qua gốc tọa độ nên loại đáp án **C**. Vậy ta chọn đáp án **A**.

Câu 4. a) S b) Đ c) Đ d) S

Gợi ý:

a) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0; 2)$.

c) Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$ nên:

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{c}{3a} = 0 \Rightarrow c = 0 \text{ (định lí Viète).}$$

d) Với $c = 0$ và đồ thị hàm số đi qua các điểm $(0; 2)$; $(1; 0)$; $(2; -2)$ nên ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} d = 2 \\ a + b + d = 0 \\ 8a + 4b + d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ a = 1 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x^2 + 2. \text{ Khi đó đồ thị hàm số đi qua điểm } (4; 18).$$

Câu 5. 9 kg vải sậy.

Gợi ý: Số tiền bán được là $A(x) = 170x$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được là:

$$T(x) = 170x - (x^3 - 3x^2 - 19x + 300) = -x^3 + 3x^2 + 189x - 300 \text{ (nghìn đồng).}$$

$$\text{Ta có: } T'(x) = -3x^2 + 6x + 189; \quad T'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ x = 9 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	6	9	14
$T'(x)$	+	0	-
$T(x)$	726	915	190

Vậy hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 9 kg vải sậy để thu được lợi nhuận tối đa.

BÀI 5. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

(Thời gian thực hiện: 4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức, kỹ năng

- Vận dụng được đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số bài toán liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng, các bài toán tối ưu đơn giản.
- Vận dụng đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn như tính tốc độ tức thời của một đại lượng, giải một số bài toán tối ưu hoá đơn giản trong thực tế.

2. Năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến đạo hàm và khảo sát hàm số.
- Bồi dưỡng năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thông qua việc lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị và các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực, sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.
- Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các HĐ nhóm.
- Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. GV:** Máy tính, máy chiếu, các hình ảnh minh họa, phiếu học tập, phần mềm Geogbra để vẽ đồ thị, bảng phụ.
- 2. HS:** Kiến thức về đạo hàm và khảo sát hàm số; đồ dùng học tập, làm trước bài tập về nhà, nghiên cứu **Ví dụ 5**, trang 37, SGK.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1, 2. TỐC ĐỘ THAY ĐỔI CỦA MỘT ĐẠI LƯỢNG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (15 phút)

- Mục tiêu:** Hiểu được ý nghĩa của đạo hàm và vận dụng đạo hàm vào giải quyết một số vấn đề liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng.
- Nội dung:** GV cho HS quan sát các hình ảnh (máy chiếu) và hướng dẫn, tổ chức HS tìm tòi các kiến thức liên quan bài học.



Hình 1.68



Hình 1.69

- **H1:** Theo em ở bức ảnh (H.1.68), chú công an giao thông đang làm gì?
- **H2:** Ở Hình 1.69, vận tốc của vận động viên tại các thời điểm khác nhau có bằng nhau không? Có tính được vận tốc tại thời điểm cụ thể được không?

c) Sản phẩm:

➤ **H1:** Trong Hình 1.68, chú công an đang dùng máy đo tốc độ các loại xe.

➤ **H2:** Vận động viên trong Hình 1.69 chạy trên quãng đường được tính theo công thức $S = f(t)$.

Giả sử tại thời điểm t_0 , vận động viên ở vị trí M có $S_0 = f(t_0)$; tại thời điểm t_1 ($t_1 > t_0$), vận động viên ở vị trí N có $S_1 = f(t_1)$. Khi đó, trong khoảng thời gian từ t_0 đến t_1 , quãng đường vận động viên chạy được là $MN = f(t_1) - f(t_0)$. Vậy vận tốc trung bình của vận động viên trong khoảng

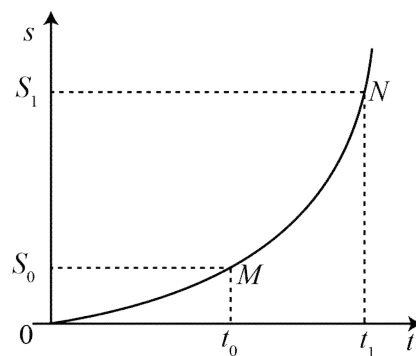
thời gian đó là $\frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$ (1). Nếu $t_1 - t_0$ càng nhỏ thì tỉ số

(1) càng phản ánh chính xác hơn sự nhanh chậm của vận động viên tại thời điểm t_0 . Từ đó, người ta xem giới hạn của tỉ số

$\frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$ khi t_1 dần đến t_0 là vận tốc tức thời tại thời điểm

t_0 của vận động viên, kí hiệu là $v(t_0)$.

Nói cách khác, $v(t_0) = \lim_{t_1 \rightarrow t_0} \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$.



Hình 1.70

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành các nhóm mỗi (nhóm có đủ các đối tượng HS, không chia theo lực học) và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS suy nghĩ độc lập, sau đó thảo luận tìm câu trả lời cho **H1**, **H2**. Các nhóm viết câu trả lời vào bảng phụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- Các nhóm treo bảng phụ viết câu trả lời cho các câu hỏi, quan sát các phương án trả lời của các nhóm bạn.
- GV gọi lần lượt 3 HS bất kì (mỗi HS thuộc một nhóm), lên bảng trình bày câu trả lời của nhóm mình (nếu rõ công thức tính trong từng trường hợp).
- HS đặt câu hỏi cho các nhóm bạn để hiểu hơn về câu trả lời, đồng thời nêu ý kiến bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.
- GV quan sát, lắng nghe, ghi chép.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm có câu trả lời tốt nhất. Động viên các nhóm còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các HĐ học tập tiếp theo.

- GV kết luận: Giới hạn $\lim_{t_1 \rightarrow t_0} \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$ được gọi là tốc độ thay đổi tức thời của $f(x)$ đối với

x tại điểm $x = x_0$. Như vậy, đạo hàm $f'(a)$ là tốc độ thay đổi tức thời của đại lượng $y = f(x)$ đối với x tại điểm $x = a$. Cụ thể:

- Nếu $s = s(t)$ là *hàm vị trí* của một vật chuyển động trên một đường thẳng thì $v = s'(t)$ biểu thị *vận tốc* tức thời của vật (tốc độ thay đổi của độ dịch chuyển theo thời gian). Tốc độ thay đổi tức thời của vận tốc theo thời gian là *gia tốc* tức thời của vật: $a(t) = v'(t) = s''(t)$.
- Nếu $C = C(t)$ là nồng độ của một chất tham gia phản ứng hoá học tại thời điểm t , thì $C'(t)$ là *tốc độ phản ứng* tức thời (tức là độ thay đổi nồng độ) của chất đó tại thời điểm t .
- Nếu $P = P(t)$ là số lượng cá thể trong một quần thể động vật hoặc thực vật tại thời điểm t , thì $P'(t)$ biểu thị *tốc độ tăng trưởng* tức thời của quần thể tại thời điểm t .
- Nếu $C = C(x)$ là *hàm chi phí*, tức là tổng chi phí khi sản xuất x đơn vị hàng hoá, thì tốc độ thay đổi tức thời $C'(x)$ của chi phí đối với số lượng đơn vị hàng được sản xuất được gọi là *chi phí biên*.

Về ý nghĩa kinh tế, chi phí biên $C'(x)$ xấp xỉ với chi phí để sản xuất thêm một đơn vị hàng hoá tiếp theo, tức là đơn vị hàng hoá thứ $x + 1$.

Hoạt động 2: Luyện tập (50 phút)

a) Mục tiêu: Hiểu được ý nghĩa của đạo hàm và vận dụng vào giải quyết một số vấn đề liên quan đến tốc độ thay đổi của một đại lượng.

b) Nội dung:

➤ **H3:** Một chất điểm chuyển động với quãng đường $s(t)$ cho bởi công thức $s(t) = 6t^2 - t^3$, t (giây) là thời gian. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ (giây).

➤ **H4:** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân là bao nhiêu để huyết áp được giảm nhanh nhất?

➤ **H5:** Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t) = \frac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ sử dụng độc tố. Sau bao nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm?

➤ **H6:** Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi phí bao gồm: 4 triệu đồng chi phí cố định; 0,2 triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0,001x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa $100 m^3$ sản phẩm. Gọi $C(x)$ là tổng chi phí để xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm trong một ngày và $\bar{C}$ là chi phí trung bình trên mỗi mét khối sản phẩm. Hỏi nên sản xuất bao nhiêu x (m^3) sản phẩm trong một ngày để chi phí trung bình sản xuất là thấp nhất.

c) Sản phẩm:

➤ **H3:** Ta có $v(t) = s'(t) = 12t - 3t^2$.

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ (s) là $v(2) = s'(2) = 12 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 = 12$ (m/s).

► **H4:** Bài toán trở thành tìm $x \in [0; 30]$ để hàm số $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $G(x) = 0,025x^2(30 - x) \Rightarrow G'(x) = 0,025(60x - 3x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 20 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	0	20	30	
$G'(x)$		+	0	-
$G(x)$	0	↗ 100 ↘	0	

Từ bảng biến thiên ta thấy $\max_{[0;30]} G(x) = G(20) = 100$.

Vậy liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhanh nhất là 20 mg.

► **H5:** Xét $P'(t) = \frac{-t^2 - 2t + 3}{(t^2 + t + 4)^2} = \frac{(t-1)(-t-3)}{(t^2 + t + 4)^2}$. $P'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 1 \end{cases}$.

Vậy hàm số đạt cực đại tại $t = 1$ và $P'(t) < 0, \forall t \in (1; +\infty)$ nên sau 1 giờ thì vi khuẩn bắt đầu giảm.

► **H6:** Tổng chi phí (triệu đồng) để xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm trong một ngày là:

$$C = C(x) = 4 + 0,2x + 0,001x^2 \text{ với } 0 \leq x \leq 100.$$

Chi phí trung bình (triệu đồng) trên mỗi mét khối sản phẩm là:

$$\bar{C} = \bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{4 + 0,2x + 0,001x^2}{x} = 0,001x + \frac{4}{x} + 0,2 \text{ với } 0 \leq x \leq 100.$$

Ta có: $\bar{C}'(x) = 0,001 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 0,001 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4000 \Leftrightarrow x = 20\sqrt{10} \in (0; 100]$.

$$\bar{C}(20\sqrt{10}) = \frac{\sqrt{10}}{25} + \frac{1}{5} \approx 0,326.$$

Bảng biến thiên:

x	0	$20\sqrt{10}$	100
$\overline{C}'(x)$	–	0	+
$\overline{C}(x)$	$+\infty$	$\frac{\sqrt{10}}{25} + \frac{1}{5}$	0,34

Từ bảng biến thiên, ta thấy chi phí trung bình thấp nhất là $\bar{C}(20\sqrt{10}) \approx 0,326$ (triệu đồng/ m^3 sản phẩm), đạt được khi $x = 20\sqrt{10} \approx 63$ (m^3).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia lớp thành các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận nhóm để đưa ra được câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS đại diện các nhóm đứng tại chỗ trả lời kết quả.

Bước 4. Kết luận, nhận định

Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV nhận xét và kết luận.

Hoạt động 3: Vận dụng (22 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng kiến thức vừa học để giải bài tập trong SGK.

b) **Nội dung:** Bài tập 1.26; 1.27 trang 40, 41 SGK.

c) **Sản phẩm:**

➤ **H7: Bài tập 1.26** trang 40:

a) Hàm vận tốc: $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 12$. Hàm gia tốc $a(t) = v'(t) = s''(t) = 6t$.

b) Hạt chuyển động lên trên khi $v(t) > 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12 > 0 \Rightarrow t > 2$.

Vậy trong khoảng thời gian $0 < t < 2$ thì hạt chuyển động xuống dưới và trong khoảng thời gian $t > 2$ thì hạt chuyển động lên.

c) Ta có: $s(0) = 3$; $s(2) = -13$; $s(3) = -6$.

Trong khoảng thời gian $0 < t < 2$ thì hạt chuyển động xuống dưới và đi được quãng đường là $3 - (-13) = 16$ đơn vị độ dài.

Trong khoảng thời gian $2 < t < 3$ thì hạt chuyển động lên và đi được quãng đường là $-6 - (-13) = 7$ đơn vị độ dài.

Vậy quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian từ $0 \leq t \leq 3$ là $16 + 7 = 23$ đơn vị độ dài.

d) Ta có $a(t) = v'(t) = s''(t) = 6t$.

Hạt tăng tốc khi $a(t) > 0 \Leftrightarrow 6t > 0 \Leftrightarrow t > 0$. Hạt giảm tốc khi $a(t) < 0 \Leftrightarrow 6t < 0 \Leftrightarrow t < 0$.

➤ **H8: Bài tập 1.27** trang 41:

a) Hàm chi phí biên: $C'(x) = 50 - x + 0,00525x^2$.

b) Ta có $C'(100) = 50 - 100 + 0,00525(100)^2 = 2,5$; nghĩa là chi phí để sản xuất thêm một đơn vị hàng hóa tiếp theo (đơn vị hàng hóa thứ 101) là 250 000 nghìn đồng.

c) Chi phí sản xuất hàng hóa thứ 101 là: $C(101) - C(100) = 24752,52675 - 24750 = 2,52675$.

Ta thấy giá trị này xấp xỉ với giá trị biên $C'(100) = 2,5$ đã tính ở câu b).

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm, yêu cầu HS làm bài.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (có thể nhóm 4-6 HS) hoàn thành yêu cầu.

- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm HS, gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, giao nhiệm vụ về nhà.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)

- Nhắc lại đạo hàm $f'(a)$ là tốc độ thay đổi tức thời của đại lượng $y = f(x)$ đối với x tại điểm $x = a$ và ý nghĩa của nó.
- Đọc tiếp nội dung còn lại của bài: “Một vài bài toán tối ưu hoá đơn giản”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = \frac{1}{2}(t^4 + 3t^2)$, t được tính bằng giây, S được tính bằng mét. Tìm vận tốc của chuyển động tại $t = 4$ (giây).

- A. $v = 140$ m/s B. $v = 150$ m/s C. $v = 200$ m/s D. $v = 0$ m/s

Câu 2. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + t + 10$ trong đó t tính bằng s và S tính bằng m. Tính thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất.

- A. 6 s B. 4 s C. 2 s D. 3 s

Câu 3. Trong thí nghiệm y học, người ta cấy 1 000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t) = 1000 + \frac{100}{100 + t^2} \text{ (con)}.$$

Trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

- A. 1 008 con B. 1 012 con C. 1 005 con D. 1 020 con

Câu 4. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

Xét tính **đúng sai** của các mệnh đề dưới đây.

- Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
- Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.
- Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B được biểu diễn bằng công thức $-0,001x^3 + 15x - 100$.

d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 5. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể

trong t (giờ) được cho bởi công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ (mg/L). Hỏi sau khi tiêm thuốc bao lâu (giờ) thì

nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân là cao nhất?

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. A

Câu 2. D

Câu 3. C

Câu 4.

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Đúng

Câu 5. 1 giờ.

TIẾT 3, 4. MỘT VÀI BÀI TOÁN TỐI ƯU HOÁ ĐƠN GIẢN

Hoạt động 1: Giới thiệu những tình huống cần tối ưu hoá thường gặp trong thực tế (10 phút).

a) Mục tiêu: Tạo hứng thú và gợi động cơ bài học, giúp HS biết quy trình giải một bài toán tối ưu hoá.

b) Nội dung: HĐ **Mở đầu**, mục 2, trang 36, SGK.

GV giới thiệu cho HS những tình huống cần tối ưu hoá thường gặp trong thực tế và cho HS lấy thêm một vài tình huống cụ thể.

c) Sản phẩm: Quy trình giải một số bài toán tối ưu hoá đơn giản:

Bước 1. Xác định đại lượng Q mà ta cần làm cho giá trị của đại lượng ấy lớn nhất hoặc nhỏ nhất và biểu diễn nó qua các đại lượng khác trong bài toán.

Bước 2. Chọn một đại lượng thích hợp nào đó, kí hiệu là x và biểu diễn các đại lượng khác ở Bước 1 theo x . Khi đó, đại lượng Q sẽ là hàm số của một biến x . Tìm tập xác định của hàm số $Q = Q(x)$.

Bước 3. Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của hàm số $Q = Q(x)$ bằng các phương pháp đã biết và kết luận.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS nghiên cứu HĐ **Mở đầu** ở mục 2.
- Tìm hiểu quy trình giải một bài toán tối ưu (GV có thể đặt cho HS một vài câu hỏi để gợi mở cho HS xây dựng quy trình giải một bài toán tối ưu hoá).

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu HĐ **Mở đầu**, tìm hiểu quy trình giải một bài toán tối ưu.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ HS khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả; HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

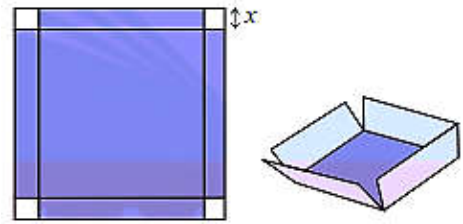
- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

- GV ghi bảng hoặc trình chiếu các bước giải một bài toán tối ưu hoá.

Hoạt động 2: Rèn luyện kỹ năng giải một bài toán tối ưu (17 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng giải một bài toán tối ưu trong kinh tế.

b) Nội dung: Bạn Việt muốn dùng tấm bìa hình vuông cạnh 6 dm làm một chiếc hộp không nắp, có đáy là hình vuông bằng cách cắt bỏ đi 4 hình vuông nhỏ ở bốn góc của tấm bìa (H.1.71).



Hình 1.71

Bạn Việt muốn tìm độ dài cạnh hình vuông cần cắt bỏ để chiếc hộp đạt thể tích lớn nhất.

➤ **H1:** a) Hãy thiết lập hàm số biểu thị thể tích hộp theo x với x là độ dài cạnh hình vuông cần cắt đi.

➤ **H2:** b) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số tìm được. Từ đó, hãy tư vấn cho bạn Việt cách giải quyết vấn đề và giải thích vì sao cần chọn giá trị này (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

c) Sản phẩm:

➤ **H1:** a) Sau khi cắt bốn góc tấm bìa và dựng thành chiếc hộp không nắp, khi đó chiếc hộp dựng thành có dạng hình hộp chữ nhật với các kích thước là x , $6-2x$ và $6-2x$ (dm).

Rõ ràng x phải thỏa mãn điều kiện $0 < x < 3$.

Thể tích của chiếc hộp là $V(x) = x(6-2x)^2$ (dm³), ($0 < x < 3$).

➤ **H2:** b) Xét hàm số $V(x) = x(6-2x)^2$ với $x \in (0;3)$. Đạo hàm $V'(x) = (6-2x)(6-6x)$.

• Tập xác định: $D = (0;3)$.

• Sự biến thiên: Trên khoảng $(0; 3)$, ta có $V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

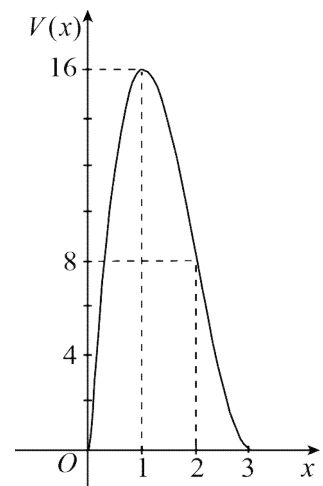
+ Trên khoảng $(0; 1)$, $V'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến.

+ Trên khoảng $(1; 3)$, $V'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến.

Hàm số có một điểm cực trị, đó là điểm cực đại tại $x = 1$ với $y_{CD} = 16$.

Bảng biến thiên:

x	0	1	3
$V'(x)$		+	-
$V(x)$	0	16	0



Hình 1.72

• Đồ thị (H.1.72): Trên khoảng $(0;3)$, đồ thị hàm số đi qua các điểm $(1;16)$ và $(2;8)$. Vậy để tìm được độ dài cạnh hình vuông nhỏ cần cắt bỏ để chiếc hộp đạt thể tích lớn nhất, ta cần tìm $x_0 \in (0;3)$ sao cho $V(x_0)$ có giá trị lớn nhất.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có trong khoảng $(0;3)$ hàm số có một điểm cực trị duy nhất, đó là điểm cực đại $x = 1$ nên tại đó $V(x)$ có giá trị lớn nhất. Vậy $\max_{(0;3)} V(x) = 16$.

Vậy độ dài cạnh của hình vuông nhỏ cần cắt bỏ là 1 dm thì chiếc hộp có thể tích lớn nhất.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc theo nhóm (4 nhóm), trình bày vào bảng phụ sau đó treo lên bảng.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Thảo luận nhóm, hoàn thành vào bảng phụ.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ các nhóm khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện một nhóm trình bày kết quả; các nhóm còn lại nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

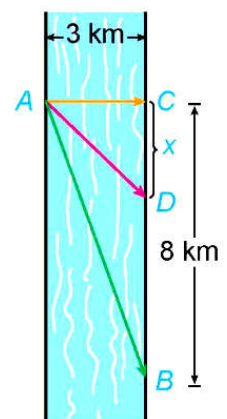
GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 3: Củng cố, rèn luyện kĩ năng giải một bài toán tối ưu hoá (18 phút)

a) Mục tiêu: HS biết cách giải quyết bài toán tối ưu hoá.

b) Nội dung: Anh An chèo thuyền từ điểm A trên bờ một con sông thẳng rộng 3 km và muốn đến điểm B ở bờ đối diện cách 8 km về phía hạ lưu càng nhanh càng tốt (H.1.73). Anh An có thể chèo thuyền trực tiếp qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến B, hoặc anh có thể chèo thuyền thẳng đến B, hoặc anh cũng có thể chèo thuyền đến một điểm D nào đó giữa C và B rồi chạy bộ đến B. Nếu vận tốc chèo thuyền là 6 km/h và vận tốc chạy bộ là 8 km/h thì anh An phải chèo thuyền sang bờ ở điểm nào để đến được B càng sớm càng tốt? (Giả sử rằng vận tốc của nước là không đáng kể so với vận tốc chèo thuyền của anh An).

c) Sản phẩm: Gọi x (km) là độ dài đoạn CD. Điều kiện: $0 \leq x \leq 8$. Độ dài quãng đường chèo thuyền là: $S_1 = \sqrt{x^2 + 9}$.



Hình 1.73

Do vận tốc chèo thuyền là 6 km/h nên thời gian chèo thuyền là: $t_1 = \frac{S_1}{6} = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6}$.

Độ dài quãng đường chạy bộ là: $S_2 = 8 - x$.

Vận tốc chạy bộ là 8 km/h nên thời gian chạy bộ là: $t_2 = \frac{S_2}{8} = \frac{8 - x}{8}$.

Do đó tổng thời gian đi từ A đến B của anh An là: $t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6} + \frac{8 - x}{8}$.

Ta cần tìm x sao cho t đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có: $t' = \frac{1}{6} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} - \frac{1}{8}$; $t' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9\sqrt{7}}{7}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{9\sqrt{7}}{7}$	8
$t'(x)$	-	0	+
$t(x)$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{8}(8 + \sqrt{7})$	$\frac{\sqrt{73}}{6}$

Vậy anh An cần chèo thuyền đến điểm cách điểm C một khoảng là $\frac{9\sqrt{7}}{7} \approx 3,402$ (km) để thời gian đến điểm B là ngắn nhất.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc nhóm (4 nhóm) **Luyện tập 2**, trang 38, SGK.
- Yêu cầu các nhóm thực hiện vào bảng phụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận và hoàn thành kết quả vào bảng phụ.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ các nhóm khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày kết quả; các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 4: Rèn luyện kĩ năng giải một bài toán tối ưu trong kinh tế (10 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kĩ năng giải một bài toán tối ưu trong kinh tế.

b) Nội dung: GV nhắc lại các khái niệm về hàm chi phí, hàm cầu, hàm doanh thu và hàm lợi nhuận trong kinh tế. Giải bài toán trong tình huống **Mở đầu**.

Một đội bóng đá thi đấu trong một sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả. Với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất?

c) Sản phẩm: Gọi x , ($x > 0$) là số lần giảm giá vé.

Khi đó giá vé sau khi giảm là $100 - 10x$ (nghìn đồng). Sau mỗi lần giảm giá thì có thêm $3\,000x$ khán giả. Do đó tổng số khán giả đến xem là $27\,000 + 3\,000x$.

Vì sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả nên $27\,000 + 3\,000x \leq 55\,000 \Leftrightarrow x \leq \frac{28}{3}$.

Doanh thu từ tiền bán vé là:

$$y = (27\,000 + 3\,000x)(100 - 10x) = -30\,000x^2 + 30\,000x + 2\,700\,000.$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số:

$$y = -30\,000x^2 + 30\,000x + 2\,700\,000 \text{ với } x > 0.$$

Tập xác định $D = (0; +\infty)$. Ta có: $y' = -60\,000x + 30\,000$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Lập bảng biến thiên, ta thấy ban tổ chức nên đặt giá vé là 95 nghìn đồng thì doanh thu tiền bán vé là lớn nhất.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc nhóm đôi. Yêu cầu các nhóm thực hiện vào vở ghi chép.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận và hoàn thành kết quả thực hiện vào vở ghi chép.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ HS khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả; các HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 5: Vận dụng (18 phút)

a) Mục tiêu: HS vận dụng, tổng hợp được các kĩ năng trong bài để giải quyết bài toán thực tế.

b) Nội dung: Vận dụng, trang 40 SGK.

Một nhà sản xuất trung bình bán được 1 000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm 100 ti vi mỗi tuần.

➤ **H1:** a) Tìm hàm cầu.

➤ **H2:** b) Nhà sản xuất nên giảm giá bao nhiêu cho người mua để doanh thu lớn nhất?

➤ **H3:** c) Nếu chi phí hằng tuần là $C(x) = 12\,000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán như thế nào để lợi nhuận là lớn nhất?

c) Sản phẩm:

➤ **H1:** a) Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi chiếc ti vi. Ta cần xác định hàm cầu $p(x)$.

Giá vé $p_1 = 14$ ứng với $x_1 = 1\,000$, giá vé $p_2 = 13,5$ ứng với $x_2 = 1\,000 + 100 = 1\,100$.

Do đó, ta có $p - 14 = \frac{14 - 13,5}{1\,000 - 1\,100}(x - 1\,000)$, hay $p = -\frac{1}{200}(x - 1\,000) + 14 = -\frac{1}{200}x + 19$.

➤ **H2:** b) Hàm doanh thu từ số ti vi bán được là: $R(x) = px = x\left(-\frac{1}{200}x + 19\right) = -\frac{1}{200}x^2 + 19x$.

Ta cần tìm x sao cho R đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $R'(x) = -\frac{1}{100}x + 19$; $R'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1\,900$.

Bảng biến thiên:

x	0	1 900	$+\infty$
$R'(x)$		+	0 -
$R(x)$	0	18 050	$-\infty$

Với $x = 1\,900$ thì $p = 9,5$. Vậy với giá bán là 9,5 triệu đồng, tức là nhà sản xuất nên giảm 4,5 triệu đồng thì doanh thu là lớn nhất.

➤ **H3:** c) Hàm lợi nhuận là: $P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{200}x^2 + 22x - 12\,000$.

Ta cần tìm x sao cho P đạt giá trị lớn nhất. Ta có: $P'(x) = -\frac{1}{100}x + 22$; $P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2\,200$.

Bảng biến thiên:

x	0	2 200	$+\infty$
$R'(x)$		+	0
$R(x)$	0	12 200	$-\infty$

Với $x = 2\,200$ thì $p = 8$. Vậy với giá bán là 8 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc nhóm (4 nhóm) giải **Vận dụng**, trang 40, SGK.
- Yêu cầu các nhóm thực hiện vào bảng phụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận và hoàn thành kết quả thực hiện vào bảng phụ.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ các nhóm khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày kết quả; các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 6: Củng cố kĩ năng giải quyết bài toán tối ưu (15 phút)

a) Mục tiêu: HS vận dụng, tổng hợp được các kĩ năng trong bài để giải quyết bài toán thực tế.

b) Nội dung: Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

c) Sản phẩm: Gọi p (triệu đồng) là giá thuê căn hộ một tháng.

Giá thuê $p = 8$ ứng với $x = 100$, và giá thuê $p = 8,1$ ứng với $x = 99$.

Do đó, ta có: $p - 8 = \frac{8 - 8,1}{100 - 99}(x - 100)$, hay $p - 8 = -\frac{1}{10}(x - 100)$, tức là $x = -10p + 180$.

Hàm doanh thu từ tiền cho thuê căn hộ là: $R(p) = px = p(-10p + 180) = -10p^2 + 180p$.

Ta cần tìm p sao cho R đạt giá trị lớn nhất. Ta có: $R'(p) = -20p + 180$; $R'(p) = 0 \Leftrightarrow p = 9$.

Bảng biến thiên:

p	0	9	$+\infty$
$R'(p)$		+	0
$R(p)$	0	810	$-\infty$

Vậy với giá thuê căn hộ là 9 triệu đồng một tháng thì doanh thu là lớn nhất.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc nhóm (4 nhóm), thực hiện vào bảng phụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận và hoàn thành kết quả thực hiện vào bảng phụ.
- GV quan sát khuyến khích, hỗ trợ các nhóm khi thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày kết quả; các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, bổ sung và chuẩn kiến thức.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Làm các bài tập còn lại: **Bài tập 1.27, 1.29**, trang 41 SGK.
- Xem trước bài mới: “*Vector trong không gian*”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Giả sử số lượng của một quần thể nấm X tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = 120e^{0,15t}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm X là:

- A. 18 tế bào/giờ B. 120 tế bào/giờ C. 15 tế bào/giờ D. 102 tế bào/giờ

Câu 2. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa, $1 \leq x \leq 18$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 6x^2 + 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 320 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hãy viết biểu thức tính $L(x)$ theo x :

- A. $L(x) = 320x$ B. $L(x) = -x^3 + 6x^2 + 300x - 500$
C. $L(x) = x^3 - 6x^2 - 300x + 500$ D. $L(x) = x^3 - 6x^2 + 340x + 500$

Câu 3. Giả sử một công ty du lịch bán tour xuyên Việt với giá là x (triệu đồng/khách) thì doanh thu sẽ được biểu diễn qua hàm số $f(x) = -200x^2 + 550x$. Công ty phải bán giá tour cho một khách là bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt là lớn nhất (làm tròn tới hàng phần trăm)?

- A. 1,38 triệu đồng B. 1,37 triệu đồng C. 1,3 triệu đồng D. 1,2 triệu đồng

Câu 4. Một vật chuyển động có phương trình quãng đường tính bằng mét phụ thuộc thời gian t tính bằng giây được biểu thị bởi hàm số $f(t) = -t^3 + 9t^2 + 21t$. Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

- a) Quãng đường mà vật đi được sau 2 s kể từ lúc bắt đầu chuyển động là 70 m.
b) Vận tốc lớn nhất của vật thể là 21 m/s.

- c) Vận tốc của vật tăng từ lúc bắt đầu chuyển động đến giây thứ 3.
d) Kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng hẳn, vật đi được quãng đường là 150 m.

Câu 5. Một rạp chiếu phim có sức chứa 800 người, trung bình mỗi ngày rạp có khoảng 360 khách với giá mỗi vé là 100 000 đồng. Nếu giá mỗi vé giảm 10 000 đồng thì mỗi ngày rạp có thêm 60 khách đến xem. Hỏi cần giảm giá vé đến bao nhiêu nghìn đồng để doanh thu của rạp là lớn nhất?

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. A *Gợi ý:* Tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm X tại thời điểm t là:

$$P'(t) = 120 \cdot 0,15 \cdot e^{0,15t} = 18e^{0,15t}.$$

Do đó, tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm X tại thời điểm $t = 0$ là $P'(0) = 18$ tế bào/giờ.

Câu 2. B *Gợi ý:* Khi bán x mét vải lụa thì số tiền thu được là: $B(x) = 320x$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận thu được là: $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 6x^2 + 300x - 500$ (nghìn đồng).

Câu 3. A *Gợi ý:* Hàm doanh thu là: $f(x) = -200x^2 + 550x$.

Ta có: $f'(x) = -400x + 550$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{11}{8}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		$\frac{3025}{8}$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{11}{8} = 1,375$.

Vậy công ty cần bán tour xuyên Việt với giá khoảng 1,38 triệu đồng/khách thì doanh thu sẽ cao nhất.

Câu 4. a) Đ b) S c) Đ d) S

Gợi ý:

a) Quãng đường mà vật đi được sau 2 s chuyển động là: $f(2) = -2^3 + 9 \cdot 2^2 + 21 \cdot 2 = 70$ (m).

b) Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm t tính theo công thức sau:

$$v(t) = f'(t) = -3t^2 + 18t + 21 \Rightarrow v(t) = -3(t-3)^2 + 48 \leq 48.$$

Vậy vận tốc lớn nhất của vật thể là 48 m/s.

c) Xét hàm số $v(t) = -3t^2 + 18t + 21 \Rightarrow v'(t) = -6t + 18$. Ta có bảng biến thiên như sau:

x	0	3	7
y'	+	0	-
y	21	48	0

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra vận tốc vật thể tăng từ lúc bắt đầu chuyển động đến giây thứ 3.

d) Vật dừng hẳn khi vận tốc bằng 0.

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2 + 18t + 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 7 \end{cases}.$$

Vật dừng hẳn sau 7 s chuyển động.

Quãng đường mà vật di chuyển được là: $S = f(7) = -7^3 + 9 \cdot 7^2 + 21 \cdot 7 = 245 \text{ (m)}$.

Câu 5. 80 nghìn đồng.

Gợi ý: Gọi x là giá tiền một vé, y là số người mua vé tương ứng.

Ta có giá tiền tỉ lệ nghịch với số người mua vé nên $y = ax + b$.

Khi $x = 100$ thì $y = 360$, khi $x = 90$ thì $y = 420$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 100a + b = 360 \\ 90a + b = 420 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 960 \end{cases}.$$

Hay $y = -6x + 960$.

Doanh thu của rạp chiếu phim là: $T(x) = xy = x(-6x + 960) = -6x^2 + 960x$ với $0 < x \leq 100$.

Ta có: $T' = -12x + 960 = 0 \Leftrightarrow x = 80$.

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	0	80	100	
T'		+	0	-
T			38400	

Vậy khi giá vé là 80 000 đồng thì doanh thu của rạp là lớn nhất.

CHƯƠNG II. VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 12 bộ “*Kết nối tri thức với cuộc sống*”)

BÀI 6. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

(Thời gian thực hiện: 6 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được vectơ trong không gian: hai vectơ cùng phương, hai vectơ cùng hướng, hai vectơ ngược hướng, hai vectơ bằng nhau.
- Nhận biết và thực hiện được các phép toán vectơ trong không gian.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực mô hình hoá toán học (thông qua việc sử dụng các kiến thức về vectơ trong không gian để trả lời các câu hỏi trong phần **Vận dụng**).
- Năng lực giao tiếp, sử dụng công cụ và phương tiện học toán (xuyên suốt bài học).

3. Phẩm chất

Giúp HS hình thành các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt bài học), yêu nước (thông qua việc quan sát và tìm hiểu về Quốc kì Việt Nam).

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **GV:** Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), bảng phụ, bút lông, các hình ảnh, đồ dùng dạy học minh hoạ về vectơ trong không gian.

2. **HS:** Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học và xem lại các kiến thức về vectơ trong mặt phẳng. Chuẩn bị bảng phụ về tính chất phép cộng, phép trừ của hai vectơ trong mặt phẳng và quy tắc hình bình hành.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. TÌM HIỂU VỀ VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN, VECTƠ CÙNG PHƯƠNG, VECTƠ CÙNG HƯỚNG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS nhớ lại các khái niệm về vectơ trong mặt phẳng đồng thời tạo hứng thú, khơi dậy ý thức tìm tòi với nội dung bài học.

b) **Nội dung:**

- Yêu cầu HS nhắc lại định nghĩa vectơ, độ dài của một vectơ trong mặt phẳng, sau đó cho HS

quan sát một số hình ảnh trong thực tế gọi lên hình ảnh về vector trong không gian.



Hình 2.1

- Yêu cầu HS đọc tình huống **Mở đầu**: Ở lớp 10, ta đã biết về vector trong mặt phẳng và biết sử dụng vector để biểu thị các đại lượng có hướng và độ lớn trong mặt phẳng, ví dụ như vận tốc hay lực. Đối với các đại lượng có hướng trong không gian, ta có thể sử dụng vector để biểu diễn chúng hay không? Các phép toán vector trong trường hợp này giống và khác như thế nào với các phép toán vector trong mặt phẳng?

c) **Sản phẩm**: HS nhắc lại định nghĩa, độ dài của một vector trong mặt phẳng:

- Đối với các đại lượng có hướng và độ lớn trong không gian ta cũng sử dụng vector để biểu diễn chúng.
- Các phép toán vector trong trường hợp này có giống và khác với các phép toán vector trong mặt phẳng (dự đoán HS không trả lời được).

d) **Tổ chức thực hiện**:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn), nghiên cứu tình huống **Mở đầu**, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận, trao đổi theo yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, dẫn dắt HS và đặt vấn đề vào bài mới: Định nghĩa và các phép toán vector trong không gian giống và khác như thế nào với định nghĩa và các phép toán vector trong mặt phẳng thì trong bài học này thầy và các em sẽ tìm hiểu.

Hoạt động 2: Nhận biết vector trong không gian (5 phút)

a) **Mục tiêu**: Giúp HS nhận biết vector, độ dài vector và giá của vector trong không gian.

b) **Nội dung**: HĐ1, trang 46, SGK.

c) **Sản phẩm**: Các đoạn thẳng có mũi tên màu đỏ thể hiện rằng lực căng dây nằm dọc theo dây treo và hướng về phía móc treo của cần cẩu. Độ lớn của các lực căng dây là xấp xỉ bằng nhau.

Các đoạn thẳng này không cùng nằm trong một mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn), nghiên cứu **HD1**, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV, nghiên cứu **HD1**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

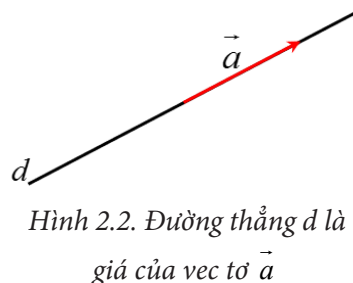
GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV chốt định nghĩa vectơ trong không gian:
 - Vectơ trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.
 - Độ dài của vectơ trong không gian là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

Chú ý: Tương tự như vectơ trong mặt phẳng, đối với vectơ trong không gian ta cũng có các kí hiệu và khái niệm sau:

- Vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là B được kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$.
- Khi không cần chỉ rõ điểm đầu và điểm cuối của vectơ thì vectơ còn được kí hiệu là $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}, \dots$
- Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}$ được kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$, độ dài của vectơ $\vec{a}$ được kí hiệu là $|\vec{a}|$.
- Đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của một vectơ được gọi là giá của vectơ đó (H.2.2).
- Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.
- Nếu hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.
- Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng có cùng độ dài và cùng hướng.



Hình 2.2. Đường thẳng d là giá của vectơ $\vec{a}$

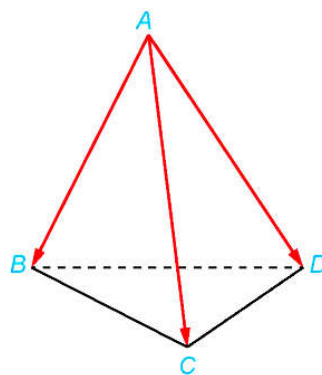
Hoạt động 3: Củng cố định nghĩa vectơ trong không gian (7 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được vectơ trong không gian, giá của các vectơ đó có nằm trong cùng một mặt phẳng không và xác định được độ dài của vectơ.

b) Nội dung: Ví dụ 1, trang 47, SGK.

c) Sản phẩm:

a) Có ba vectơ có điểm đầu A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn



Hình 2.3

lại của tứ diện là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

b) Trong ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ chỉ có hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ có giá nằm trong mặt phẳng (ABC) .

c) Vì tứ diện $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng 1 nên ta có:

$$|\overrightarrow{AB}| = AB = 1; |\overrightarrow{AC}| = AC = 1; |\overrightarrow{AD}| = AD = 1.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân, nghiên cứu **Ví dụ 1**, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV, nghiên cứu **Ví dụ 1**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 4: Luyện tập (8 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS xác định được trong không gian các vector nào cùng nằm trong một mặt phẳng cho trước, biết vận dụng các kiến thức đã học để tính độ dài của một vector.

b) Nội dung: Luyện tập 1, trang 47, SGK.

c) Sản phẩm:

a) Trong các vector $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AD'}$ hai vector có giá cùng nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$ là: $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

b) Gọi a là độ dài các cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có: $|\overrightarrow{AD}| = AD = a$.

Xét tam giác $\triangle ABC$ vuông tại B , ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Suy ra $|\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác $\triangle ADD'$ vuông tại D , ta có: $AD' = \sqrt{AD^2 + DD'^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Suy ra $|\overrightarrow{AD'}| = AD' = a\sqrt{2}$. Vậy ta có $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD'}| = a\sqrt{2}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân, nghiên cứu **Luyện tập 1**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và hoàn thành lời giải vào giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV, nghiên cứu **Luyện tập 1**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 5: Hình thành khái niệm hai vectơ cùng phương, cùng hướng/ngược hướng, hai vectơ bằng nhau trong không gian (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS nhận biết được hai vectơ cùng phương, cùng hướng; hai vectơ bằng nhau.

b) **Nội dung:** HD2, trang 47, SGK.

c) **Sản phẩm:**

a) Ta có $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{D'C'}|$.

b) Ta có giá của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$ song song với nhau.

c) Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$ cùng phương vì giá của chúng song song với nhau (cùng nằm trong mặt phẳng $(ABC'D')$), hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{D'C'}$ cùng hướng.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn), nghiên cứu HD2, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi theo nhóm, hoàn thành nội dung và trả lời. GV quan sát, hỗ trợ các em làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu HS đại diện lên trình bày, các HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS và bổ sung kiến thức:
 - Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.
 - Hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng.
 - Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau, kí hiệu là $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng có cùng độ dài và cùng hướng.
- GV chốt định nghĩa và đặt vấn đề: Nếu hai vectơ cùng bằng một vectơ thứ ba thì hai vectơ đó có bằng nhau không?
- HS trả lời: Nếu hai vectơ cùng bằng một vectơ thứ ba thì hai vectơ đó có bằng nhau.

Chú ý: Tương tự như vectơ trong mặt phẳng, ta có tính chất và các quy ước sau đối với vectơ trong không gian:

- Trong không gian, với mỗi điểm O và vectơ $\vec{a}$ cho trước, có duy nhất điểm M sao cho:

$$\overrightarrow{OM} = \vec{a}.$$

- Các vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, ví dụ như $\overrightarrow{AA}, \overrightarrow{BB}, \dots$ gọi là các vectơ-không.
- Ta quy ước vectơ-không có độ dài là 0, cùng hướng (và vì vậy cùng phương) với mọi vectơ. Do đó, các vectơ-không đều bằng nhau và được kí hiệu chung là $\vec{0}$.

Hoạt động 6: Củng cố khái niệm hai vectơ cùng phương, cùng hướng/ngược hướng, hai vectơ bằng nhau trong không gian (5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được quan hệ cùng phương, quan hệ cùng hướng, ngược hướng và quan hệ bằng nhau của hai vectơ trong không gian.

b) Nội dung: Ví dụ 2, trang 48, SGK.

c) Sản phẩm:

a) Hai đường thẳng AA' và BC chéo nhau nên hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{BC}$ không cùng phương. Do đó, hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{BC}$ không bằng nhau.

Tứ giác $ACC'A'$ là hình bình hành nên $AA' \parallel CC'$ và $AA' = CC'$.

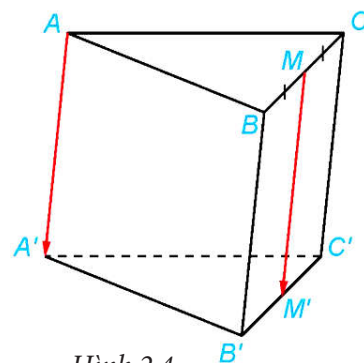
Hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{CC'}$ có cùng độ dài và cùng hướng nên hai vectơ đó bằng nhau.

Tương tự, hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{B'B}$ có cùng độ dài và ngược hướng nên hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{B'B}$ không bằng nhau.

b) Gọi M' là trung điểm của cạnh $B'C'$. Vì tứ giác $BCC'B'$ là hình bình hành nên $MM' \parallel BB'$ và $MM' = BB'$. Hình lăng trụ

$ABC.A'B'C'$ có $AA' \parallel BB'$ và $AA' = BB'$, suy ra $MM' \parallel AA'$ và $MM' = AA'$. Hai vectơ $\overrightarrow{MM'}$ và $\overrightarrow{AA'}$ có cùng độ dài và cùng hướng nên $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$.

Vậy trung điểm của cạnh $B'C'$ là điểm M' cần tìm.



Hình 2.4

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: **Ví dụ 2a.** Nhóm 3, 4: **Ví dụ 2b.**
- Các nhóm HS nghiên cứu **Ví dụ 2**, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo nhóm, tìm hiểu chọn lọc thông tin, hoàn thành nội dung sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu các nhóm cử đại diện lên trình bày, HS các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV nhấn mạnh: $\vec{a} = \vec{b}$ khi và chỉ khi $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng và cùng độ dài.

Hoạt động 7: Luyện tập (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS biết cách xác định được vector bằng vector cho trước, xác định được điểm M để vector $\overrightarrow{OM}$ bằng một vector cho trước trong từng trường hợp cụ thể, nhận biết được hai vector bằng nhau trong tình huống thực tiễn.

b) Nội dung: **Luyện tập 2, Vận dụng 1**, trang 48, SGK.

c) Sản phẩm:

• **Luyện tập 2:**

a) Ta có $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{SC}$ chéo nhau nên hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{SC}$ không cùng phương. Do đó, hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{SC}$ không bằng nhau.

Vì AB và AD cắt nhau nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ không cùng phương.

Do đó, hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ không bằng nhau.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel DC$ và $AB = CD$. Do đó, hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ có cùng độ dài và cùng hướng nên hai vector đó bằng nhau.

b) Qua M vẽ đường thẳng song song với AB cắt BC tại N .

Tứ giác $ABNM$ có: $AB \parallel MN$, $AM \parallel BN$ nên tứ giác $ABNM$ là hình bình hành.

Do đó $AB = MN$, lại có $AB \parallel MN$ nên hai vector $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AB}$ cùng độ dài và cùng hướng.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$. Vậy điểm N cần tìm là giao điểm của đường thẳng qua M song song với AB và cạnh BC .

• **Vận dụng 1:** Gọi vector biểu diễn độ dịch chuyển của thang máy từ tầng 15 lên tầng 22 của toà nhà là $\overrightarrow{AB}$. Gọi vector biểu diễn độ dịch chuyển của thang máy từ tầng 22 lên tầng 29 của toà nhà là $\overrightarrow{BC}$ (H.2.6).

Vì hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ đều dịch chuyển từ tầng thấp lên tầng cao trên cùng một trục của thang máy nên hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng. (1)

Mặt khác, $|\overrightarrow{AB}| = 7$ (tầng), $|\overrightarrow{BC}| = 7$ (tầng). Suy ra $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = 7$. (2)

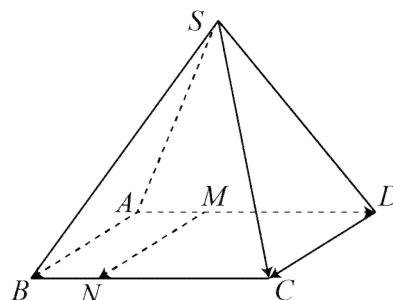
Từ (1) và (2) ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

d) Tổ chức thực hiện:

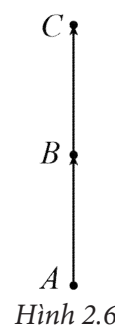
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: **Luyện tập 2**. Nhóm 3, 4: **Vận dụng 1**.
- Các nhóm HS nghiên cứu **Luyện tập 2, Vận dụng 1**, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ



Hình 2.5



Hình 2.6

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung sản phẩm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS của nhóm lên trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Nắm vững các kiến thức đã học: Định nghĩa vectơ trong không gian và nhân mạnh hai vectơ bằng nhau khi hai vectơ đó cùng hướng và cùng độ dài.
- Giao HS làm **Bài 2.1, 2.2, 2.3** trang 57, SGK.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

TIẾT 2, 3. TỔNG, HIỆU CỦA HAI VECTƠ, QUY TẮC HÌNH HỘP, TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Hoạt động 8: Hình thành khái niệm tổng của hai vectơ trong không gian (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình biết được khái niệm tổng của hai vectơ trong không gian, thiết lập được quy tắc hình hộp.

b) **Nội dung:** HĐ3, trang 49, SGK.

c) **Sản phẩm:**

a) Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ (cùng bằng $\vec{a}$) nên bốn điểm A, B, B', A' đồng phẳng và tứ giác $ABB'A'$ là một hình bình hành.

Suy ra, $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$. Tương tự, ta có: $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$.

b) Từ câu a, suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}$, do đó bốn điểm A, A', C', C đồng phẳng và tứ giác $AA'C'C$ là một hình bình hành. Vì vậy $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm và cả 4 nhóm cùng thực hiện **HĐ3**.
- HS các nhóm nghiên cứu **HĐ3**, theo sự phân công của GV, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

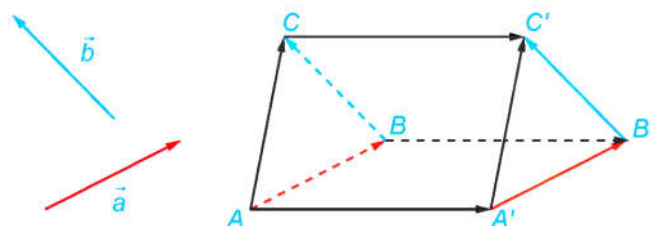
HS các nhóm thực hiện nghiên cứu **HĐ3**, theo sự phân công của GV.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đại diện nhóm trình bày kết quả của nhóm mình, các HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung: Ta thấy hướng đi từ A đến B và từ B đến C cũng chính là hướng đi

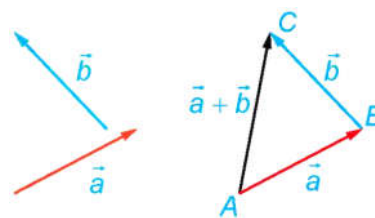


Hình 2.7

từ A đến C qua hình ảnh đó gọi lên khái niệm tổng của hai vector trong không gian.

- GV nêu định nghĩa tổng của hai vector trong không gian:

- Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A bất kì và các điểm B, C sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó, vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $\vec{a} + \vec{b}$.
- Trong không gian, phép lấy tổng của hai vector được gọi là **phép cộng vector**.



Hình 2.8

- GV yêu cầu HS treo bảng phụ phép toán cộng vector và quy tắc hình bình hành trong mặt phẳng.
- HS thực hiện theo yêu cầu của GV. GV đưa ra nhận xét:

Nhận xét: • Nếu A, B, C là ba điểm bất kì thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
 • Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Hoạt động 9: Củng cố quy tắc cộng của hai vector trong không gian (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS biết cách xác định được tổng của hai vector trong không gian, biết cách tính độ dài của vector tổng trong không gian.

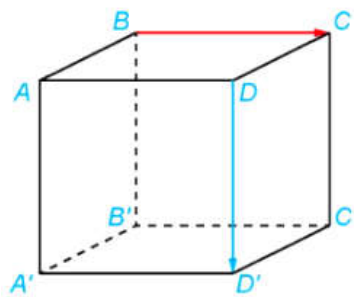
b) Nội dung: Ví dụ 3, trang 49, SGK.

c) Sản phẩm: Ta có tứ giác ABCD là hình vuông nên $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

Do đó $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AD'}$.

Xét $\triangle ADD'$ vuông tại D ta có: $AD' = \sqrt{AD^2 + DD'^2} = \sqrt{2}$.

Suy ra $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD'}| = |\overrightarrow{AD'}| = \sqrt{2}$.



Hình 2.9

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn), nghiên cứu **Ví dụ 3**, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi, thảo luận trong nhóm theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đại lên trình bày kết quả, các HS khác quan sát và nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 10: Luyện tập (15 phút)

a) Mục tiêu: Rèn kĩ năng xác định tổng của hai vector, xác định chiều dài của vector tổng trong không gian từ đó hình thành các tính chất của phép cộng vector, quy tắc hình hộp trong không gian.

b) Nội dung: Luyện tập 3, Ví dụ 4, Luyện tập 4, HĐ4, trang 50, SGK.

c) Sản phẩm:

• **Luyện tập 3** (H.2.9): Tứ giác $DCC'D'$ là hình vuông nên $\overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{CD}$.

Do đó $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$. Suy ra $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}| = |\overrightarrow{AD}| = 1$.

• **Ví dụ 4:** Ta có: $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD})$
 $= \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{VP}$ (đpcm).

• **Luyện tập 4** (H.2.10):

Ta có: $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD})$
 $= \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{VP}$ (đpcm).

➤ **HĐ4** (H.2.11):

a) Vì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

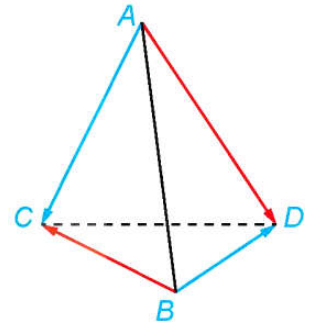
Khi đó ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

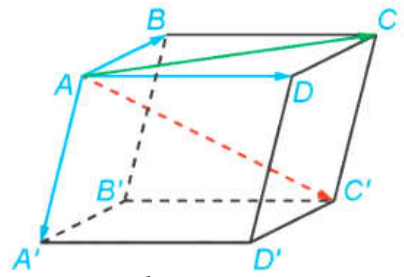
b) Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $AA' \parallel CC'$ và $AA' = CC'$.

Suy ra tứ giác $ACC'A'$ là hình bình hành.

Do đó $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$, suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.



Hình 2.10



Hình 2.11

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1: **Luyện tập 3.** + Nhóm 2: **Ví dụ 4.**
+ Nhóm 3: **Luyện tập 4.** + Nhóm 4: **HĐ4.**
- Yêu cầu HS các nhóm nghiên cứu đề bài, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lần lượt lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức rồi từ đó chốt lại những kiến thức trong phần *Chú ý* và quy tắc hình hộp ở trang 50, SGK:

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

- GV đặt vấn đề: Em hãy phát biểu quy tắc hình hộp với các vector có điểm đầu là B .
- HS có thể trả lời: Ta có $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Hoạt động 11: Củng cố quy tắc hình hộp (10 phút)

a) Mục tiêu: Cho HS biết áp dụng quy tắc hình hộp để chứng minh các đẳng thức về vector.

b) Nội dung: Luyện tập 5, trang 50, SGK.

c) Sản phẩm: Vì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. Áp dụng quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD'}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm cùng nghiên cứu và thực hiện **Luyện tập 5**, lấy **Ví dụ 5** làm ví dụ mẫu.
- Yêu cầu HS các nhóm nghiên cứu đề bài, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.
- GV quan sát và hướng dẫn cho các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS.

Hoạt động 12: Hình thành khái niệm hiệu của hai vector (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được hai vector đối nhau trong không gian, hiệu của hai vector và các tính chất của phép trừ hai vector.

b) Nội dung: HĐ5, trang 51, SGK.

c) Sản phẩm: Hai vector có độ dài bằng nhau và hướng ngược nhau (theo Định luật III Newton).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn) nghiên cứu **HĐ5**, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức về định nghĩa hiệu của hai vector:
Trong không gian, vector có cùng độ dài và ngược hướng với vector $\vec{a}$ được gọi là vector đối của vector $\vec{a}$, kí hiệu là $-\vec{a}$.
- GV yêu cầu HS treo bảng phụ tính chất của hai vector đối, hiệu của hai vector trong mặt phẳng.
- GV nêu vấn đề tương tự như hiệu của hai vector trong mặt phẳng, đưa ra định nghĩa hiệu của hai



Hình 2.11

vector, tính chất của hiệu hai vector trong không gian.

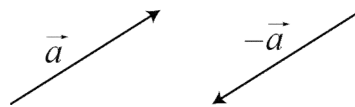
Chú ý:

- Hai vector là đối nhau nếu và chỉ nếu tổng của chúng bằng $\vec{0}$.
- Vector $\overrightarrow{BA}$ là một vector đối của vector $\overrightarrow{AB}$.
- Vector $\vec{0}$ được coi là vector đối của chính nó.
- Định nghĩa hiệu của hai vector:

Vector $\vec{a} + (-\vec{b})$ được gọi là hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b}$.

Trong không gian, phép lấy hiệu của hai vector được gọi là phép trừ vector.

Nhận xét: Với ba điểm O, A, B bất kì trong không gian, ta có $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$.



Hình 2.12

Hoạt động 13: Củng cố định nghĩa hiệu hai vector (10 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết được hai vector đối, biết thực hiện phép trừ vector.

b) Nội dung: Ví dụ 6, trang 51, SGK.

c) Sản phẩm:

a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB = CD$ và $AB \parallel CD$.

Do M, N là trung điểm của AB và CD , suy ra $AM = NC$ và $AM \parallel NC$.

Mặt khác ta có $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{CN}$ ngược hướng. Suy ra $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{CN}$ là hai vector đối nhau.

b) Từ câu a, ta có $\overrightarrow{CN} = -\overrightarrow{AM}$, suy ra:

$$\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CN} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SN} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{SN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{SA}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn) nghiên cứu **Ví dụ 6**, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào giấy nháp.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 14: Luyện tập và Vận dụng (20 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS xác định được vector đối, thực hiện được phép trừ hai vector, giải thích được vì sao hai vector đối nhau trong một tình huống đơn giản trong thực tế.

b) Nội dung: Vận dụng 2, trang 51, Luyện tập 6, trang 52, SGK.

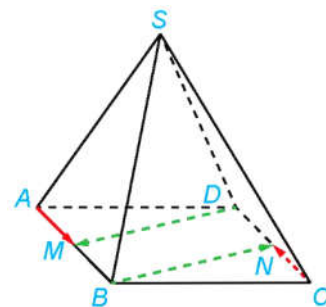
c) Sản phẩm:

• Luyện tập 6:

a) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $AB = CD$, $AB \parallel CD$.

Suy ra $BM = DN$ (vì M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD) và $BM \parallel DN$. Do đó, tứ giác $DMBN$ là hình bình hành, suy ra $BN = DM$ và $BN \parallel DM$.

Hai vector $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{DM}$ có cùng độ dài và ngược hướng nên là hai vector đối nhau.



Hình 2.13

b) Theo a, ta có: $\overrightarrow{BN} = -\overrightarrow{DM}$. Do đó, $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{SM} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{SC}$.

• **Vận dụng 2:** Quan sát Hình 2.14 ta thấy:

- **H1:** Hai vector vận tốc cùng phương và ngược hướng, thông thường thì làn lên và làn xuống của thang cuốn có cùng tốc độ di chuyển nên độ lớn của hai vector vận tốc bằng nhau. Vì vậy hai vector này đối nhau.
- **H2:** Hai vector vận tốc cùng phương và ngược hướng, nhưng để đảm bảo an toàn, làn xuống di chuyển chậm hơn làn lên nên tốc độ di chuyển của hai vector vận tốc khác nhau. Vì vậy hai vector này là hai vector không đối nhau.



Hình 2.14

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: **Luyện tập 6**. + Nhóm 3, 4: **Vận dụng 2**.
- HS các nhóm nghiên cứu **Luyện tập 6**, **Vận dụng 2**, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung sản phẩm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS của nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Nắm vững các kiến thức đã học: Tổng và hiệu của hai vector, tính chất và quy tắc hình hộp trong không gian.
- Làm **Bài tập 2.4 đến 2.6**, trang 58, SGK và tìm hiểu trước “**Mục 3**”, trang 52, SGK.

TIẾT 4. TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTO TRONG KHÔNG GIAN

Hoạt động 15: Khởi động (5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhớ lại các khái niệm về vectơ, độ dài vectơ, vectơ bằng nhau, tổng và hiệu của hai vectơ, tính chất phép toán vectơ trong không gian; Giúp HS phần chần vui vẻ và yêu thích môn học.

b) Nội dung: Cho HS chơi trò chơi “Ai nhanh hơn”.

Trong vòng 5 phút nhóm nào viết được nhiều và đúng về định nghĩa vectơ, độ dài vectơ, vectơ bằng nhau, tổng và hiệu của hai vectơ, tính chất phép toán vectơ, ... trong không gian. Nhóm nào ghi được nhiều và đúng thì được một phần quà.

c) Sản phẩm: HS nêu được khái niệm về vectơ, độ dài vectơ, vectơ bằng nhau, tổng và hiệu của hai vectơ, tính chất phép toán vectơ trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm, cả bốn nhóm cùng thực hiện trò chơi “Ai nhanh hơn”.
- Yêu cầu các nhóm tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận, trao đổi theo yêu cầu. GV cho các nhóm treo bảng phụ của nhóm mình lên bảng.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS các nhóm khác nhận xét và bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt HS vào bài mới.

Hoạt động 16: Hình thành khái niệm tích của một số với một vectơ trong không gian (5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết khái niệm tích của một số với một vectơ trong không gian.

b) Nội dung: HĐ6, trang 52, SGK.

c) Sản phẩm: Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN \parallel BC$ và $MN = \frac{1}{2}BC$.

Tứ giác $BCC'B'$ là hình bình hành nên $BC \parallel B'C'$ và $BC = B'C'$.

Suy ra $MN \parallel B'C'$ và $MN = \frac{1}{2}B'C'$. Do đó $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{B'C'}$ cùng hướng.

Ta có $MN = \frac{1}{2}B'C' \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{B'C'}|$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn), nghiên cứu HĐ6, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV, nghiên cứu **HD6**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức và chốt định nghĩa:

Trong không gian, tích của một số thực $k \neq 0$ với một vector $\vec{a} \neq \vec{0}$ là một vector, kí hiệu là $k\vec{a}$, vector này được xác định như sau:

- Cùng hướng với vector $\vec{a}$ nếu $k > 0$; ngược hướng với vector $\vec{a}$ nếu $k < 0$.
- Có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.

Trong không gian, phép lấy tích của một số với một vector được gọi là phép nhân một số với một vector.

- GV: Hai vector $1 \cdot \vec{a}$ và $\vec{a}$ có bằng nhau không? Hai vector $(-1) \cdot \vec{a}$ và $-\vec{a}$ có bằng nhau không?
- HS: Ta có $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$; $(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$.

Chú ý: • Quy ước $k\vec{a} = \vec{0}$ nếu $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.

- Nếu $k\vec{a} = \vec{0}$ thì $k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.

- Trong không gian, điều kiện cần và đủ để hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) cùng phương là có một số thực k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$.

Hoạt động 17: Củng cố định nghĩa tích của một số với một vector (8 phút)

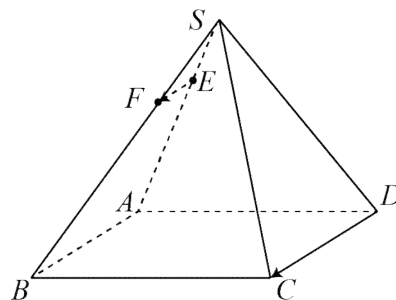
a) Mục tiêu: Nhận biết vì sao một vector bằng tích của một số với một vector, biết được các tính chất phép nhân một số với một vector.

b) Nội dung: Luyện tập 7, trang 53, SGK.

c) Sản phẩm: Vì $SE = \frac{1}{3}SA$, $SF = \frac{1}{3}SB \Rightarrow \frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB} = \frac{1}{3}$.

Áp dụng định lí Thalès trong tam giác SAB có $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SB}$ nên

$$EF \parallel AB \text{ và } EF = \frac{1}{3}AB.$$



Hình 2.14

Mặt khác, ta có vector $\overrightarrow{EF}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng nên suy ra: $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. (1)

Vì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $AB = CD$ và $AB \parallel CD$. Do đó, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia HS làm 4 nhóm cùng thực hiện **Luyện tập 7**, xem **Ví dụ 7** làm mẫu.
- Yêu cầu các nhóm nghiên cứu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành vào bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV lần lượt đặt từng câu hỏi tương ứng với các chú ý trong SGK, từ đó rút ra phần *Chú ý*, GV nhấn mạnh cho HS rằng các quy ước và tính chất này giống như trong trường hợp phép nhân một số với một vector trong mặt phẳng.
- GV nêu phần *Chú ý* trang 53, SGK:

Tương tự như phép nhân một số với một vector trong mặt phẳng, phép nhân một số với một vector trong không gian có các tính chất sau:

+ Tính chất kết hợp: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}$ là một vector bất kì thì $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$.

+ Tính chất phân phối: Nếu h, k là hai số thực và $\vec{a}, \vec{b}$ là hai vector bất kì thì:

$$(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a} \text{ và } k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}.$$

+ Tính chất nhân với 1 và -1 : Nếu $\vec{a}$ là một vector bất kì thì $1\vec{a} = \vec{a}$ và $(-1)\vec{a} = -\vec{a}$.

Hoạt động 18: Luyện tập (13 phút)

a) Mục tiêu: Biết sử dụng tính chất phép nhân của một số với một vector trong không gian để chứng minh một đẳng thức về vector, qua đó biết được tính chất trọng tâm của một tam giác trong không gian.

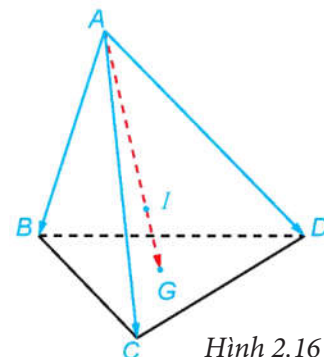
b) Nội dung: Ví dụ 8, Luyện tập 8, trang 54, SGK.

c) Sản phẩm:

- **Ví dụ 8** (H.2.16): Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên:

$$\vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó ta có: } \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} &= \vec{AG} + \vec{GB} + \vec{AG} + \vec{GC} + \vec{AG} + \vec{GD} \\ &= 3\vec{AG} + (\vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD}) \\ &= 3\vec{AG} + \vec{0} = 3\vec{AG} \text{ (đpcm).} \end{aligned}$$



Hình 2.16

- **Luyện tập 8:** Ta có: $\vec{VT} = \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = (-3)\vec{IG} + \vec{IG} + \vec{GB} + \vec{IG} + \vec{GC} + \vec{IG} + \vec{GD}$
 $= 3\vec{GI} + 3\vec{IG} + (\vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD}) = 3(\vec{GI} + \vec{IG}) + \vec{0} = 3 \cdot \vec{0} = \vec{0}.$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia HS làm 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: **Ví dụ 8.** + Nhóm 3, 4: **Luyện tập 8.**
- Yêu cầu các nhóm nghiên cứu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành vào bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV nêu chú ý: Tương tự như trong mặt phẳng, nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì với điểm O tùy ý, ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$.

Hoạt động 19: Vận dụng (10 phút)

a) Mục tiêu: Biết sử dụng tính chất của phép nhân một số với một vector trong không gian vào một số tình huống thực tiễn.

b) Nội dung: Vận dụng 3, trang 54, SGK.

c) Sản phẩm: Vì trong quá trình máy bay tăng vận tốc từ 900 (km/h) lên 920 (km/h) máy bay giữ nguyên hướng bay nên vector $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ có cùng hướng.

Do đó, $\overrightarrow{F_1} = k\overrightarrow{F_2}$ với k là một số thực dương nào đó. (1)

Gọi v_1, v_2 lần lượt là vận tốc của chiếc máy bay khi đạt 900 (km/h) và 920 (km/h).

Suy ra $v_1 = 900$ (km/h), $v_2 = 920$ (km/h). Vì lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay nên:

$$\frac{|\overrightarrow{F_1}|}{|\overrightarrow{F_2}|} = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{900^2}{920^2} = \frac{2025}{2116} \Rightarrow |\overrightarrow{F_1}| = \frac{2025}{2116} |\overrightarrow{F_2}|. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $\overrightarrow{F_1} = \frac{2025}{2116} \overrightarrow{F_2} \Rightarrow k = \frac{2025}{2116} \approx 0,96$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia HS làm 4 nhóm cùng thực hiện bài toán **Vận dụng.**
- Yêu cầu các nhóm nghiên cứu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành vào bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ.

- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Nắm vững các kiến thức đã học: Tích của một số với một vector trong không gian.
- Làm **Bài tập 2.7, 2.8**, trang 58, SGK.
- Tìm hiểu trước: “Mục 4”, trang 54 đến 57, SGK.

TIẾT 5, 6. GÓC GIỮA HAI VECTO, TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO TRONG KHÔNG GIAN

Hoạt động 20: Hình thành khái niệm góc giữa hai vector trong không gian (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm góc giữa hai vector trong không gian.

b) **Nội dung:** HĐ7, trang 54, SGK.

c) **Sản phẩm:**

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a}$ và $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{O'B'} - \overrightarrow{O'A'} = \vec{b} - \vec{a}$ nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$.

b) Ta có $\cos \widehat{AOB} = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA \cdot OB}$ và $\cos \widehat{A'O'B'} = \frac{O'A'^2 + O'B'^2 - A'B'^2}{2O'A' \cdot O'B'}$.

Vì $OA = O'A'$, $OB = O'B'$ và $AB = A'B'$ nên $\cos \widehat{AOB} = \cos \widehat{A'O'B'}$, suy ra $\widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia HS làm 4 nhóm cùng thực hiện HĐ7.
- Yêu cầu các nhóm nghiên cứu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành vào bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV, nghiên cứu HĐ7, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức và chốt định nghĩa:

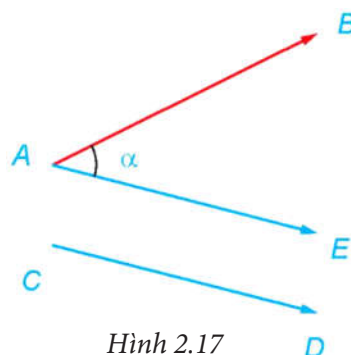
Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$. Lấy một điểm O bất kì và gọi A, B là hai điểm sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Khi đó, góc $\widehat{AOB}$ ($0^\circ \leq \widehat{AOB} \leq 180^\circ$) được gọi là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $(\vec{a}, \vec{b})$.

- GV yêu cầu HS xác định góc giữa hai vector cùng hướng (và khác $\vec{0}$), góc giữa hai vector ngược hướng trong không gian.

- HS: Ta có $\vec{a}, \vec{b}$ (với $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$). Khi đó $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ$ khi $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng, $(\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$ khi $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ngược hướng.

Chú ý:

- Để xác định góc giữa hai vector $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ trong không gian ta có thể lấy điểm E sao cho $\vec{AE} = \vec{CD}$, khi đó $(\vec{AB}, \vec{CD}) = \widehat{BAE}$ (H.2.17).
- Quy ước góc giữa một vector bất kì và $\vec{0}$ có thể nhận một giá trị tùy ý từ 0° đến 180° .



Hình 2.17

Hoạt động 21: Củng cố định nghĩa góc giữa hai vector trong không gian (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được góc giữa hai vector trong không gian.

b) **Nội dung:** Ví dụ 9, trang 56, SGK.

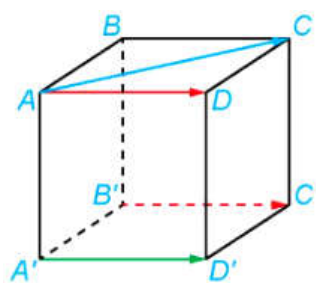
c) **Sản phẩm:**

a) Hai vector $\vec{AD}$ và $\vec{B'C'}$ cùng hướng nên $(\vec{AD}, \vec{B'C'}) = 0^\circ$.

b) Vì tứ giác $ADD'A'$ là hình bình hành nên $\vec{AD} = \vec{A'D'}$.

Do đó $(\vec{AC}, \vec{A'D'}) = (\vec{AC}, \vec{AD}) = \widehat{CAD}$.

Tam giác ADC vuông cân tại D nên $\widehat{CAD} = 45^\circ$, vì vậy $(\vec{AC}, \vec{A'D'}) = 45^\circ$.



Hình 2.18

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn), nghiên cứu **Ví dụ 9**, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu vào giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào giấy nháp.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV nhấn mạnh để xác định góc giữa hai vector (đều khác vector-không) là ta đưa cả hai vector về cùng điểm đầu.

Hoạt động 22: Luyện tập (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Biết cách xác định góc giữa hai vectơ trong không gian.

b) **Nội dung:** Luyện tập 9, trang 56, SGK.

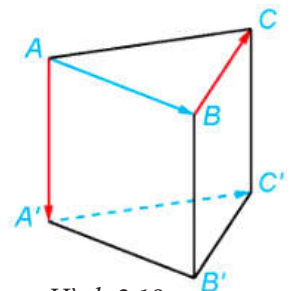
c) **Sản phẩm:** Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên các mặt bên là hình chữ nhật.

Suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$. Do đó: $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BC}) = \widehat{B'BC} = 90^\circ$.

Tương tự, ta có: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'}) = (\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}) = \widehat{C'A'B'}$.

Vì tam giác $A'B'C'$ là tam giác đều nên $\widehat{C'A'B'} = 60^\circ$.

Do đó $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'}) = 60^\circ$.



Hình 2.19

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia HS làm 4 nhóm cùng thực hiện **Luyện tập 9**.
- Yêu cầu các nhóm nghiên cứu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành vào bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 23: Nhận biết khái niệm tích vô hướng của hai vectơ trong không gian (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành được khái niệm tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.

b) **Nội dung:** HĐ8, trang 56, SGK.

c) **Sản phẩm:** Trong mặt phẳng, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là một số, kí hiệu là $\vec{u} \cdot \vec{v}$, được xác định bởi công thức sau:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}).$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- Yêu cầu HS nghiên cứu **HĐ8**, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu vào giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào giấy nháp.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức và chốt định nghĩa:

Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

- GV đặt câu hỏi: Tích vô hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng không khi nào?

- HS trả lời: Tích vô hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng không khi một trong hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ là vector-không hoặc khi góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 90° .

- GV nêu chú ý:

- Quy ước nếu $\vec{a} = \vec{0}$ hoặc $\vec{b} = \vec{0}$ thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
- Cho hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Khi đó: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
- Với mọi vector $\vec{a}$, ta có $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$.
- Nếu $\vec{a}$, $\vec{b}$ là hai vector khác $\vec{0}$ thì $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Hoạt động 24: Củng cố định nghĩa tích vô hướng của hai vector trong không gian (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS được tích vô hướng của hai vector trong không gian.

b) Nội dung: Ví dụ 10, Luyện tập 10, trang 56, SGK.

c) Sản phẩm:

• Ví dụ 10:

a) Tam giác SAD có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều, suy ra

$\widehat{SAD} = 60^\circ$. Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Suy ra $(\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AD}) = \widehat{SAD} = 60^\circ$.

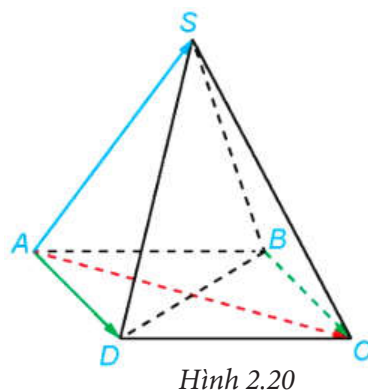
$$\text{Do đó } \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AS}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos 60^\circ = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

b) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông có độ dài mỗi cạnh là a nên độ dài đường chéo AC là $\sqrt{2}a$.

Tam giác SAC có $SA = SC = a$ và $AC = \sqrt{2}a$ nên tam giác SAC vuông cân tại S , suy ra

$$\widehat{SAC} = 45^\circ. \text{ Do đó } \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AS}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos \widehat{SAC} = a \cdot \sqrt{2}a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2.$$

• **Luyện tập 10:** Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Do đó, O là trung điểm của BD và AC . Tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên độ dài đường chéo BD là $a\sqrt{2}$. Suy ra, $OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Gọi E là trung điểm của SC . Ta có OE là đường trung bình của tam giác SAC , do



Hình 2.20

đó $OE \parallel SA$ và $OE = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$. Suy ra $\overrightarrow{AS} = 2\overrightarrow{OE}$. Vì O là trung điểm của BD nên $\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{OB}$.

Tam giác SBC có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều. Do đó, BE là đường trung tuyến đồng thời là đường cao của tam giác SBC . Do đó $EB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có: $OE^2 + OB^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{4} = EB^2$ nên $\triangle EOB$ vuông tại O . Do đó, $\overrightarrow{OE} \perp \overrightarrow{OB}$.

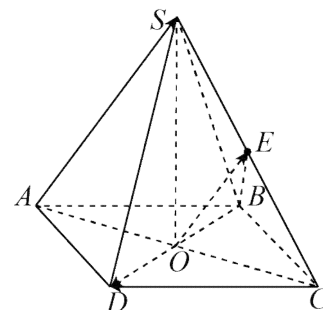
Do đó: $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{OE} \cdot (-2\overrightarrow{OB}) = -4\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$.

Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$. Ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= -|\overrightarrow{AS}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AB}) = -|\overrightarrow{AS}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos \widehat{SAB}.\end{aligned}$$

Tam giác SAB có ba cạnh bằng nhau nên tam giác SAB đều, suy ra $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Suy ra:

$$\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{CD} = -|\overrightarrow{AS}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos \widehat{SAB} = -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}.$$



Hình 2.21

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia HS làm 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: **Ví dụ 10**. + Nhóm 3, 4: **Luyện tập 10**.
- Yêu cầu các nhóm nghiên cứu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành vào bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện nhóm lên trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV nêu nhận xét: Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian cũng có các tính chất giống như các tính chất của tích vô hướng của hai vectơ trong mặt phẳng. Cụ thể, nếu $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ là các vectơ trong không gian và k là một số thực thì ta có:

$$\bullet \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}; \quad \bullet k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (k\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (k\vec{b}); \quad \bullet \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}.$$

Hoạt động 25: Luyện tập (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Biết cách vận dụng định nghĩa để tính tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.

b) **Nội dung:** Ví dụ 11, Luyện tập 11, trang 57, SGK.

c) **Sản phẩm:**

• **Ví dụ 11:**

a) Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN}$.

$$\text{Do đó } 2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DN}).$$

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD nên

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DN} = \vec{0}.$$

$$\text{Suy ra } 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} \text{ hay } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}).$$

b) Từ giả thiết, ta có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

$$\text{Vì vậy, } \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0.$$

• **Luyện tập 11:** Gọi a độ dài các cạnh hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, O' là giao điểm của hai đường chéo $A'C'$ và $B'D'$.

Khi đó, $A'C' = B'D' = a\sqrt{2}$.

Vì O' là trung điểm của $A'C'$ và $B'D'$ nên $\overrightarrow{B'D'} = 2\overrightarrow{O'D'}$ và $O'D' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Gọi I là trung điểm của CC' nên $O'I$ là đường trung

phân của tam giác $A'CC'$. Do đó $O'I = \frac{1}{2}A'C$ và $\overrightarrow{A'C} = 2\overrightarrow{O'I}$.

$$\text{Do } \triangle A'CC' \text{ vuông tại } C' \text{ nên: } A'C = \sqrt{A'C'^2 + C'C^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow O'I = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do } \triangle D'C'I \text{ vuông tại } C' \text{ nên: } ID' = \sqrt{C'D'^2 + C'I^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác } \triangle D'O'I \text{ có: } D'O'^2 + O'I^2 = \frac{2a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} = ID'^2, \text{ suy ra } \triangle D'O'I \text{ vuông tại } O'.$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{O'I} \perp \overrightarrow{O'D'} \text{ suy ra: } \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{B'D'} = 2\overrightarrow{O'I} \cdot 2\overrightarrow{O'D'} = 0 \text{ (đpcm).}$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

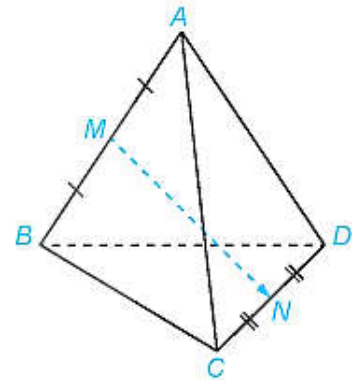
- GV chia HS làm 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: **Ví dụ 11**; + Nhóm 3, 4: **Luyện tập 11**.
- Yêu cầu các nhóm nghiên cứu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành vào bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

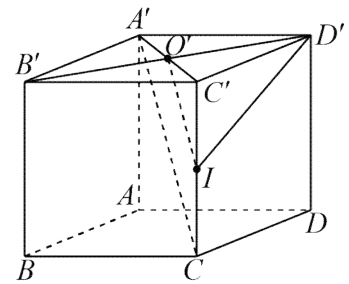
- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.



Hình 2.22



Hình 2.23

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV củng cố: Để chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong không gian ta có thể đưa về chứng minh tích vô hướng hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó bằng 0.

Hoạt động 26: Vận dụng (10 phút)

a) Mục tiêu: HS vận dụng được tích vô hướng của hai vectơ trong không gian trong một số tình huống thực tiễn.

b) Nội dung: Vận dụng 4, trang 57, SGK.

c) Sản phẩm: Ta có: $A = \vec{F} \cdot \overrightarrow{MN} = |\vec{F}| \cdot |\overrightarrow{MN}| \cdot \cos(\vec{F}, \overrightarrow{MN})$. Vì lực $\vec{F}$ có độ lớn không đổi và vật di chuyển một quãng đường không đổi nên A lớn nhất khi $\cos(\vec{F}, \overrightarrow{MN})$ lớn nhất.

$$\text{Do đó, } \cos(\vec{F}, \overrightarrow{MN}) = 1 \Leftrightarrow (\vec{F}, \overrightarrow{MN}) = 0^\circ.$$

Khi đó, lực tác động cùng hướng với chuyển động của vật. Vậy công sinh ra sẽ lớn nhất khi lực tác động cùng hướng với chuyển động của vật. Khi kéo (hoặc đẩy) các vật nặng, ta nên kéo (hoặc đẩy) thương hướng “song song” với hướng với chuyển động mong muốn của vật.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia HS làm 4 nhóm cùng thực hiện Vận dụng 4.
- Yêu cầu các nhóm nghiên cứu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành vào bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 27: Củng cố bài học (10 phút)

a) Mục tiêu: HS hệ thống lại toàn bộ kiến thức của bài học, biết áp dụng kiến thức đã học vào giải bài tập và giải quyết một số bài toán thực tiễn đơn giản.

b) Nội dung: Bài tập 2.4b, 2.5b, 2.7, 2.8, trang 58, SGK.

c) Sản phẩm:

- **Bài tập 2.4b:** Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD'} - \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{D'C'} + \overrightarrow{CD'} - \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$.
- **Bài tập 2.5b:** Ta có: $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} + \vec{c} - \vec{b}$.
- **Bài tập 2.7:** Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{AB}$.

- **Bài tập 2.8:** Ta có $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$ nên ba điểm A, I, G thẳng hàng và $AI = 3IG$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và I trên (BCD) .

Áp dụng định lý Thalès suy ra $\frac{IK}{AH} = \frac{IG}{AG} = \frac{1}{4}$. Do đó $IK = \frac{1}{4}AH = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2$ (cm).

Vậy khoảng cách từ trọng tâm của khối rubik đến mỗi mặt là 2 cm.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia HS làm 4 nhóm: + Nhóm 1: **Bài tập 2.2.** + Nhóm 2: **Bài tập 2.4a.**
- + Nhóm 3: **Bài tập 2.7.** + Nhóm 4: **Bài tập 2.8.**
- Yêu cầu các nhóm nghiên cứu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành vào bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện nhóm lên trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

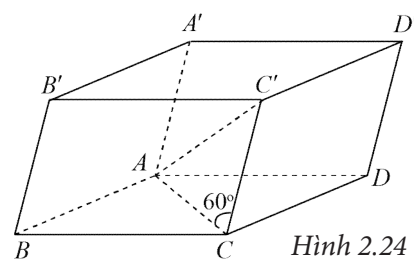
Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (H.2.24) có $AC = CC' = 3$ và $\widehat{ACC'} = 60^\circ$. Tính độ dài $\overline{AC'}$.

- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6



Câu 2. Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng:

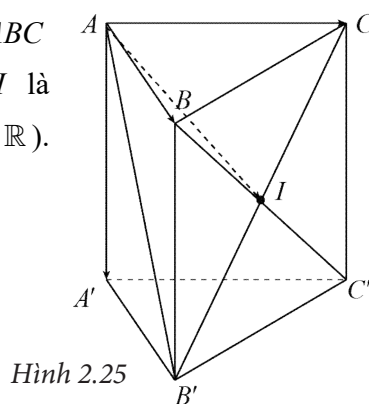
- A. 60° B. 120° C. 30° D. 45°

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có các tam giác $\triangle SAB$ và $\triangle SAC$ đều. Số đo góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng:

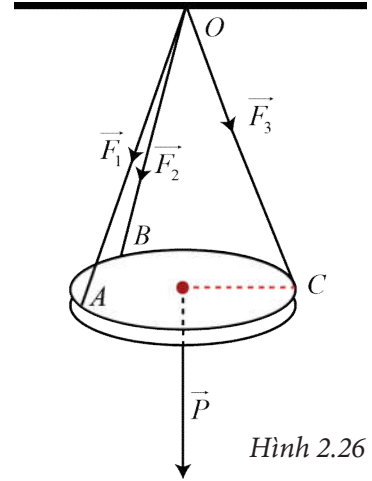
- A. 60° B. 90° C. 30° D. 45°

Câu 4. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác $\triangle ABC$ vuông cân tại A (H.2.25), có $AB = AC = \sqrt{3}$ và $AA' = 3$. Gọi I là trung điểm cạnh $B'C'$. Biết $\overrightarrow{AI} = m\overrightarrow{AA'} + n\overrightarrow{AB} + p\overrightarrow{AC}$ (với $m, n, p \in \mathbb{R}$). Xét tính đúng sai của các mệnh đề dưới đây.

- a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$. b) $\overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.
c) $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CC'} = \frac{9}{2}$. d) $m + n + p = \frac{1}{2}$.



Câu 5. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 25\sqrt{3}$ (N) (H.2.26). Trọng lượng của chiếc đèn tròn đó bằng



Hình 2.26

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. A Gọi ý: Ta có $AC = CC' = 3$ và $\widehat{ACC'} = 60^\circ$ nên tam giác $\triangle ACC'$ là tam giác đều. Do đó $|\vec{AC'}| = AC' = 3$.

Câu 2. B Gọi ý: Gọi A' là điểm đối xứng với A qua C , khi đó ta có:

$$(\vec{AC}, \vec{CD}) = (\vec{CA'}, \vec{CD}) = \widehat{DCA'} = 120^\circ.$$

Câu 3. B Gọi ý: Gọi a là độ dài các cạnh của $\triangle SAB$ và $\triangle SAC$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \vec{SA} \cdot \vec{BC} &= \vec{SA} \cdot (\vec{SC} - \vec{SB}) = \vec{SA} \cdot \vec{SC} - \vec{SA} \cdot \vec{SB} \\ &= |\vec{SA}| \cdot |\vec{SC}| \cos \widehat{ASC} - |\vec{SA}| \cdot |\vec{SB}| \cos \widehat{ASB} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = 0. \end{aligned}$$

Suy ra $SA \perp BC \Rightarrow (SA, BC) = 90^\circ$.

Câu 4. a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

c) Ta có: $\vec{AB'} \cdot \vec{CC'} = \vec{AB'} \cdot \vec{AA'} = |\vec{AB'}| \cdot |\vec{AA'}| \cdot \cos(\vec{AB'}, \vec{AA'})$.

$$\text{Xét tam giác } \triangle AA'B' \text{ vuông tại } A' \text{ ta có: } \tan \widehat{A'AB'} = \frac{A'B'}{AA'} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{A'AB'} = 30^\circ.$$

$$\text{Vậy } \vec{AB'} \cdot \vec{CC'} = |\vec{AB'}| \cdot |\vec{AA'}| \cdot \cos(\vec{AB'}, \vec{AA'}) = \sqrt{3} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}.$$

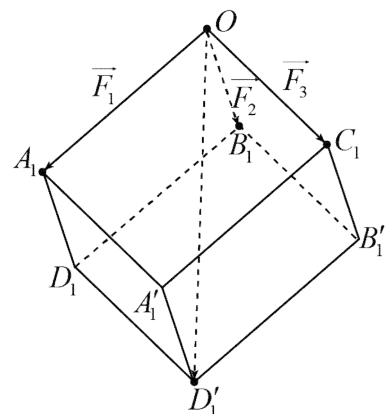
$$\text{d) Ta có } \vec{AI} = \frac{1}{2}(\vec{AB'} + \vec{AC'}) = \frac{1}{2}(\vec{AA'} + \vec{A'B'} + \vec{AC'}) = \frac{1}{2}(\vec{AA'} + \vec{AB} + \vec{AC}) = \frac{1}{2}\vec{AA'} + \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}.$$

$$\text{Do đó, } m = n = p = \frac{1}{2} \text{ hay } m + n + p = \frac{3}{2}.$$

Câu 5. 75 N

Gọi ý: Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\vec{OA_1} = \vec{F}_1$, $\vec{OB_1} = \vec{F}_2$, $\vec{OC_1} = \vec{F}_3$. Lấy các điểm D_1, A'_1, B'_1, D'_1 , sao cho $OA_1D_1B_1.C_1A'_1D'_1B'_1$ là hình hộp (H.2.27). Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp, ta có: $\vec{OA_1} + \vec{OB_1} + \vec{OC_1} = \vec{OD'_1}$.

Mặt khác, do các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 25\sqrt{3}$ (N) nên hình hộp $OA_1D_1B_1.C_1A'_1D'_1B'_1$ có ba



Hình 2.27

cạnh OA_1, OB_1, OC_1 đôi một vuông góc và bằng nhau. Vì thế hình hộp đó là hình lập phương có độ dài cạnh bằng $25\sqrt{3}$. Suy ra độ dài đường chéo OD'_1 của hình lập phương đó bằng 75.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$, ở đó $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn. Suy ra trọng lượng của chiếc đèn là: $|\vec{P}| = |\vec{OD'_1}| = 75 \text{ (N)}$.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Nắm vững các kiến thức đã học trong bài vector trong không gian.
- Làm các bài tập còn lại trong trang 58, 59, SGK.

BÀI 7. HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết toạ độ của điểm, của vector đối với hệ trục toạ độ.
- Vận dụng toạ độ của vector để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực mô hình hoá toán học (thông qua việc sử dụng các kiến thức về vector trong không gian để trả lời các câu hỏi trong phần **Vận dụng**).
- Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học).
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán (xuyên suốt bài học).

3. Phẩm chất

Giúp HS hình thành các phẩm chất trách nhiệm, chăm chỉ, trung thực (xuyên suốt bài học).

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. GV: Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), bảng phụ, bút lông, các hình ảnh, đồ dùng dạy học minh hoạ về toạ độ vector trong không gian.

2. HS: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học và xem lại các kiến thức về toạ độ vector trong mặt phẳng.

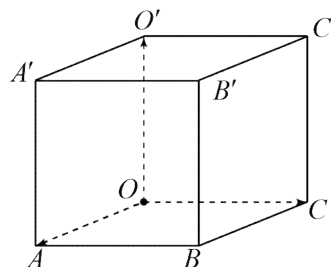
III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN, TOẠ ĐỘ CỦA ĐIỂM

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)(5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhớ lại định nghĩa hệ trục toạ độ trong mặt phẳng, toạ độ vector, toạ độ của một điểm trong mặt phẳng Oxy , đồng thời tạo hứng thú, gợi dậy ý thức tìm tòi với nội dung bài học mới.

b) Nội dung: Cho hình lập phương $OABC.O'A'B'C'$ có cạnh bằng 1.



Hình 2.28

Đặt $\vec{i} = \overrightarrow{OA}$; $\vec{j} = \overrightarrow{OC}$; $\vec{k} = \overrightarrow{OO'}$.

a) Nêu nhận xét về phương và độ dài của ba vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

b) Nêu nhận xét về ba mặt phẳng toạ độ $(O; \vec{i}), (O; \vec{j}), (O; \vec{k})$.

c) Sản phẩm:

a) Ba vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ đôi một không cùng phương và $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$.

b) Các mặt phẳng toạ độ $(O; \vec{i}), (O; \vec{j}), (O; \vec{k})$ đôi một vuông góc với nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- Yêu cầu đọc và nghiên cứu tình huống mở đầu, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận, trao đổi theo yêu cầu (dự đoán HS không trả lời được).
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, dẫn dắt HS và đặt vấn đề vào bài mới: Có cách nào tương tự để xác định chính xác vị trí của một điểm trong không gian hay không? Trong bài học này chúng ta sẽ cùng nhau tìm hiểu.

Hoạt động 2: Hình thành định nghĩa hệ trục toạ độ trong không gian (15 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được định nghĩa hệ trục toạ độ trong không gian và nhớ lại cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc.

b) Nội dung: HĐ1, trang 60, SGK.

c) Sản phẩm:

a) Các mặt phẳng có trong hình vẽ là: Mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$.

$$b) \text{ Vì } \begin{cases} Ox \perp Oy \\ Ox \perp Oz \\ Oy \cap Oz = O \\ Oy, Oz \subset (Oyz) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ox \perp (Oyz) \\ Ox \subset (Oxy) \end{cases} \Rightarrow (Oxy) \perp (Oyz).$$

Chứng minh tương tự ta có: $(Ozx) \perp (Oyz); (Ozx) \perp (Oxy)$.

Vậy ba mặt phẳng toạ độ $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$ đôi một vuông góc với nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc nhóm đôi (2 HS/bàn) và nghiên cứu HĐ1, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV.
- HS nghiên cứu **HĐ1**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả vào giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV chốt định nghĩa hệ trục tọa độ trong không gian:

Trong không gian, ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau tại gốc O của mỗi trục.

Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vector đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz .

- Hệ ba trục như vậy được gọi là hệ trục tọa độ Descartes vuông góc $Oxyz$, hay đơn giản là hệ tọa độ $Oxyz$.
- Điểm O được gọi là gốc tọa độ.
- Các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ đôi một vuông góc với nhau được gọi là các mặt phẳng tọa độ.

Không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ còn được gọi là không gian $Oxyz$.

- GV nêu vấn đề: Góc căn phòng trong H.2.34 (SGK) có gợi lên hình ảnh về hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian hay không? Nếu có, hãy mô tả gốc tọa độ và các mặt phẳng tọa độ trong hình ảnh đó.
- HS trả lời: Hình ảnh góc căn phòng trong tình huống mở đầu gợi lên hình ảnh về hệ trục tọa độ trong không gian. Có thể chọn gốc tọa độ là góc phòng, các trục tọa độ là các đường mép tường. Khi đó các mặt phẳng tọa độ là hai mặt tường và mặt sàn nhà.

Hoạt động 3: Củng cố định nghĩa hệ trục tọa độ trong không gian (13 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được hệ trục tọa độ vector trong không gian.

b) Nội dung: Ví dụ 1, trang 61, SGK.

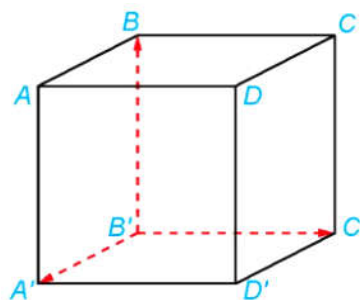
c) Sản phẩm: Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $B'A', B'C', B'B$ đôi một vuông góc với nhau.

Vì hình lập phương có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên các vector $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$ cùng có điểm đầu là B' và đều có độ dài bằng 1.

Từ các điều trên, suy ra có thể lập một hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh B' và các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vector $\overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'B}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ



Hình 2.29

HS làm việc cá nhân, nghiên cứu **Ví dụ 1**, sau đó tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV, nghiên cứu **Ví dụ 1**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 4: Luyện tập (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS xác định được hệ trục tọa độ trong không gian, có thể được thiết lập từ các yếu tố của các hình hình học như hình lập phương hay hình hộp chữ nhật.

b) Nội dung: **Luyện tập 1**, trang 61, SGK.

c) Sản phẩm: Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên các cạnh CC' , CB và CD đôi một vuông góc với nhau. Các vector $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CC'}$ cùng có điểm đầu là C .

Do đó, có thể lập được một hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với đỉnh C và các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt cùng hướng với các vector $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CC'}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân, nghiên cứu **Luyện tập 1**, sau đó tìm hiểu chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV, nghiên cứu **Luyện tập 1**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Nắm vững các kiến thức đã học: Hệ trục tọa độ trong không gian.
- Tìm hiểu trước mục: “*Toạ độ của điểm, toạ độ của vector trong không gian*” trang 61, 62, SGK.

TIẾT 2, 3. TOẠ ĐỘ CỦA ĐIỂM, TOẠ ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Hoạt động 5: Hình thành khái niệm toạ độ của điểm trong không gian (3 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được toạ độ của một điểm trong không gian đối với một hệ toạ độ cho trước.

b) Nội dung: HD2, trang 61, SGK.

c) Sản phẩm:

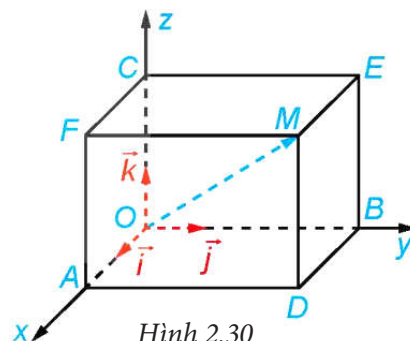
a) Vì $OADB.CFME$ là hình hộp chữ nhật nên theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.

b) Vì $\vec{i}$ là vectơ đơn vị trên trục Ox nên $\overrightarrow{OA} = x\vec{i}$ với x là số thực duy nhất.

Vì $\vec{j}$ là vectơ đơn vị trên trục Oy nên $\overrightarrow{OB} = y\vec{j}$ với y là số thực duy nhất.

Vì $\vec{k}$ là vectơ đơn vị trên trục Oz nên $\overrightarrow{OC} = z\vec{k}$ với z là số thực duy nhất.

Do đó, $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ với x, y, z là các số thực duy nhất.



Hình 2.30

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn), nghiên cứu HD2, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi theo nhóm, hoàn thành nội dung và trả lời. GV quan sát, hỗ trợ các em làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu HS đại diện lên trình bày, các HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung kiến thức.
- GV chốt định nghĩa:

Trong không gian $Oxyz$, cho một điểm M tùy ý. Bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ được gọi là toạ độ của điểm M đối với hệ toạ độ $Oxyz$. Khi đó, ta viết $M = (x; y; z)$ hoặc $M(x; y; z)$, trong đó x là hoành độ, y là tung độ và z là cao độ của M .

- GV nêu vấn đề: Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$, hãy tìm toạ độ của gốc O ?
- HS trả lời: Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$, điểm $O(0; 0; 0)$.

Hoạt động 6: Củng cố định nghĩa toạ độ của điểm trong không gian (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS xác định được toạ độ của một điểm đặc biệt bằng định nghĩa.

b) Nội dung: Ví dụ 2, Ví dụ 3, trang 62, SGK.

c) Sản phẩm:

- **Ví dụ 2:** Hình 2.31 có $ABCM.FODE$ là hình hộp chữ nhật.

Áp dụng quy tắc hình hộp suy ra:

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$$

Vì vậy, tọa độ của điểm M là $(3;4;3)$.

- **Ví dụ 3:** Vì đỉnh D' thuộc tia Ox nên hai vectơ $\overrightarrow{OD'}$ và $\vec{i}$ cùng phương, suy ra có số thực m sao cho $\overrightarrow{OD'} = m\vec{i}$.

Tương tự, có các số thực n, p sao cho $\overrightarrow{OB'} = n\vec{j}$ và

$\overrightarrow{OA} = p\vec{k}$. Theo quy tắc hình hộp, suy ra:

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OA} = m\vec{i} + n\vec{j} + p\vec{k} \text{ và do đó điểm } C$$

có tọa độ là $(m;n;p)$.

Mặt khác, đỉnh C có tọa độ là $(2;3;5)$ nên $m = 2, n = 3,$

$p = 5$, tức là $\overrightarrow{OD'} = 2\vec{i}, \overrightarrow{OB'} = 3\vec{j}$ và $\overrightarrow{OA} = 5\vec{k}$.

Từ đây suy ra $D'(2;0;0), B'(0;3;0)$ và $A(0;0;5)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: Nhóm 1, 2 thực hiện **Ví dụ 2**; Nhóm 3, 4 thực hiện **Ví dụ 3**.
- Các nhóm HS nghiên cứu **Ví dụ 2, Ví dụ 3**, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo nhóm, tìm hiểu chọn lọc thông tin và hoàn thành nội dung sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

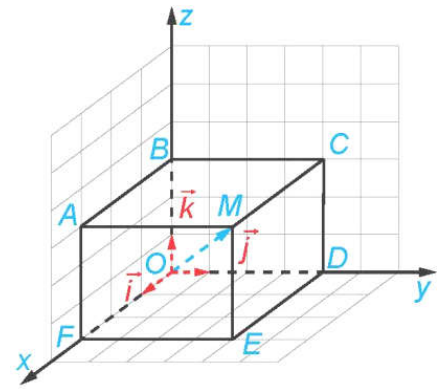
Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu các nhóm cử đại diện lên trình bày, HS các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

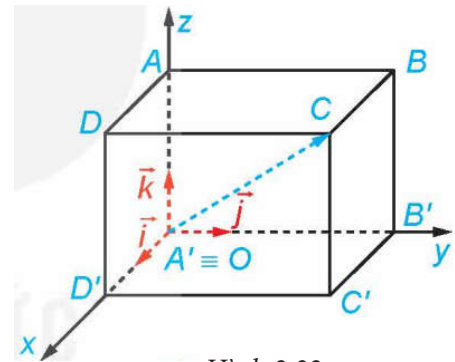
Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung kiến thức.
- GV nhấn mạnh: Nếu điểm M có tọa độ $(x;y;z)$ đối với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thì:
 - Hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy và Oz có tọa độ lần lượt là $(x;0;0), (0;y;0)$ và $(0;0;z)$.
 - Hình chiếu vuông góc của M trên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz)$ và (Ozx) có tọa độ lần lượt là $(x;y;0), (0;y;z)$ và $(x;0;z)$.

Hoạt động 7: Luyện tập (10 phút)



Hình 2.31



Hình 2.32

a) **Mục tiêu:** Giúp HS biết cách xác định được toạ độ của một điểm trong một trường hợp cụ thể.

b) **Nội dung:** **Luyện tập 2, Luyện tập 3**, trang 62, SGK.

c) **Sản phẩm:**

• **Luyện tập 2:** Ta có: $\overrightarrow{ON} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + 4\vec{k}$.

Do đó $N(2;5;4)$.

• **Luyện tập 3:** Theo **Ví dụ 3** ta có: $m = 2, n = 3, p = 5$.

Vì $ABB'O$ là hình bình hành nên:

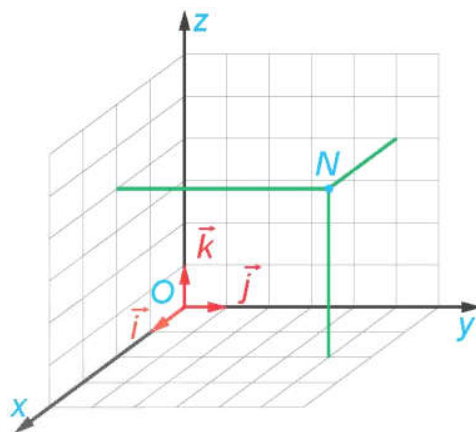
$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OA} = n\vec{j} + p\vec{k} = 3\vec{j} + 5\vec{k}.$$

Do đó, $B(0;3;5)$.

Vì $OB'C'D'$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OD'} + \overrightarrow{OB'} = m\vec{i} + n\vec{j} = 2\vec{i} + 3\vec{j}. \text{ Do đó, } C'(2;3;0).$$

Vì $ADD'O$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD'} = m\vec{i} + p\vec{k} = 2\vec{i} + 5\vec{k}$. Do đó, $D(2;0;5)$.



Hình 2.34

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 2 thực hiện **Luyện tập 2**;
+ Nhóm 3, 4 thực hiện **Luyện tập 3**.
- Các nhóm nghiên cứu **Luyện tập 2, Luyện tập 3**, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung sản phẩm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS của nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 8: Vận dụng (10 phút)

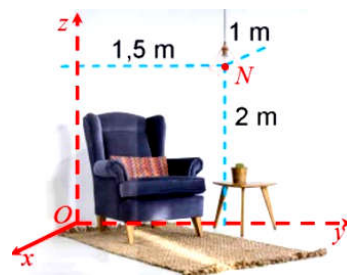
a) **Mục tiêu:** Giúp HS biết cách sử dụng kiến thức về toạ độ của một điểm trong không gian để xác định toạ độ của một điểm trong những tình huống thực tế.

b) **Nội dung:** **Vận dụng 1**, trang 62, SGK.

c) **Sản phẩm:** Chọn hệ toạ độ $Oxyz$ như Hình 2.34.

Mặt phẳng (Oxy) là sàn nhà, hai mặt phẳng (Oyz) , (Ozx) là hai bức tường. Khi đó, ba mặt phẳng đôi một vuông góc với nhau.

Gốc toạ độ O trùng với góc phòng, là giao điểm của 3 trục Ox , Oy , Oz . Điểm N là vị trí của đèn.



Hình 2.33

Khi đó $\overrightarrow{ON} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = \vec{i} + 1,5\vec{j} + 2\vec{k}$. Do đó $N(1; 1,5; 2)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm và cả bốn nhóm cùng thực hiện **Vận dụng 1**.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS các nhóm nghiên cứu **Vận dụng 1** theo sự phân công của GV, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đại diện của nhóm trình bày kết quả của nhóm, các HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung và sử dụng phần mềm Geogebra cho HS trải nghiệm tọa độ của một vector trong không gian.

Hoạt động 9: Hình thành định nghĩa tọa độ vector trong không gian (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS nhận biết được khái niệm tọa độ của vector trong không gian.

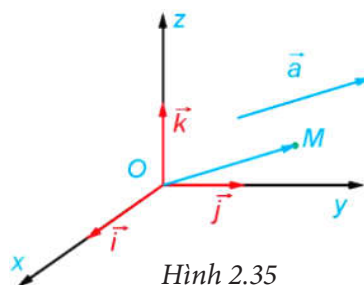
b) **Nội dung:** HĐ3, trang 62, SGK.

c) **Sản phẩm:** Theo khái niệm tọa độ trong không gian ta có:

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Mà $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$ nên $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Do đó, có bộ ba số $(x; y; z)$ sao cho $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.



Hình 2.35

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn), nghiên cứu **HĐ3**, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS các nhóm trao đổi, thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đại diện lên trình bày kết quả, các HS khác quan sát và nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức và chốt lại định nghĩa:

Trong không gian Oxyz, cho vector $\vec{a}$ tùy ý. Bộ ba số $(x; y; z)$ duy nhất sao cho $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ được gọi là tọa độ của vector $\vec{a}$ đối với hệ tọa độ Oxyz. Khi đó, ta viết $\vec{a} = (x; y; z)$ hoặc $\vec{a}(x; y; z)$.

- GV đặt câu hỏi: Ta thấy $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$ thì ta có $\overrightarrow{OM} = (x; y; z)$, $\vec{a} = (x; y; z)$. Vậy nếu có $\vec{a} = (x; y; z)$, $\vec{b} = (x'; y'; z')$ và $\vec{a} = \vec{b}$ thì các em có nhận xét gì về mối quan hệ giữa các tọa độ của hai vector này?

- HS trả lời: Ta có: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$.

- GV nêu nhận xét:

• Tọa độ của vector $\vec{a}$ cũng là tọa độ của điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$.

• Trong không gian, cho hai vector $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Khi đó: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$.

Hoạt động 10: Củng cố định nghĩa tọa độ của vector trong không gian (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Xác định được tọa độ của các vector cụ thể trong không gian.

b) **Nội dung:** Luyện tập 4, trang 63, SGK.

c) **Sản phẩm:** Tọa độ của vector $\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$ là (1; 2; 5).

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm cùng thực hiện **Luyện tập 4**.

- GV yêu cầu HS các nhóm nghiên cứu **Ví dụ 4** làm mẫu để làm **Luyện tập 4**.

- Yêu cầu HS các nhóm nghiên cứu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lần lượt lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức.

Hoạt động 11: Thiết lập tọa độ của vector theo tọa độ hai đầu mút (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS biết cách xác định tọa độ của một vector khi biết tọa độ của hai đầu mút.

b) **Nội dung:** HĐ4, trang 63, SGK.

c) **Sản phẩm:**

a) Ta có: $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$; $\overrightarrow{ON} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$.

b) Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM} = (x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}) - (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$
 $= (x' - x)\vec{i} + (y' - y)\vec{j} + (z' - z)\vec{k}$.

Do đó $\overrightarrow{MN} = (x' - x; y' - y; z' - z)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 4 nhóm cùng thực hiện **HD4**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.
- GV quan sát và hướng dẫn cho các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm lên trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS và đưa ra định nghĩa:

Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và $N(x_N; y_N; z_N)$. Khi đó:

$$\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M).$$

Hoạt động 12: Củng cố thiết lập tọa độ của vector theo tọa độ hai đầu mút (5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS biết cách sử dụng được công thức biểu diễn tọa độ của một vector qua tọa độ của hai đầu mút để xác định tọa độ của vector hoặc tọa độ của điểm trong không gian.

b) Nội dung: Ví dụ 5, trang 63, SGK.

c) Sản phẩm:

a) Ta có: $\overrightarrow{AA'} = (x_{A'} - x_A; y_{A'} - y_A; z_{A'} - z_A) = (4; 0; -1)$.

b) Gọi tọa độ của điểm B' là $(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{BB'} = (x - 3; y - 2; z - 5)$. Vì $ABCA'B'C'$ là hình lăng trụ nên $ABB'A'$ là hình bình hành, suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} x - 3 = 4 \\ y - 2 = 0 \\ z - 5 = -1 \end{cases} \text{ hay } x = 7, y = 2 \text{ và } z = 4. \text{ Vậy } B'(7; 2; 4).$$

Lập luận tương tự suy ra $C'(1; -3; 8)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm cùng thực hiện **Ví dụ 5**.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 13: Luyện tập (9 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS biết vận dụng công thức biểu diễn toạ độ của một vector trong không gian khi biết toạ độ hai đầu mút để giải bài tập.

b) Nội dung: **Luyện tập 5**, trang 64, SGK.

c) Sản phẩm: Gọi $D(x; y; z)$, $D'(x'; y'; z')$. Khi đó $\overrightarrow{AD} = (x-1; y; z-2)$.

Để $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì $ABCD, ADD'A'$ là các hình bình hành.

$$\text{Do đó, ta có: } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x-1=4 \\ y=-5 \\ z-2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-5 \\ z=6 \end{cases}. \text{ Suy ra } D(5; -5; 6).$$

$$\text{Tương tự, ta có: } \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \begin{cases} x'-5=4 \\ y'+5=0 \\ z'-6=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=9 \\ y'=-5 \\ z'=5 \end{cases}. \text{ Suy ra } D'(9; -5; 5).$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm cùng thực hiện **Ví dụ 5**.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm lên trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 14: Vận dụng (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS sử dụng được kiến thức về toạ độ của điểm và vector trong không gian để trả lời một câu hỏi liên quan đến thực tiễn.

b) Nội dung: **Vận dụng 2**, trang 64, SGK.

c) Sản phẩm: Quãng đường máy bay bay được với vận tốc 890 (km/h) trong nửa giờ là: $890 \cdot \frac{1}{2} = 445$ (km).

Gọi vector biểu diễn độ dịch chuyển của máy bay trong nửa giờ là $\overrightarrow{AB}$ thì $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với vector đơn vị $\vec{j}$. Do đó $\overrightarrow{AB} = 445\vec{j}$, suy ra $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là $(0; 445; 0)$.

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm cùng thực hiện **Vận dụng 2**.
- HS các nhóm nghiên cứu **Luyện tập 6, Vận dụng 2**, trang 64, SGK, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.



Hình 2.36

- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung sản phẩm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS của nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ (10 phút)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(-3;5;1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là:

- A. $M(-3;5;1)$. B. $N(-3;0;1)$ C. $P(0;5;1)$ D. $Q(-3;5;0)$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $M \in (Oxz)$ B. $M \in (Oyz)$ C. $M \in Oy$ D. $M \in (Oxy)$

Câu 3. Tìm tọa độ điểm M' là điểm đối xứng của điểm $M(1;2;3)$ qua gốc tọa độ O .

- A. $M'(-1;2;3)$ B. $M'(-1;-2;3)$ C. $M'(-1;-2;-3)$ D. $M'(1;2;-3)$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;-1;1)$, $B(-2;1;-1)$, $\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề dưới đây.

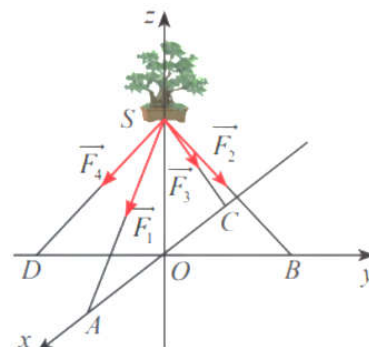
a) $C(-1;3;2)$.

b) $\overrightarrow{AB} = (2;-2;2)$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(-1;3;0)$.

d) Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $D(1;1;4)$.

Câu 5. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ bốn chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20;0;0)$, $B(0;20;0)$, $C(-20;0;0)$, $D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40 (N) và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như Hình 2.37. Tổng các tọa độ của lực $\vec{F}_1$ nói trên (mỗi centimet biểu diễn 1 N) bằng



Hình 2.37

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. B

Câu 2. A

Câu 3. C

Gợi ý: Vì $M'(x';y';z')$ là điểm đối xứng của M qua gốc tọa độ O nên ta có:

$$\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM} \Rightarrow \overrightarrow{OM'} = (-1;-2;-3).$$

Câu 4. a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Gợi ý:

a) $\overrightarrow{OC} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow C(-1; 3; 2).$

b) $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2).$

c) Vì $C(-1; 3; 2)$ nên hình chiếu vuông góc của điểm C lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(-1; 3; 0).$

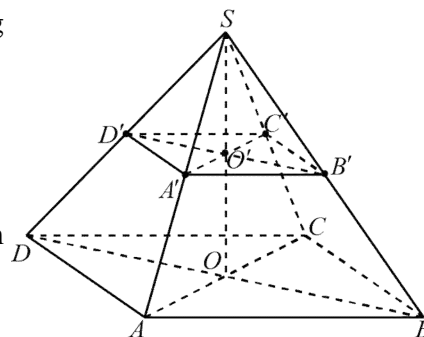
d) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 0 = -1 + 2 \\ y_D + 1 = 3 - 1 \\ z_D - 1 = 2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 1 \\ z_D = 4 \end{cases} \Rightarrow D(1; 1; 4).$

Câu 5. Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

Ta có: $\overrightarrow{SA} = (20; 0; -20), \overrightarrow{SB} = (0; 20; -20),$

$\overrightarrow{SC} = (-20; 0; -20), \overrightarrow{SD} = (0; -20; -20).$

Suy ra $SA = SB = SC = SD = 20\sqrt{2}$. Do đó $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều. Các vector $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A', B', C', D' .



Hình 2.38

Ta có $SA' = SB' = SC' = SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều. Gọi $\vec{F}$ là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có: $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = \overrightarrow{SA'} + \overrightarrow{SB'} + \overrightarrow{SC'} + \overrightarrow{SD'} = 4\overrightarrow{SO'}.$

Do $|\vec{F}| = 40$, suy ra $|\overrightarrow{SO'}| = SO' = 10$. Do tam giác $SO'A'$ vuông cân nên $SA' = \sqrt{2}SO' = 10\sqrt{2}$.

Suy ra $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{SA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} = (10; 0; -10)$. Vậy ta có tổng các tọa độ của lực $\overrightarrow{F_1}$ là: $10 + 0 + (-10) = 0$.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Nắm vững các kiến thức đã học về hệ trục tọa độ trong không gian.
- Làm các bài tập còn lại, trang 64, 65, SGK.
- Tìm hiểu trước bài học: “Biểu thức tọa độ của các phép toán vector”, trang 67, SGK.

BÀI 8. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTOR

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được biểu thức tọa độ của các phép toán vector trong không gian, thể hiện được các phép toán vector theo tọa độ.
- Xác định được độ dài của vector khi biết tọa độ của hai đầu mút.
- Vận dụng được biểu thức tọa độ của các phép toán vector để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, đặc biệt là năng lực mô hình hoá toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm).
- Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các HĐ nhóm.
- Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **GV:** Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), bảng phụ, bút lông, các hình ảnh, đồ dùng dạy học minh hoạ liên quan đến nội dung bài học.

2. **HS:** Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học và xem lại các kiến thức về hệ trục tọa độ trong không gian.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA PHÉP CỘNG HAI VECTƠ, PHÉP TRỪ HAI VECTƠ, PHÉP NHÂN MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ

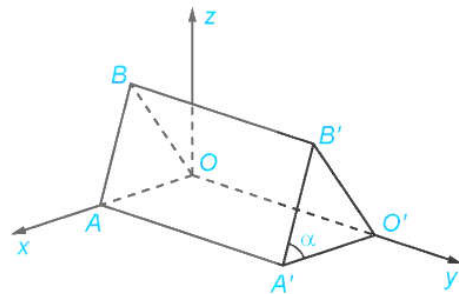
Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS tính được tọa độ các đỉnh của hình lăng trụ tam giác sau khi mô hình hóa, từ đó dẫn tới nhu cầu hình thành biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ.

b) **Nội dung:** Xét bài toán tình huống **Mở đầu**.



a)



Hình 2.39

b)

GV yêu cầu HS tính tọa độ các điểm A, B, O và O' trong tình huống **Mở đầu**.

c) **Sản phẩm:** Ta có $O(0;0;0)$. O' là hình chiếu vuông góc của A' lên trục Oy suy ra $O'(0;450;0)$.

Gọi $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$. Ta có:

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{O'A'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - 0 = 240 - 0 \\ y_A - 0 = 450 - 450 \\ z_A - 0 = 0 - 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 240 \\ y_A = 0 \\ z_A = 0 \end{cases} \Rightarrow A(240;0;0).$$

$$\overline{OB} = \overline{O'B'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 0 = 120 - 0 \\ y_B - 0 = 450 - 450 \\ z_B - 0 = 300 - 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 120 \\ y_B = 0 \\ z_B = 300 \end{cases} \Rightarrow B(120; 0; 300).$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm cùng thực hiện bài toán trong tình huống **Mở đầu**.
- Yêu cầu HS nghiên cứu tình huống **Mở đầu**, chọn lọc thông tin và trả lời vào bảng phụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS các nhóm thảo luận, trao đổi theo yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm treo bảng phụ của nhóm lên bảng và gọi đại diện nhóm trả lời, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt HS vào bài mới.
- GV đặt vấn đề: Nếu chúng ta biết tọa độ các điểm trong không gian, liệu chúng ta có thể tính được khoảng cách giữa hai điểm đó hay không? Chúng ta sẽ cùng nhau tìm hiểu trong bài học ngày hôm nay.

Hoạt động 2: Hình thành biểu thức tọa độ của phép cộng hai vector, phép trừ hai vector, phép nhân một số với một vector trong không gian (5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS giải thích được biểu thức tọa độ của phép cộng/trừ hai vector; phép nhân một số với một vector trong trường hợp cụ thể, từ đó thừa nhận biểu thức tọa độ của các phép toán trên trong trường hợp tổng quát.

b) Nội dung: HD1, trang 67, SGK.

c) Sản phẩm:

a) $\vec{a} = 1\vec{i} + 0\vec{j} + 5\vec{k} = 1\vec{i} + 5\vec{k}; \vec{b} = 1\vec{i} + 3\vec{j} + 9\vec{k}.$

b) $\vec{a} + \vec{b} = (1\vec{i} + 5\vec{k}) + (1\vec{i} + 3\vec{j} + 9\vec{k}) = (1+1)\vec{i} + 3\vec{j} + (5+9)\vec{k} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 14\vec{k} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (2; 3; 14).$

$2\vec{a} = 2(1\vec{i} + 5\vec{k}) = 2\vec{i} + 10\vec{k} \Rightarrow 2\vec{a} = (2; 0; 10).$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm cùng thực hiện HD1.
- Yêu cầu HS nghiên cứu HD1, chọn lọc thông tin và trả lời vào bảng phụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS các nhóm thảo luận, trao đổi theo yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm treo bảng phụ của nhóm lên bảng và gọi đại diện nhóm trả lời, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức, chốt định nghĩa:

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Ta có:

- $\vec{a} + \vec{b} = (x + x'; y + y'; z + z')$;
- $\vec{a} - \vec{b} = (x - x'; y - y'; z - z')$;
- $k\vec{a} = (kx; ky; kz)$ với k là một số thực.

- GV nêu vấn đề: Nếu tọa độ của vector $\vec{a}$ là $(x; y; z)$ thì tọa độ vector đối của vector $\vec{a}$ là gì?

- HS trả lời: Vector đối của vector $\vec{a}$ là vector $-\vec{a}$ có tọa độ là $(-x; -y; -z)$.

Nhận xét: Vector $\vec{a} = (x; y; z)$ cùng phương với vector $\vec{b} = (x'; y'; z') \neq \vec{0}$ khi và chỉ khi tồn tại số

$$\text{thực } k \text{ sao cho } \begin{cases} x = kx' \\ y = ky' \\ z = kz' \end{cases}.$$

Hoạt động 3: Củng cố định nghĩa biểu thức tọa độ của phép cộng hai vector, phép trừ hai vector, phép nhân một số với một vector trong không gian (5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS biết sử dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vector vừa học để tìm tọa độ của một số vector cụ thể.

b) Nội dung: Ví dụ 1, trang 68, SGK.

c) Sản phẩm:

a) $\vec{a} - \vec{b} = (2 - 2; 1 - 2; 5 - 1) = (0; -1; 4)$.

b) $3\vec{a} = (6; 3; 15)$; $2\vec{b} = (4; 4; 2)$. Do đó $3\vec{a} + 2\vec{b} = (6 + 4; 3 + 4; 15 + 2) = (10; 7; 17)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân, nghiên cứu **Ví dụ 1**, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV, nghiên cứu **Ví dụ 1**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 4: Luyện tập (5 phút)

a) Mục tiêu: Để HS luyện tập tìm tọa độ của một số vector cụ thể sử dụng phép cộng và trừ vector.

b) Nội dung: Luyện tập 1, trang 68, SGK.

c) Sản phẩm: Ta có: $2\vec{v} = (-2; 6; -4)$.

$$\text{Vậy } \vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w} = (1 - (-2) + 0; 8 - 6 + 5; 6 - (-4) + 4) = (3; 7; 14).$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân, nghiên cứu **Luyện tập 1**, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV, nghiên cứu **Luyện tập 1**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 5: Hình thành biểu thức tọa độ trung điểm đoạn thẳng, tọa độ trọng tâm của tam giác (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS thiết lập được biểu thức tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và biểu thức tọa độ trọng tâm của tam giác.

b) Nội dung: HD2, trang 68, SGK.

c) Sản phẩm: Ta có: $\vec{OA} = (x_A; y_A; z_A)$, $\vec{OB} = (x_B; y_B; z_B)$, $\vec{OC} = (x_C; y_C; z_C)$.

$$\text{a) } M \text{ là trung điểm của đoạn } AB \text{ nên } \vec{OM} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB}) \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó, } M \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2} \right).$$

$$\text{b) } G \text{ là trọng tâm của tam giác } ABC \text{ nên } \vec{OG} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}) \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó, } G \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \right).$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 4 nhóm cùng nghiên cứu thực hiện **HĐ2**, chọn lọc thông tin và trả lời vào bảng phụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS các nhóm thảo luận, trao đổi theo yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm treo bảng phụ của nhóm lên bảng và gọi đại diện nhóm trả lời, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chốt định nghĩa:

Trong không gian Oxyz, cho ba điểm không thẳng hàng $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ và $C(x_C; y_C; z_C)$. Khi đó:

- Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$;
- Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.

Hoạt động 6: Củng cố biểu thức tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và biểu thức tọa độ trọng tâm của tam giác (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS xác định được tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và tọa độ trọng tâm của tam giác trong trường hợp cụ thể.

b) Nội dung: Ví dụ 2, trang 68, SGK.

c) Sản phẩm: Vì M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên tọa độ của điểm M là:

$$\left(\frac{1+3}{2}; \frac{2+2}{2}; \frac{3+1}{2}\right) \text{ hay } M(2; 2; 2).$$

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên tọa độ của điểm G là:

$$\left(\frac{1+3+2}{3}; \frac{2+2+(-1)}{3}; \frac{3+1+5}{3}\right) \text{ hay } G(2; 1; 3).$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn) nghiên cứu **Ví dụ 2**, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận, trao đổi theo yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung kiến thức.

Hoạt động 7: Luyện tập (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS biết cách xác định được tọa độ của một điểm trong một trường hợp cụ thể.

b) **Nội dung:** **Luyện tập 2**, trang 69, SGK.

c) **Sản phẩm:** Vì $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$ nên ta có:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B = 3 \cdot 3 - 2 - 9 = -2 \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B = 3 \cdot 0 - 9 - 4 = -13. \text{ Vậy } C(-2; -13; 8). \\ z_C = 3z_G - z_A - z_B = 3 \cdot 4 + 1 - 5 = 8 \end{cases}$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm, cùng thực hiện **Luyện tập 2**, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung sản phẩm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm treo sản phẩm của nhóm lên bảng và gọi đại diện nhóm lên trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Biểu thức tọa độ của phép cộng hai vector, phép trừ hai vector, phép nhân một số với một vector.
- Giao cho HS làm **Bài tập 2.20a** trang 72, SGK
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

TIẾT 2, 3. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG VÀ VẬN DỤNG TOẠ ĐỘ CỦA VECTO TRONG MỘT SỐ BÀI TOÁN CÓ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

Hoạt động 8: Thiết lập biểu thức tọa độ của tích vô hướng trong không gian (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS giải thích được biểu thức tọa độ của tích vô hướng trong không gian.

b) **Nội dung:** **HĐ3**, trang 69, SGK.

c) **Sản phẩm:**

a) Vì $\vec{i}$ có độ dài là 1 nên $\vec{i} \cdot \vec{i} = |\vec{i}|^2 = 1$. Vì $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ đôi một vuông góc nên $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = 0$.

b) Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{i} = (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \cdot \vec{i} = x\vec{i} \cdot \vec{i} + y\vec{j} \cdot \vec{i} + z\vec{k} \cdot \vec{i} = x \cdot |\vec{i}|^2 + y \cdot 0 + z \cdot 0 = x$.

$$\vec{a} \cdot \vec{j} = (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \cdot \vec{j} = x\vec{i} \cdot \vec{j} + y\vec{j} \cdot \vec{j} + z\vec{k} \cdot \vec{j} = x \cdot 0 + y \cdot |\vec{j}|^2 + z \cdot 0 = y.$$

$$\vec{a} \cdot \vec{k} = (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \cdot \vec{k} = x\vec{i} \cdot \vec{k} + y\vec{j} \cdot \vec{k} + z\vec{k} \cdot \vec{k} = x \cdot 0 + y \cdot 0 + z \cdot |\vec{k}|^2 = z.$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \vec{a} \cdot \vec{b} &= (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \cdot (x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}) = xx'\vec{i}^2 + yy'\vec{j}^2 + zz'\vec{k}^2 \\ &= (xx' + yy' + zz')\vec{i} \cdot \vec{i} + (xz' + zx')\vec{i} \cdot \vec{k} + (yz' + zy')\vec{j} \cdot \vec{k} = xx' + yy' + zz'. \end{aligned}$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm cùng nghiên cứu thực hiện **HD3**, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung sản phẩm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm treo sản phẩm của nhóm lên bảng và gọi đại diện nhóm lên trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức và chốt định nghĩa:

Trong không gian Oxyz, tích vô hướng của hai vector $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$ được xác định bởi công thức:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = xx' + yy' + zz'.$$

- GV đặt yêu cầu HS nhắc lại công thức tích vô hướng của hai vector trong không gian.
- HS thực hiện và đưa ra câu trả lời: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- GV đặt câu hỏi: Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau thì các em có nhận xét gì về tích vô hướng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$?
- HS trả lời: Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
- GV nêu nhận xét: Từ công thức tính tích vô hướng của hai vector trong không gian ta có nhận xét sau:
 - Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau nếu và chỉ nếu $xx' + yy' + zz' = 0$.
 - Nếu $\vec{a} = (x; y; z)$ thì $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

- Nếu $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$ là hai vector khác $\vec{0}$ thì:

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{xx' + yy' + zz'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}.$$

Hoạt động 10: Củng cố biểu thức tọa độ của tích vô hướng (15 phút)

a) Mục tiêu: HS sử dụng được biểu thức tọa độ của tích vô hướng trong không gian để tính góc giữa hai vector trong không gian và tính độ dài của một vector trong không gian khi biết tọa độ của các vector đó.

b) Nội dung: Ví dụ 3, Ví dụ 4, trang 69, SGK.

c) Sản phẩm:

• Ví dụ 3:

a) Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-4) + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 0 = 0$. Do đó, hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau.

b) Độ dài của vector $\vec{a}$ là $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{21}$.

• Ví dụ 4:

a) Vì A trùng gốc tọa độ nên $A(0;0;0)$. Vì B thuộc tia Ox và $AB = 3$ nên $B(3;0;0)$. Vì D thuộc tia Oy và $AD = 4$ nên $D(0;4;0)$. Vì S thuộc tia Oz và $AS = 2$ nên $S(0;0;2)$. Vì hình chiếu của C lên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là B, D, A nên $C(3;4;0)$.

b) Ta có $\overrightarrow{BD} = (0 - 3; 4 - 0; 0 - 0) = (-3; 4; 0)$, suy ra $BD = |\overrightarrow{BD}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} = 5$.

Ta có $\overrightarrow{SC} = (3 - 0; 4 - 0; 0 - 2) = (3; 4; -2)$, suy ra $SC = |\overrightarrow{SC}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$.

c) Ta có: $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}) = \frac{\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{SC}}{|\overrightarrow{BD}| \cdot |\overrightarrow{SC}|} = \frac{(-3) \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 0 \cdot (-2)}{5\sqrt{29}} = \frac{7}{5\sqrt{29}}$, suy ra $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}) \approx 74,9^\circ$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: Ví dụ 3. + Nhóm 3, 4: Ví dụ 4.
- Yêu cầu HS các nhóm nghiên cứu đề bài, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm treo bảng phụ lên bảng, cử đại diện nhóm trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức.

Hoạt động 11: Luyện tập (20 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp cho HS luyện tập tính biểu thức vector.

b) **Nội dung:** **Luyện tập 3**, trang 69; **Luyện tập 4**, trang 70, SGK.

c) **Sản phẩm:**

• Luyện tập 3: **Ta có:** $(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2 \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$.

Theo **Ví dụ 3**, có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$; $|\vec{a}| = \sqrt{21}$. Ta có $|\vec{b}| = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$.

Do đó $(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2 \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 21 + 2 \cdot 0 + 17 = 38$.

• Luyện tập 4: Có $\overrightarrow{AB} = (3; -4; 0)$; $\overrightarrow{AC} = (-2; 3; 6)$; $\overrightarrow{BC} = (-5; 7; 6)$.

a) Ta có $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9+16} = 5$; $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{4+9+36} = 7$; $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{25+49+36} = \sqrt{110}$.

Do đó chu vi của tam giác ABC là: $5 + 7 + \sqrt{110} = 12 + \sqrt{110}$.

b) Ta có $\widehat{BAC} = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ và $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{3 \cdot (-2) + (-4) \cdot 3 + 0 \cdot 6}{5 \cdot 7} = -\frac{18}{35}$.

Suy ra $\widehat{BAC} \approx 121^\circ$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: **Luyện tập 3**. + Nhóm 3, 4: **Luyện tập 4**.
- Yêu cầu HS các nhóm nghiên cứu đề bài, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm treo bảng phụ lên bảng, cử đại diện nhóm trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức.
- GV nêu *Chú ý*:

Nếu $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$ thì $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.

Đặt biệt, khi B trùng O ta nhận được công thức $OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2 + z_A^2}$.

Hoạt động 12: Vận dụng (20 phút)

a) **Mục tiêu:** Rèn luyện cho HS kĩ năng sử dụng toạ độ của vector, biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong một tình huống có liên quan đến thực tiễn.

b) **Nội dung:** **Luyện tập 5**, **Luyện tập 6**, **Ví dụ 7**, **Luyện tập 7** trang 71, 72, SGK.

c) Sản phẩm:

- **Luyện tập 5:** Gọi $D(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 10 phút bay tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B). Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng. Do vận tốc máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng thời gian bay từ B đến D nên $AB = BD$. Do đó, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} = (140; 50; 1)$.

$$\text{Mặt khác: } \overrightarrow{BD} = (x - 940; y - 550; z - 8) \text{ nên } \begin{cases} x - 940 = 140 \\ y - 550 = 50 \\ z - 8 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1080 \\ y = 600 \\ z = 9 \end{cases}.$$

Suy ra $D(1080; 600; 9)$. Vậy toạ độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $(1080; 600; 9)$.

- **Luyện tập 6:** Theo Ví dụ 6 ta có:

$$\overrightarrow{A'B'} = (-120; 0; 300); |\overrightarrow{A'B'}| = 60\sqrt{29} \text{ (cm)}, O'(0; 450; 0), A'(240; 450; 0).$$

$$\text{Do đó, } \overrightarrow{A'O'} = (-240; 0; 0) \Rightarrow |\overrightarrow{A'O'}| = 240 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Ta có: } \cos(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'O'}) = \frac{\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{A'O'}}{|\overrightarrow{A'B'}| \cdot |\overrightarrow{A'O'}|} = \frac{(-120)(-240) + 0 \cdot 0 + 300 \cdot 0}{60\sqrt{29} \cdot 240} = \frac{2\sqrt{29}}{29}$$
$$\Rightarrow \widehat{B'A'O'} \approx 68^\circ. \text{ Vậy } \alpha \approx 68^\circ.$$

• Ví dụ 7:

a) Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai có toạ độ lần lượt là $(2; 1; 0,5)$ và $(-1; -1,5; 0,8)$.

b) Khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là:

$$\sqrt{(-1-2)^2 + (-1,5-1)^2 + (0,8-0,5)^2} = \sqrt{15,34} \approx 3,92 \text{ (km)}.$$

- **Luyện tập 7:** Theo Ví dụ 7 ta có, khinh khí cầu thứ nhất có toạ độ là $A(2; 1; 0,5)$, khinh khí cầu thứ hai có toạ độ là $B(-1; -1,5; 0,8)$.

$$\text{Ta có: } OA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 0,5^2} = \frac{\sqrt{21}}{2} \text{ (km)}, OB = \sqrt{(-1)^2 + (-1,5)^2 + 0,8^2} = \frac{\sqrt{389}}{10} \text{ (km)}.$$

Vì gốc O đặt tại điểm xuất phát và $OA > OB$ nên khinh khí cầu thứ hai gần điểm xuất phát hơn.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1 và 2: **Luyện tập 5**, trang 71, SGK.
+ Nhóm 3: **Luyện tập 6**, trang 71, SGK.
+ Nhóm 4: **Ví dụ 7**, **Luyện tập 7**, trang 71, 72, SGK.
- GV yêu cầu các nhóm 1, 2 nghiên cứu **Ví dụ 5** làm mẫu để thực hiện **Luyện tập 5**, nhóm 3 nghiên cứu **Ví dụ 6** làm mẫu để thực hiện **Luyện tập 6**.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ (15 Phút)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 0)$ và $B(3; 5; -2)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là:

- A. $(2; 2; -1)$ B. $(2; 6; -2)$ C. $(4; 4; -2)$ D. $(1; 3; -1)$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; 1; 3)$, $C(0; 3; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ B. $G(3; 6; 6)$ C. $G(1; 2; 2)$ D. $G(0; 6; 6)$

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; 3; -1)$ và $\vec{v} = (5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- A. $m = -2$ B. $m = 2$ C. $m = 4$ D. $m = 0$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 0)$.
b) $ABCD$ là hình bình hành khi $D(1; 1; 4)$.
c) $I(-1; 0; 0)$ là tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB .
d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$.

Câu 5. Trong Vật lý, ta biết rằng nếu lực $\vec{F}$ tác động vào một vật và làm vật dịch chuyển theo đoạn thẳng từ M đến N , thì công A sinh bởi lực $\vec{F}$ được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \overrightarrow{MN}$. Một người tác động một lực không đổi $\vec{F} = (2; 3; -1)$ vào một vật đang ở gốc tọa độ O và làm cho vật dịch chuyển thẳng từ O đến $M(1; 2; 1)$. Biết lực tính bằng newton (N) và đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Công A (đơn vị: J) sinh ra bởi lực $\vec{F}$ trong tình huống nêu trên bằng

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. D

Gợi ý: Gọi $I(x_I; y_I; z_I)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_I = \frac{-1+3}{2} \\ y_I = \frac{1+5}{2} \\ z_I = \frac{0+(-2)}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \\ z_I = -1 \end{cases} \Rightarrow I(1;3;-1).$$

Câu 2. C *Gợi ý:* Gọi $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm tam giác ΔABC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_G = \frac{1+2+0}{3} \\ y_G = \frac{2+1+3}{3} \\ z_G = \frac{1+3+2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = 1 \\ y_G = 2 \\ z_G = 2 \end{cases} \Rightarrow G(1;2;2).$$

Câu 3. A *Gợi ý:* Ta có: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow 2 \cdot 5 + 3 \cdot (-4) + (-1) \cdot m = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 4. a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

a) $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2)$.

b) Gọi $D(x; y; z)$, ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases}$.

Vậy $D(1;1;4)$.

$$\text{c) Do } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0-2}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{1-1}{2} = 0 \end{cases} \text{ nên } I(-1;0;0).$$

d) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2)$; $\overrightarrow{AC} = (-1; 4; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 + 8 - 2 = 8$.

Câu 5. 7 J *Gợi ý:* Ta có $\overrightarrow{OM} = (1; 2; 1)$. Từ đó ta tính được công sinh ra bởi lực $\vec{F}$ là:

$$A = \vec{F} \cdot \overrightarrow{MN} = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + (-1) \cdot 1 = 7.$$

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (5 phút)**

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Biểu thức tọa độ của phép cộng, trừ hai vector, phép nhân một số với một vector, biểu thức tọa độ của tích vô hướng.
- HS làm **Bài tập 2.20, 2.21, 2.22, 2.23, 2.24** trang 72, SGK.
- Nhắc HS đọc và chuẩn bị cho bài tiết sau.

CHƯƠNG III. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 12 bộ “Kết nối tri thức với cuộc sống”)

BÀI 9. KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TƯ PHÂN VỊ

(Thời gian thực hiện: 1 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Tính được khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Hiểu được ý nghĩa, vai trò của khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong thực tiễn.
- Rút ra được kết luận nhờ ý nghĩa của khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong trường hợp đơn giản.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực thu thập dữ liệu và mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

3. Phẩm chất

- Có ý thức và kỹ năng tự học, tự đọc trước bài học, tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức và kỹ năng làm việc nhóm, trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. GV: Chuẩn bị các bảng thống kê số liệu ở dạng file để chiếu lên máy chiếu (nếu có), hoặc ở dạng hình ảnh trên giấy khổ lớn.

2. HS: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học, chuẩn bị số liệu theo yêu cầu của GV. Mỗi nhóm chuẩn bị một bảng riêng hoặc giấy khổ lớn cùng bút viết.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) Mục tiêu: HS ôn lại khái niệm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu chính xác và thấy được: với mẫu số liệu ghép nhóm thì không thể tính được khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, đồng thời nảy sinh nhu cầu tìm cách tính gần đúng các số đặc trưng này trong mẫu số liệu gốc.

b) Nội dung: GV đưa ra một mẫu số liệu chính xác và một mẫu số liệu ghép nhóm (hoặc từ buổi trước, GV giao nhiệm vụ cho HS tự lấy số liệu), đặt ra yêu cầu xem xét độ phân tán của các mẫu số liệu đó. HS cần nhớ lại và tính được khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu chính xác, từ đó suy nghĩ về việc tính các số đặc trưng này đối với mẫu số liệu ghép nhóm.

Chẳng hạn, số liệu về nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Hà Nội (nguồn: <https://www.accuweather.com>):

- 1) Mẫu số liệu chính xác: Nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Hà Nội từ ngày 1/6/2024 đến ngày 15/6/2024.

Ngày	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nhiệt độ (°C)	35	36	37	33	33	28	33	33	32	32	35	37	39	37	34

- 2) Mẫu số liệu ghép nhóm: nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Hà Nội trong tháng 4 và tháng 6 năm 2024 (có thể lấy ví dụ **Mở đầu** trang 75, SGK hoặc vào trang website lấy số liệu mới hơn).

Nhiệt độ (°C)	[25;27)	[27;29)	[29;31)	[31;33)	[33;35)	[35;37)	[37;39)	[39;41)
Số ngày trong tháng 4 năm 2024	2	3	2	7	5	5	4	2
Số ngày trong tháng 6 năm 2024	0	1	1	5	7	6	9	1

c) Sản phẩm:

- Công thức tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu chính xác đã học từ lớp 10.
- Công thức tính tứ phân vị và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu chính xác đã học từ lớp 10.

- 1) Với mẫu số liệu chính xác đã cho:

- Lập bảng tần số:

Nhiệt độ (°C)	28	32	33	34	35	36	37	39	Tổng
Số ngày trong nửa đầu tháng 6	1	2	4	1	2	1	3	1	15

- Khoảng biến thiên: $R = 39 - 28 = 11$.
- Tứ phân vị: $Q_1 = 33; Q_2 = 34; Q_3 = 37$.
- Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 37 - 33 = 4$.

- 2) Mẫu số liệu ghép nhóm: không thể tính chính xác khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của số liệu gốc.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV đưa ra các mẫu số liệu cho HS quan sát đưa ra yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi, thảo luận để đưa ra nhận xét.
- GV gợi mở, khuyến khích, tạo không khí sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS cho ý kiến, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV ghi nhận và tổng hợp kết quả trả lời của HS và chốt lại:

- Nhắc lại khái niệm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu chính xác và công thức của chúng.
- Với mẫu số liệu ghép nhóm, không tính được chính xác khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc của nó.

- Chúng ta có thể tính gần đúng các số đặc trưng này của mẫu số liệu gốc của mẫu số liệu ghép nhóm.

Hoạt động 2: Công thức tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm (8 phút)

a) **Mục tiêu:** HS tính được khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm và hiểu được ý nghĩa của nó.

b) **Nội dung:**

- GV đưa lại mẫu số liệu ghép nhóm ở **HD1** và yêu cầu HS suy nghĩ xem có thể xác định được số xấp xỉ với khoảng biến thiên cho số liệu gốc của mẫu số liệu ghép nhóm không? Từ đó rút ra kết luận so sánh độ phân tán nhiệt độ trong hai tháng.

Nhiệt độ (°C)	[25;27)	[27;29)	[29;31)	[31;33)	[33;35)	[35;37)	[37;39)	[39;41)
Số ngày trong tháng 4 năm 2024	2	3	2	7	5	5	4	2
Số ngày trong tháng 6 năm 2024	0	1	1	5	7	6	9	1

- Từ đó GV và HS cùng đi tới công thức tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm và khoảng biến thiên của mẫu số liệu được đưa ra. Từ đó rút ra kết luận về độ phân tán nhiệt độ của hai tháng trong bảng số liệu.

c) **Sản phẩm:**

- Công thức tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $R = a_{k+1} - a_1$ (trang 76, SGK).
- Khoảng biến thiên của nhiệt độ cao nhất trong ngày của tháng 4 năm 2024: $R_1 = 41 - 25 = 16$.
- Khoảng biến thiên của nhiệt độ cao nhất trong ngày của tháng 6 năm 2024: $R_2 = 41 - 27 = 15$.
- Tháng 4 có độ phân tán nhiệt độ rộng hơn tháng 6, nghĩa là trong tháng 4, nhiệt độ giữa các ngày thay đổi chênh lệch nhiều hơn tháng 6.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV đưa lại mẫu số liệu và đặt ra yêu cầu cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận với bạn ngồi cạnh để tìm ra công thức.
- GV khuyến khích, gợi ý để HS tìm ra công thức.
- Sau khi đã có công thức, HS tính khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu đưa ra và so sánh mức độ phân tán của hai số liệu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi một vài HS nêu ý kiến.
- GV gọi đại diện HS lên thực hiện nhiệm vụ và gọi HS khác nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chốt lại công thức tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm và kết quả tính khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu đưa ra, cùng nhận xét so sánh về độ phân tán của hai mẫu số liệu đó.

Hoạt động 3: Công thức tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (12 phút)

a) Mục tiêu: HS tính được khoảng tứ phân vị mẫu số liệu ghép nhóm cho trước và hiểu ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

- GV đưa lại mẫu số liệu ghép nhóm ở **HD1** và yêu cầu HS suy nghĩ xem muốn tìm số gần đúng với khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc thì cần tính những gì.

Nhiệt độ (°C)	[25;27)	[27;29)	[29;31)	[31;33)	[33;35)	[35;37)	[37;39)	[39;41)
Số ngày trong tháng 4 năm 2024	2	3	2	7	5	5	4	2
Số ngày trong tháng 6 năm 2024	0	1	1	5	7	6	9	1

- Từ đó, GV và HS cùng nhớ lại công thức tính tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm và đi đến công thức tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

c) Sản phẩm:

- Công thức tính tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã học từ lớp 11 (trang 77, SGK).
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.
- Tứ phân vị của mẫu số liệu nhiệt độ cao nhất trong ngày tháng 4: Cỡ của mẫu là 30, gọi $x_1, \dots, x_{30}$ là giá trị nhiệt độ của số liệu gốc, số trung vị của số liệu gốc là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do đó tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của mẫu số liệu gốc lần lượt là x_8, x_{23} , lần lượt nằm trong nhóm [31; 33), và [35; 37). Suy ra:

$$Q_1 = 31 + \frac{\frac{30}{4} - 7}{7} (33 - 31) \approx 31,1; \quad Q_3 = 35 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - 19}{5} (37 - 35) = 36,4.$$

Từ đó khoảng tứ phân vị là: $(\Delta_Q)_1 \approx 36,4 - 31,1 = 5,3$.

- Tứ phân vị của mẫu số liệu nhiệt độ cao nhất trong ngày tháng 6: Cỡ của mẫu cũng là 30, tương tự như trên, tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của mẫu số liệu gốc lần lượt nằm trong nhóm [33; 35), và [37; 39) suy ra:

$$Q_1 = 33 + \frac{\frac{30}{4} - 7}{7} (35 - 33) \approx 33,1; \quad Q_3 = 37 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - 20}{9} (39 - 37) \approx 37,6.$$

Từ đó khoảng tứ phân vị là: $(\Delta_Q)_2 \approx 37,6 - 33,1 = 4,5$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV đưa lại mẫu số liệu và đặt ra yêu cầu đối với HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận với bạn ngồi cạnh để phỏng đoán công thức.
- GV khuyến khích, gợi ý để HS tìm ra công thức tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Sau khi đã có công thức, HS thực hiện tính theo công thức.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi một vài HS nêu ý kiến, gợi ý, khuyến khích HS phỏng đoán công thức.
- GV gọi đại diện HS lên thực hiện nhiệm vụ và gọi HS khác nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

GV chốt lại công thức tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm và kết quả tính khoảng tứ phân vị của hai mẫu số liệu, cùng với nhận xét so sánh độ phân tán nhiệt độ của hai tháng.

Hoạt động 4: Luyện tập về tính khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (15 phút)

a) Mục tiêu: HS ghi nhớ và luyện tập tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung: GV giao nhiệm vụ cho HS tự thống kê số liệu, lập mẫu số liệu ghép nhóm và tính khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu nhận được. Tùy thời gian cho phép, GV cũng có thể lấy mẫu số liệu ở **Luyện tập 1**, trang 77 và **Luyện tập 2**, trang 78, SGK.

c) Sản phẩm:

Luyện tập 1: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12C:

Thời gian (phút)	[25; 30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	8	16	4	2

- Khoảng biến thiên: $R = 45 - 25 = 20$.
- Tứ phân vị: Cỡ của mẫu là 30, tứ phân vị thứ nhất thuộc nhóm [25; 30), tứ phân vị thứ ba thuộc nhóm [30; 35), nên ta có:

$$Q_1 = 25 + \frac{\frac{1 \cdot 30}{4} - 0}{8} (30 - 25) \approx 29,7; \quad Q_3 = 30 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - 8}{16} (35 - 30) \approx 34,5.$$

- Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q \approx 34,5 - 29,7 = 4,8$.

Luyện tập 2: Thời gian đàm thoại của một số cuộc gọi:

Thời gian t (phút)	Số cuộc gọi
$0 \leq t < 1$	8
$1 \leq t < 2$	17
$2 \leq t < 3$	25
$3 \leq t < 4$	20
$4 \leq t < 5$	10

- Khoảng biến thiên: $R = 5 - 0 = 5$.
- Tứ phân vị: Cỡ của mẫu là 80, số tứ phân vị thứ nhất thuộc nhóm [1; 2), số trung vị thứ ba thuộc nhóm [3; 4), nên ta có:

$$Q_1 = 1 + \frac{\frac{80}{4} - 8}{17} (2 - 1) \approx 1,71; \quad Q_3 = 3 + \frac{\frac{3 \cdot 80}{4} - 50}{20} (4 - 3) = 3,5.$$

- Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 3,5 - 1,71 = 1,79$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành hai nhóm, mỗi nhóm làm bài khác nhau (hoặc mỗi nhóm tự khảo sát số liệu thống kê trong nhóm mình và tính toán số liệu nhóm mình nhận được). Trong trường hợp các nhóm tự thống kê, GV có thể gợi ý đối tượng thống kê nếu cần, chẳng hạn: khảo sát số giờ tự học, số giờ tập thể thao, số cân nặng, số tiền tiêu vặt trong tháng của HS trong nhóm.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Mỗi nhóm thực hiện nhiệm vụ của mình vào bảng riêng của từng nhóm.
- GV quan sát, theo dõi từng HS, gợi ý nếu cần.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Mỗi nhóm báo cáo kết quả của nhóm mình bằng cách treo bảng dữ liệu ghép nhóm của nhóm mình và thuyết trình về kết quả đạt được.
- HS quan sát, so sánh kết quả của các nhóm.
- GV nhận xét về thái độ và kết quả làm việc của các nhóm.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chốt lại câu trả lời chính xác và nhận xét câu trả lời của mỗi nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm làm nhanh, làm tốt.

Hoạt động 5: Củng cố và gợi mở (5 phút)

a) Mục tiêu: HS ghi nhớ hai công thức tính khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, hiểu ý nghĩa của chúng, tiếp tục suy nghĩ về công thức của phương sai và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung: HS viết được các công thức khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, thảo luận về ý nghĩa của chúng.

c) Sản phẩm: HS nêu được công thức mà không nhìn SGK và hiểu được ý nghĩa của khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV cho HS quan sát lại công thức một lần nữa, sau đó tắt máy chiếu và yêu cầu HS gấp SGK, mỗi nhóm ghi lại công thức, thảo luận về ý nghĩa của khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS mỗi nhóm thảo luận và ghi lại công thức vào bảng riêng của nhóm.
- GV quan sát, gợi mở và lắng nghe ý kiến của HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Các nhóm đưa ra công thức đã ghi trong bảng của mình và so sánh kết quả với nhau.
- Từng nhóm nêu ý kiến của mình về ý nghĩa của khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị.
- GV chiếu lại công thức cho HS so sánh, khích lệ và khen ngợi những nhóm làm đúng.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chiếu lại các công thức một lần nữa, chốt lại ý nghĩa của chúng và giao nhiệm vụ về nhà.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- a) Khoảng biến thiên càng lớn thì độ phân tán của mẫu số liệu càng thấp.
- b) Khoảng tứ phân vị càng lớn thì độ phân tán của mẫu số liệu càng cao.
- c) Khoảng biến thiên không bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.
- d) Khoảng tứ phân vị bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.

Độ ẩm không khí trung bình các tháng trong năm 2022 và 2023 (24 tháng) tại Hà Nội được cho bởi bảng sau (theo Cục Thống kê):

Độ ẩm (%)	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)	[75; 80)	[80; 85)
Số tháng	1	3	5	12	3

Câu 2. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A. 20 B. 25 C. 19 D. 24

Câu 3. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên gần nhất với số nào dưới đây?

- A. 6,5 B. 6,6 C. 6,8 D. 6,7

Câu 4. Điểm kiểm tra khảo sát đầu năm học môn Toán và môn Ngữ văn của 35 học sinh lớp 11A được thống kê dưới dạng dữ liệu ghép nhóm như sau:

Điểm	[0;2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8;10)
Số học sinh đạt điểm Toán	1	4	11	15	4
Số học sinh đạt điểm Văn	0	6	16	11	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Khoảng biến thiên của điểm Toán lớn hơn khoảng biến thiên của điểm Văn.
- b) Tứ phân vị thứ nhất của điểm Văn xấp xỉ 4,3.
- c) Tứ phân vị thứ ba của điểm Toán xấp xỉ 6,8.
- d) Khoảng tứ phân vị của điểm Văn lớn hơn khoảng tứ phân vị của điểm Toán.

Câu 5. Lượng mưa trung bình của các tháng trong hai năm 2022, 2023 (24 tháng) tại Đà Nẵng cho bởi bảng sau (theo Cục thống kê). Tính hiệu giữa khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này (làm tròn đến hàng phần mười).

Lượng mưa (mm)	[0; 200)	[200; 400)	[400; 600)	[600; 800)	[800; 1 000)	[1 000; 1 200)
Số tháng	16	4	1	1	1	1

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. B

Câu 2. B

Câu 3. C

Câu 4.

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Sai

Câu 5. 1 175

Gợi ý: Khoảng biến thiên: 1 200. Khoảng tứ phân vị: 25.

Hiệu giữa khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị: 1 175.

BÀI 10. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Tính được phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Hiểu được ý nghĩa, vai trò của phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trong thực tiễn.
- Rút ra được kết luận nhờ ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn trong việc ước lượng sai số của phép đo, hay độ rủi ro của phương án đầu tư trong tài chính.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy, lập luận toán học và năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực thu thập dữ liệu và mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

3. Phẩm chất

- Có ý thức và kỹ năng tự học, tự đọc trước bài học, tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức và kỹ năng làm việc nhóm.
- Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. GV: Chuẩn bị các bảng thống kê số liệu ở dạng file để chiếu lên máy chiếu (nếu có), hoặc ở dạng hình ảnh trên giấy khổ lớn.

2. HS: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học, chuẩn bị số liệu theo yêu cầu của GV. Mỗi nhóm chuẩn bị một bảng riêng hoặc giấy khổ lớn cùng bút viết.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (8 phút)

a) Mục tiêu: HS ôn lại khái niệm và ý nghĩa phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu chính xác, qua đó thấy được: với mẫu số liệu ghép nhóm thì không thể tính được chính xác phương sai và độ lệch chuẩn, đồng thời nảy sinh nhu cầu tìm cách tính gần đúng các số đặc trưng này trong mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS nhớ lại công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu chính xác, đưa một mẫu số liệu ghép nhóm (hoặc từ buổi trước, GV giao nhiệm vụ cho HS tự lấy số liệu), đặt câu hỏi có thể tính phương sai và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu gốc của số liệu đó không hoặc có thể tính xấp xỉ các số đặc trưng đó không?

Có thể dùng mẫu số liệu ở ví dụ mở đầu trang 80, SGK hoặc đưa ra mẫu số liệu mới, chẳng hạn:

Bài toán 1: Ví dụ **Mở đầu** trang 80, SGK: mẫu số liệu nhận được khi đo độ ẩm trong 20 lần.

Độ ẩm (%)	[52; 52,1)	[52,1; 52,2)	[52,2; 52,3)	[52,3; 52,4)	[52,4; 52,5)
Tần số	1	5	8	4	2

Bài toán 2: Nhận xét về sự ổn định phong độ của vận động viên nữ có thành tích bơi 100 m tự do trong 20 lần tập liên tiếp là:

Thời gian (giây)	[57; 57,5)	[57,5; 58)	[58; 58,5)	[58,5; 59)
Số lần	3	6	9	2

c) Sản phẩm: Công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu chính xác đã học từ lớp 10; với các mẫu số liệu ghép nhóm đã cho thì không xác định được phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV đưa ra các mẫu số liệu cho HS quan sát đưa ra yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi, thảo luận để đưa ra nhận xét.
- GV gợi mở, khuyến khích, tạo không khí sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS cho ý kiến, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV ghi nhận và tổng hợp kết quả trả lời của HS và chốt lại:

- Nhắc lại công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn chính xác của mẫu số liệu và ý nghĩa của chúng.
- Với mẫu số liệu ghép nhóm, không tính được chính xác phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc của nó.
- Chúng ta có thể tính gần đúng các số đặc trưng này của mẫu số liệu gốc dựa vào mẫu số liệu ghép nhóm.

Hoạt động 2: Công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (12 phút)

a) Mục tiêu: HS tính được phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, hiểu được ý nghĩa của nó.

b) Nội dung:

- GV cho HS quan sát công thức tính phương sai của mẫu số liệu chính xác, cùng với một mẫu số liệu, chẳng hạn mẫu số liệu của **Ví dụ 1** trang 81, SGK và yêu cầu HS suy nghĩ xem cách có thể xác định được các xấp xỉ cho phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc đó.
- GV có thể đưa thêm các gợi ý trong quá trình HS thảo luận tìm công thức phương sai:
 - **Gợi ý 1:** Các giá trị x_i trong công thức phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu chính xác có thể được thay thế bởi giá trị nào trong mẫu số liệu ghép nhóm.
 - **Gợi ý 2:** Yêu cầu HS nhắc lại giá trị đại diện cho nhóm, số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Từ đó, GV và HS cùng đi tới công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Sau khi có công thức tính, GV yêu cầu HS tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu của **Ví dụ 1**, cùng HS quan sát và phân tích cách tính trong SGK để HS nắm rõ công thức phương sai và độ lệch chuẩn.

c) Sản phẩm:

- Giá trị đại diện cho nhóm và số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã học ở lớp 11.
- Công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở trang 80, SGK.
- Đáp án của **Ví dụ 1** trang 81, SGK.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

GV đưa lại mẫu số liệu và đặt ra yêu cầu cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận với bạn ngồi cạnh để tìm ra công thức.
- GV khuyến khích, gợi ý để HS tìm ra công thức.
- Sau khi đã có công thức, HS tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi một vài HS nêu ý kiến, đại diện HS lên thực hiện nhiệm vụ và HS khác nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chốt lại công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, kết quả tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã đưa ra.

Hoạt động 3: Luyện tập tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (20 phút)

a) Mục tiêu: HS ghi nhớ công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, tính được các số đặc trưng này của mẫu số liệu cho trước, từ đó nêu nhận xét, so sánh độ phân tán của các mẫu số liệu khác nhau.

b) Nội dung: GV giao nhiệm vụ cho các nhóm HS tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, từ đó rút ra kết luận về độ phân tán của mẫu số liệu. Các bài toán đưa ra có thể là:

Bài toán 1 (HĐ Mở đầu), Bài toán 2 trong HĐ1 và Luyện tập 1 trang 82, SGK.

c) Sản phẩm:

Bài toán 1: Mẫu số liệu về đo độ ẩm 20 lần:

Độ ẩm (%)	[52; 52,1)	[52,1; 52,2)	[52,2; 52,3)	[52,3; 52,4)	[52,4; 52,5)
Tần số	1	5	8	4	2

- Các giá trị đại diện: $x_1 = 52,05$; $x_2 = 52,15$; $x_3 = 52,25$; $x_4 = 52,35$; $x_5 = 52,45$.

- Số trung bình: $\bar{x} = \frac{1 \cdot 52,05 + 5 \cdot 52,15 + 8 \cdot 52,25 + 4 \cdot 52,35 + 2 \cdot 52,45}{20} = 52,255$.

- Phương sai:

$$s^2 = \frac{1 \cdot (52,05 - 52,255)^2 + 5 \cdot (52,15 - 52,255)^2 + 8 \cdot (52,25 - 52,255)^2}{20} + \frac{4 \cdot (52,35 - 52,255)^2 + 2 \cdot (52,45 - 52,255)^2}{20} = \frac{0,2095}{20} = 0,010475$$

- Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{0,010475} \approx 0,102$.

- Vì $0,102 < 0,15$ do đó không cần đưa máy đo độ ẩm đi sửa chữa.

Bài toán 2: Mẫu số liệu thành tích bơi 100 m tự do trong 20 lần tập liên tiếp của nữ vận động viên:

Thời gian (giây)	[57; 57,5)	[57,5; 58)	[58; 58,5)	[58,5; 59)
Số lần	3	6	9	2

- Các giá trị đại diện: $x_1 = 57,25$; $x_2 = 57,75$; $x_3 = 58,25$; $x_4 = 58,75$.
- Số trung bình: $\bar{x} = \frac{3 \cdot 57,25 + 6 \cdot 57,75 + 9 \cdot 58,25 + 2 \cdot 58,75}{20} = \frac{1160}{20} = 58$.
- Phương sai: $s^2 = \frac{3 \cdot (57,25 - 58)^2 + 6 \cdot (57,75 - 58)^2 + 9 \cdot (58,25 - 58)^2 + 2 \cdot (58,75 - 58)^2}{20} = 0,1875$.
- Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{0,1875} \approx 0,43$.
- Vì độ lệch chuẩn tương đối nhỏ, nên ta thấy phong độ của vận động viên tương đối ổn định.

Luyện tập 1: Kết quả luyện tập của một vận động viên luyện tập chạy cự li 100 m:

Thời gian (giây)	[10,2; 10,4)	[10,4; 10,6)	[10,6; 10,8)	[10,8; 11)
Số lần	3	7	8	2

- Các giá trị đại diện: $x_1 = 10,3$; $x_2 = 10,5$; $x_3 = 10,7$; $x_4 = 10,9$.
- Số trung bình: $\bar{x} = \frac{3 \cdot 10,3 + 7 \cdot 10,5 + 8 \cdot 10,7 + 2 \cdot 10,9}{20} = 10,59$.
- Phương sai: $s^2 = \frac{3 \cdot (10,3 - 10,59)^2 + 7 \cdot (10,5 - 10,59)^2 + 8 \cdot (10,7 - 10,59)^2 + 2 \cdot (10,9 - 10,59)^2}{20} = 0,0299$.
- Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{0,0299} \approx 0,1729$.
- Vì phương sai và độ lệch chuẩn tương đối nhỏ, ta thấy kết quả luyện tập của vận động viên có tính đồng đều, dữ liệu có xu hướng gần giá trị trung bình và ít bị phân tán.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành ba nhóm, mỗi nhóm làm một bài khác nhau.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Mỗi nhóm thực hiện nhiệm vụ của mình vào bảng riêng của từng nhóm.
- GV quan sát, theo dõi từng HS, gợi ý nếu cần.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Mỗi nhóm báo cáo kết quả của nhóm mình bằng cách treo bảng dữ liệu ghép nhóm của nhóm mình lên và thuyết trình về kết quả đạt được.
- HS quan sát, so sánh cách tính và kết quả của các nhóm.
- GV nhận xét về thái độ và kết quả làm việc của các nhóm.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chốt lại câu trả lời chính xác và nhận xét câu trả lời của mỗi nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm làm nhanh, làm tốt.

Hoạt động 4: Củng cố và gọi mở (5 phút)

a) Mục tiêu: HS ghi nhớ công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm,

tìm hiểu thêm cách tính khác của phương sai (như *Nhận xét* trang 80, *Chú ý* trang 81, SGK), hiểu ý nghĩa của chúng, suy nghĩ xem chúng có thể được vận dụng vào những công việc gì.

b) Nội dung: HS viết được các công thức tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, thảo luận về ý nghĩa của chúng.

c) Sản phẩm: HS nêu được công thức mà không nhìn SGK và hiểu được ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV cho HS quan sát lại công thức một lần nữa, sau đó tắt máy chiếu và yêu cầu HS gấp SGK, mỗi nhóm ghi lại công thức và thảo luận về ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS mỗi nhóm thảo luận và ghi lại công thức vào bảng riêng của nhóm.
- GV quan sát, gợi mở và lắng nghe ý kiến của HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Các nhóm đưa ra công thức đã ghi trong bảng của mình và so sánh kết quả với nhau.
- Từng nhóm nêu ý kiến của mình về ý nghĩa của phương sai và độ lệch chuẩn.
- GV chiếu lại công thức cho HS so sánh, khích lệ, khen ngợi những nhóm làm đúng.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV chiếu lại các công thức một lần nữa, chốt lại ý nghĩa của chúng.
- GV giới thiệu thêm các dạng khác của phương sai ở *Nhận xét* trang 80 và *Chú ý* trang 81, SGK.

TIẾT 2. SỬ DỤNG PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN ĐO ĐỘ RỦI RO

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (10 phút)

a) Mục tiêu: HS suy nghĩ xem phương sai và độ lệch chuẩn có thể ứng dụng trong thực tế vào những trường hợp nào, đặc biệt là trong đầu tư kinh doanh.

b) Nội dung: GV đưa ra hai mẫu số liệu trong **Ví dụ 2** trang 82 và **Ví dụ 3** trang 83, SGK, yêu cầu HS đưa ra các nhận xét xung quanh các mẫu số liệu đó, vai trò của phương sai và độ lệch chuẩn trong việc đo độ rủi ro.

Ví dụ 2: Thống kê số tiền thu được mỗi tháng của một nhà đầu tư khi đầu tư vào hai lĩnh vực khác nhau A và B:

Số tiền (triệu đồng)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực A	5	10	30	10	5
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực B	20	5	10	5	20

Ví dụ 3: Lợi nhuận thu được trong 20 tháng của hai nhà đầu tư khác nhau:

• Nhà đầu tư nhỏ:

Lợi nhuận (triệu đồng)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số tháng	2	4	8	4	2

• Nhà đầu tư lớn:

Lợi nhuận (triệu đồng)	[510; 520)	[520; 530)	[530; 540)	[540; 550)	[550; 560)
Số tháng	4	3	6	3	4

c) Sản phẩm:

- Phương sai và độ lệch chuẩn nói lên mức độ ổn định của lợi nhuận thu được.
- Nảy sinh nhu cầu tính phương sai, độ lệch chuẩn, so sánh chúng xem điều gì xảy ra và rút ra được gì.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV đưa ra các mẫu số liệu cho HS quan sát đưa ra yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận để đưa ra nhận xét. GV gợi mở, khuyến khích, tạo không khí sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS cho ý kiến, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định:

GV ghi nhận và tổng hợp kết quả trả lời của HS và chốt lại:

- Nhắc lại ý nghĩa chung của phương sai và độ lệch chuẩn.
- Chúng ta hãy thử tính cụ thể phương sai và độ lệch chuẩn của các mẫu số liệu này để tìm hiểu sâu hơn về ý nghĩa của nó.

Hoạt động 2: Luyện tập tính và so sánh phương sai và độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu có cùng các nhóm (10 phút)

a) Mục tiêu: HS tính được phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm về đầu tư tài chính, so sánh về độ rủi ro.

b) Nội dung: GV chiếu đề bài của **Ví dụ 2** trang 82, SGK trên bảng và yêu cầu HS thực hiện mà không xem lời giải trong SGK.

c) Sản phẩm: Các giá trị đại diện: $x_1 = 7,5$; $x_2 = 12,5$; $x_3 = 17,5$; $x_4 = 22,5$; $x_5 = 27,5$.

• Số trung bình: $\bar{x}_A = \frac{5 \cdot 7,5 + 10 \cdot 12,5 + 30 \cdot 17,5 + 10 \cdot 22,5 + 5 \cdot 27,5}{60} = 17,5$ (triệu đồng)

$\bar{x}_B = \frac{20 \cdot 7,5 + 5 \cdot 12,5 + 10 \cdot 17,5 + 5 \cdot 22,5 + 20 \cdot 27,5}{60} = 17,5$ (triệu đồng)

• Phương sai:

$s_A^2 = \frac{5 \cdot (7,5 - 17,5)^2 + 10 \cdot (12,5 - 17,5)^2 + 30 \cdot 0 + 10 \cdot (22,5 - 17,5)^2 + 5 \cdot (27,5 - 17,5)^2}{60} = 25,5.$

$s_B^2 = \frac{20 \cdot (7,5 - 17,5)^2 + 5 \cdot (12,5 - 17,5)^2 + 10 \cdot 0 + 5 \cdot (22,5 - 17,5)^2 + 20 \cdot (27,5 - 17,5)^2}{60} = 71.$

Độ lệch chuẩn: $s_A = \sqrt{25,5} \approx 5,04$; $s_B = \sqrt{71} \approx 8,43$.

- Số trung bình của hai mẫu số liệu như nhau, chứng tỏ lợi nhuận thu được của hai lĩnh vực đầu tư bằng nhau.
- Độ lệch chuẩn của lĩnh vực A nhỏ hơn độ lệch chuẩn của lĩnh vực B, chứng tỏ lợi nhuận ở lĩnh vực A ổn định hơn, lợi nhuận ở lĩnh vực B thay đổi nhiều hơn. Từ đó ta thấy độ rủi ro khi đầu tư vào lĩnh vực B cao hơn.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 3 hoặc 4 nhóm. Các nhóm đều thực hiện cùng một nhiệm vụ giống nhau.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS mỗi nhóm thảo luận và ghi lại công thức vào bảng riêng của nhóm.
- GV quan sát, gợi mở và lắng nghe ý kiến của HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Các nhóm đưa ra kết quả đã ghi trong bảng của nhóm mình.
- Từng nhóm nêu ý kiến về so sánh giữa hai lĩnh vực đầu tư và chọn lĩnh vực đầu tư của mình.
- GV chiếu lại đáp án, khích lệ, khen ngợi những nhóm làm đúng.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- Người ta có thể ứng dụng độ lệch chuẩn để so sánh độ rủi ro của hai lĩnh vực đầu tư.
- GV đặt câu hỏi: Nếu số tiền đầu tư càng lớn, thì độ lệch chuẩn sẽ lớn theo. Vậy nếu số tiền đầu tư chênh lệch nhau nhiều thì việc so sánh độ lệch chuẩn có còn ý nghĩa không?

Hoạt động 3: Luyện tập tính và so sánh phương sai, độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu về đầu tư có giá trị lệch nhau (10 phút)

a) **Mục tiêu:** HS tính được phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm về đầu tư tài chính, thấy được có những trường hợp không thể dùng độ lệch chuẩn để so sánh.

b) **Nội dung:** GV chiếu đề bài của **Ví dụ 3** trang 83, SGK trên bảng và yêu cầu HS thực hiện mà không xem lời giải trong SGK.

c) Sản phẩm:

1) Số liệu đầu tư của nhà đầu tư nhỏ:

- Các giá trị đại diện: $x_1 = 15; x_2 = 25; x_3 = 35; x_4 = 45; x_5 = 55$.

- Số trung bình: $\bar{x}_A = \frac{2 \cdot 15 + 4 \cdot 25 + 8 \cdot 35 + 4 \cdot 45 + 2 \cdot 55}{20} = 35$ (triệu đồng)

- Phương sai: $s_A^2 = \frac{2 \cdot (15 - 35)^2 + 4 \cdot (25 - 35)^2 + 8 \cdot 0 + 4 \cdot (45 - 35)^2 + 2 \cdot (55 - 35)^2}{20} = 120$.

- Độ lệch chuẩn: $s_A = \sqrt{120} \approx 10,95$.

2) Số liệu đầu tư của nhà đầu tư lớn:

- Các giá trị đại diện: $x_1 = 515; x_2 = 525; x_3 = 535; x_4 = 545; x_5 = 555$.

- Số trung bình: $\bar{x}_A = \frac{4 \cdot 515 + 3 \cdot 525 + 6 \cdot 535 + 3 \cdot 545 + 4 \cdot 555}{20} = 535$ (triệu đồng)

- Phương sai:

$$s_A^2 = \frac{4 \cdot (515 - 535)^2 + 3 \cdot (525 - 535)^2 + 6 \cdot (535 - 535)^2 + 3 \cdot (545 - 535)^2 + 4 \cdot (555 - 535)^2}{20} = 190.$$

- Độ lệch chuẩn: $s_A = \sqrt{190} \approx 13,78$.

- Số trung bình của hai mẫu số liệu chênh lệch quá lớn, lợi nhuận của nhà đầu tư lớn nhiều hơn nhà đầu tư nhỏ rất nhiều.

- Độ lệch chuẩn của nhà đầu tư lớn cao hơn độ lệch chuẩn của nhà đầu tư nhỏ, nhưng không thể so sánh độ rủi ro của hai nhà đầu tư này vì mức đầu tư và lợi nhuận chênh lệch nhau nhiều.
- Khi người ta không thể sử dụng độ lệch chuẩn để so sánh độ rủi ro, người ta có những thông số khác để so sánh.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 3 hoặc 4 nhóm. Các nhóm đều thực hiện cùng một nhiệm vụ giống nhau.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS mỗi nhóm thảo luận và ghi lại công thức vào bảng riêng của nhóm.
- GV quan sát, gợi mở và lắng nghe ý kiến của HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Các nhóm đưa ra kết quả đã ghi trong bảng của nhóm mình.
- Từng nhóm nêu ý kiến của mình về so sánh giữa hai lĩnh vực đầu tư.
- GV chiếu lại đáp án, khích lệ, khen ngợi những nhóm làm đúng.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- Đối với hai mẫu số liệu này, không thể sử dụng độ lệch chuẩn để so sánh độ rủi ro.
- Người ta có thể sử dụng các thông số khác để so sánh độ rủi ro trong trường hợp không dùng độ lệch chuẩn, HS có thể tìm hiểu thêm vấn đề này.

Hoạt động 4: Vận dụng (15 phút)

a) Mục tiêu: HS tính toán và đánh giá được trường hợp nào có thể sử dụng, trường hợp nào không thể sử dụng độ lệch chuẩn để so sánh độ rủi ro trong đầu tư tài chính.

b) Nội dung: Từ buổi trước, GV đã giao nhiệm vụ cho các nhóm thu thập dữ liệu về đầu tư tài chính với các số tiền đầu tư tương đối đều nhau. Với số liệu của mỗi nhóm đã có, GV yêu cầu HS thực hiện tính toán phương sai và độ lệch chuẩn, rồi so sánh độ rủi ro của các phương án đầu tư.

c) Sản phẩm: Sản phẩm theo số liệu thu thập của mỗi nhóm HS.

d) Tổ chức thực hiện

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

GV chia lớp thành 3 đến 4 nhóm, mỗi nhóm tự khảo sát số liệu thống kê từ trước và thực hiện nhiệm vụ trên số liệu thống kê đã chuẩn bị.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Mỗi nhóm thực hiện nhiệm vụ của mình vào bảng riêng của từng nhóm.
- GV quan sát, theo dõi từng nhóm HS, gợi ý nếu cần.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Mỗi nhóm báo cáo kết quả bằng cách treo bảng dữ liệu ghép nhóm của nhóm mình lên bảng rồi thuyết trình về kết quả đạt được.
- GV nhận xét về thái độ và kết quả làm việc của các nhóm.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chốt lại câu trả lời chính xác, nhận xét câu trả lời của mỗi nhóm, ghi nhận và tuyên dương những nhóm làm nhanh, làm tốt, giao nhiệm vụ về nhà.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Theo dõi chỉ số đường huyết của một bệnh nhân tiểu đường tại cùng một thời điểm vào buổi sáng mỗi ngày, khi chưa ăn sáng, trong một tháng (30 ngày) người ta nhận được bảng số liệu ghép nhóm sau:

Chỉ số (mmol/l)	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Số ngày	1	3	7	15	2	2

Câu 1. Giá trị đại diện cho các nhóm trong mẫu số liệu trên là:

- A. 4; 5; 6; 7; 8; 9
 B. 5; 6; 7; 8; 9; 10.
 C. 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10
 D. 4,5; 5,5; 6,5; 7,5; 8,5; 9,5

Câu 2. Số trung bình của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần mười) là:

- A. 7,2
 B. 7,3
 C. 7,4
 D. 7,5

Câu 3. Phương sai của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là:

- A. 1,12
 B. 1,14
 C. 1,16
 D. 1,18

Câu 4. Hai nhà đầu tư A và B có số vốn như nhau đầu tư vào hai lĩnh vực khác nhau. Lợi nhuận thu được hàng tháng của hai nhà đầu tư này trong ba năm (36 tháng) được ghi lại trong bảng số liệu sau:

Số tiền (triệu đồng)	[10; 20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
Nhà đầu tư A	2	3	8	12	8	3
Nhà đầu tư B	3	3	8	11	5	6

Xét tính đúng sai của các khẳng định dưới đây.

- a) Nhà đầu tư A có lợi nhuận trung bình hàng tháng xấp xỉ bằng 43,3 triệu đồng.
 b) Nhà đầu tư B có lợi nhuận trung bình hàng tháng cao hơn phương án đầu tư A.
 c) Độ lệch chuẩn của lợi nhuận của nhà đầu tư B xấp xỉ bằng 11.
 d) Nhà đầu tư A đầu tư vào lĩnh vực gặp nhiều rủi ro hơn nhà đầu tư B.

Câu 5. Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu dưới đây (theo <https://finance.vietstock.vn>), thống kê giá đóng cửa (giá khi đóng cửa sản chứng khoán cuối ngày) của mã cổ phiếu VIC (tập đoàn Vingroup) trong tháng 7 năm 2023 (23 ngày làm việc, theo finance.vietstock.vn), kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Giá (nghìn đồng)	[40; 40,5)	[40,5; 41)	[41; 41,5)	[41,5; 42)	[42; 42,5)
Số ngày	1	8	7	5	2

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. D

Câu 2. A

Câu 3. C

Câu 4.

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Sai

Câu 5. 1,12.

CHƯƠNG IV. NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 12 bộ “*Kết nối tri thức với cuộc sống*”)

BÀI 11. NGUYÊN HÀM

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết khái niệm nguyên hàm của một hàm số. Giải thích một số tính chất của nguyên hàm.
- Tìm nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp thường gặp.

2. Năng lực

Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán cơ bản, bài toán thực tiễn.

3. Phẩm chất

- Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất trung thực, trách nhiệm, tìm tòi tự khám phá.
- Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các HĐ nhóm.
- Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. GV: Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có), phiếu học tập; GV chuẩn bị thông tin về một số mô hình thực tế liên quan đến ứng dụng của nguyên hàm (liên hệ đến khái niệm và phép toán về đạo hàm).

2. HS: SGK, vở ghi, dụng cụ học tập; Ôn lại kiến thức và kĩ năng tính đạo hàm của hàm số; Xem lại các khái niệm vận tốc, điện lượng, phương trình chuyển động của vật rơi tự do đã được học trong môn Vật lí.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. ĐỊNH NGHĨA NGUYÊN HÀM

Hoạt động 1: Khởi động (5 phút)

a) Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS tiếp cận với khái niệm nguyên hàm.

b) Nội dung:

- GV trình bày tình huống **Mở đầu** về sự liên quan giữa vận tốc $v(t)$ của máy bay và quãng đường $S(t)$, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về nguyên hàm.
- HS thực hiện **HĐ1**, trang 4, SGK: Cho hai hàm số $f(x) = x^2 + 1$ và $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + x$, với $x \in \mathbb{R}$.

a) Tính đạo hàm của hàm số $F(x)$.

b) Hỏi $F'(x)$ và $f(x)$ có bằng nhau không?

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS: $F'(x) = f(x)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi của **HD1**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS suy nghĩ, xem lại cách tính đạo hàm và so sánh để trả lời câu hỏi.
- GV hướng dẫn HS hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả thực hiện của HS. Từ đó dẫn dắt đến khái niệm nguyên hàm.

Hoạt động 2: Tiếp cận khái niệm nguyên hàm (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm nguyên hàm.

b) **Nội dung:**

- HS chiếm lĩnh khái niệm nguyên hàm: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên một khoảng K (hoặc một đoạn, hoặc một nửa khoảng). Hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi x thuộc K .
- HS củng cố khái niệm nguyên hàm thông qua **Ví dụ 1** (hoặc ví dụ tương tự) và **Luyện tập 1**, trang 5, SGK.

c) **Sản phẩm:** Lời giải của các câu hỏi trong **Ví dụ 1** (hoặc ví dụ tương tự) và **Luyện tập 1**.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV cho HS làm việc cá nhân, thảo luận cặp đôi với **Ví dụ 1** (hoặc ví dụ tương tự) và **Luyện tập 1**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS suy nghĩ, trả lời câu hỏi. GV hướng dẫn HS thực hiện các HĐ học tập.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi 2 HS lên bảng trình bày câu trả lời **Ví dụ 1** (hoặc ví dụ tương tự) và **Luyện tập 1**.
- GV yêu cầu HS khác nhận xét. Sau đó GV tổng kết, nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định

Thông qua các HĐ học tập, HS sẽ hình thành được khái niệm nguyên hàm của một hàm số.

Hoạt động 3: Tiếp cận khái niệm họ nguyên hàm của một hàm số (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm họ nguyên hàm của một hàm số.

b) **Nội dung:** HS trả lời câu hỏi **HD2**, trang 5, SGK:

a) Chứng minh rằng hàm số $F(x) = \frac{x^4}{4}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ trên $\mathbb{R}$.

b) Hàm số $G(x) = \frac{x^4}{4} + C$ (với C là hằng số) có là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ trên $\mathbb{R}$ hay không? Vì sao?

c) Sản phẩm: Lời giải của HS về các câu hỏi trong **HD2**.

a) Ta có $F'(x) = x^3 = f(x)$. Vậy $F'(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

b) Ta có $G'(x) = x^3 = f(x)$. Vậy $G'(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV cho HS làm việc cá nhân **HD2**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS suy nghĩ, trả lời câu hỏi. GV hướng dẫn HS thực hiện các bước trình bày.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi một HS lên bảng trình bày câu trả lời **HD2**.
- GV yêu cầu HS khác nhận xét. Sau đó GV rút ra tổng kết, nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- Sau **HD2**, GV cho HS thấy tập hợp các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ đã cho có dạng $F(x) + C$, với C là hằng số và $F(x)$ là một nguyên hàm nào đó của $f(x)$.
- GV giới thiệu cho HS định nghĩa và kí hiệu khái niệm họ nguyên hàm của một hàm số.
- GV làm rõ kí hiệu nguyên hàm $\int f(x)dx$ và tập hợp $F(x) + C$, với C là hằng số và $F(x)$ là một nguyên hàm nào đó của $f(x)$.

Hoạt động 4: Củng cố khái niệm họ nguyên hàm của một hàm số (15 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS củng cố khái niệm họ nguyên hàm của một hàm số.

b) Nội dung: HS trả lời câu hỏi **Ví dụ 2** (hoặc bài tập tương tự) và **Luyện tập 2**, trang 6, SGK.

c) Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong **Ví dụ 2** (hoặc bài tập tương tự) và **Luyện tập 2**.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV cho HS làm việc cá nhân **Ví dụ 2** (hoặc bài tập tương tự) và **Luyện tập 2**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS suy nghĩ, trả lời câu hỏi. GV hướng dẫn HS thực hiện các HD học tập.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi hai HS lên bảng trình bày câu trả lời **Ví dụ 2** (hoặc bài tập tương tự) và **Luyện tập 2**.
- GV yêu cầu HS khác nhận xét. Sau đó GV tổng kết, nêu nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Khái niệm nguyên hàm của một hàm số và cách tìm họ nguyên hàm bằng khái niệm.
- Giao cho HS làm **Bài tập 4.1** trong SGK.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

TIẾT 2. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA NGUYÊN HÀM

Hoạt động 1: Chiếm lĩnh các tính chất cơ bản của nguyên hàm (20 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá được các tính chất cơ bản của nguyên hàm.

b) Nội dung: HS thực hiện các HĐ trong **HĐ3, HĐ4**, trang 6, 7, SGK.

c) Sản phẩm: Lời giải của **HĐ3, HĐ4**.

➤ **HĐ3:**

a) Ta có $(kF(x))' = k(F(x))' = kf(x)$ nên $kF(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x)$.

b) Với $k \neq 0$, ta có $\int kf(x)dx = kF(x) + C$, $k \int f(x)dx = kF(x) + C$.

Từ đó ta có $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$.

Với $k = 0$ thì $\int kf(x)dx = \int 0dx = C$ ($C' = 0$) với C là hằng số, $k \int f(x)dx = 0$.

Đó đó tính chất không đúng với $k = 0$.

➤ **HĐ4:**

a) $(F(x) + G(x))' = f(x) + g(x)$ nên $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.

b) Ta có $\int (f(x) + g(x))dx = F(x) + G(x) + C = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

Các tính chất cơ bản của nguyên hàm, gồm:

- $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ ($k \neq 0$).
- $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
- $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành hai nhóm tương ứng thực hiện nhiệm vụ trả lời câu hỏi **HĐ3** và **HĐ4**.
- HS thực hiện nhiệm vụ theo sự phân công của GV.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm thảo luận, tìm cách trả lời câu hỏi. GV hướng dẫn, gợi ý cho HS tìm câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu đại diện các nhóm lên trình bày. GV nhận xét, đánh giá kết quả.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV tổng kết và đi đến các tính chất cơ bản của nguyên hàm, gồm:
 - $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ ($k \neq 0$).
 - $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
 - $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.
- HS ghi chép vào vở.

Hoạt động 2: Củng cố các tính chất cơ bản của nguyên hàm (25 phút)

a) Mục tiêu: HS được củng cố kiến thức về các tính chất cơ bản của nguyên hàm.

b) Nội dung:

- HS thực hiện giải **Ví dụ 3, Ví dụ 4, Ví dụ 5** (hoặc bài tập tương tự), trang 6, 7, SGK.
- HS thực hiện giải **Luyện tập 3, Luyện tập 4**, trang 6, 7, SGK và **Vận dụng**, trang 8, SGK.

c) Sản phẩm: Lời giải **Ví dụ 3, Ví dụ 4, Ví dụ 5, Luyện tập 3, Luyện tập 4** và **Vận dụng**.

• **Luyện tập 4:**

a) $\int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x + C.$ b) $\int (2x - 1)^2 dx = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x + C.$

- **Vận dụng:** Cho trước hàm về tốc độ biến động của doanh thu $M_R(x)$ khi x đơn vị sản phẩm được bán ra thì $R(x)$ là một nguyên hàm của $M_R(x)$.

Do đó: $R(x) = \int M_R(x) dx = \int (300 - 0,1x) dx = 300x - \frac{0,1x^2}{2} + C.$

Từ ý nghĩa thực tiễn, $R(0) = 0$ nên $C = 0$. Từ đó tìm được $R(1\ 000) = 250\ 000$ (triệu đồng).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS giải **Ví dụ 3, Ví dụ 4, Ví dụ 5, Luyện tập 3, Luyện tập 4 và Vận dụng.**

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 6 nhóm thực hiện tương ứng 6 bài tập trên.
- Các nhóm HS nghiên cứu, thảo luận, trình bày cách giải của nhóm ra bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Đại diện 6 nhóm lần lượt trình bày kết quả HĐ của nhóm mình.
- GV yêu cầu các nhóm nhận xét chéo, GV tổng kết và đánh giá.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: *Tính chất cơ bản của nguyên hàm.*
- Giao cho HS **Bài tập 4.2** trong SGK bằng cách sử dụng tính chất của nguyên hàm.

TIẾT 3. NGUYÊN HÀM CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

Hoạt động 1: Chiếm lĩnh công thức tính nguyên hàm của một số hàm số thường gặp: Hàm lũy thừa, hàm lượng giác, hàm số mũ (25 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá các công thức tính nguyên hàm của hàm lũy thừa, hàm lượng giác, hàm số mũ.

b) Nội dung: HS thực hiện **HĐ5, HĐ6, HĐ7**, trang 8, 9, 10, SGK.

c) Sản phẩm: Lời giải **HĐ5, HĐ6, HĐ7.**

➤ **HĐ5:** a) $\left(\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \right)' = x^\alpha;$

b) Với $x > 0$, ta có $(\ln|x|)' = (\ln x)' = \frac{1}{x}$. Với $x < 0$, ta có $(\ln|x|)' = (\ln(-x))' = \frac{1}{x}$.

➤ **HĐ6:**

a)

$F(x)$	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$	$\cot x$
$F'(x)$	$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$

b)

$f(x)$	$\cos x$	$\sin x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$
$\int f(x) dx$	$\sin x$	$-\cos x$	$\tan x$	$-\cot x$

➤ **HD7:**

a)

$F(x)$	e^x	$\frac{a^x}{\ln a} \ (0 < a \neq 1)$
$F'(x)$	e^x	a^x

b)

$f(x)$	e^x	$a^x \ (0 < a \neq 1)$
$\int f(x)dx$	e^x	$\frac{a^x}{\ln a}$

Các công thức tính nguyên hàm của các hàm thường gặp:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \ (\alpha \neq -1);$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C;$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C;$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV giao cho HS thực hiện **HD5, HD6, HD7**.
- HS tiếp nhận và suy nghĩ, phân tích tìm câu trả lời.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 3 nhóm tương ứng thực hiện trả lời câu hỏi của **HD5, HD6, HD7**.
- Các nhóm nhận nhiệm vụ, HĐ nhóm, trình bày lời giải ra bảng phụ để chuẩn bị thuyết trình.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi các nhóm 1, 2, 3 lần lượt lên bảng thuyết trình sản phẩm.
- HS nhận xét chéo các nhóm. GV điều khiển các HĐ, nhận xét, tổng kết kiến thức.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV khái quát hoá, tổng quát hoá để dẫn đến các công thức tính nguyên hàm của hàm hợp.

Hoạt động 2: Củng cố, luyện tập các công thức tính nguyên hàm của các hàm thường gặp (20 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố, luyện tập các công thức tính nguyên hàm của các hàm thường gặp.

b) Nội dung:

- HS giải **Ví dụ 6, Ví dụ 7, Ví dụ 8**, trang 8, 9, 10, SGK (hoặc các bài tập tương tự).
- HS giải **Luyện tập 5, Luyện tập 6, Luyện tập 7**, trang 8, 9, 10, SGK.

c) Sản phẩm:

Lời giải **Ví dụ 6, Ví dụ 7, Ví dụ 8** (hoặc bài tập tương tự), **Luyện tập 5, Luyện tập 6, Luyện tập 7**.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV giao cho HS giải **Ví dụ 6, Ví dụ 7, Ví dụ 8** (hoặc các bài tập tương tự).
- GV giao cho HS giải **Luyện tập 5, Luyện tập 6, Luyện tập 7**.
- HS tiếp nhận và suy nghĩ, phân tích tìm câu trả lời.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 3 nhóm tương ứng thực hiện nhiệm vụ:
+ Nhóm 1: Giải **Ví dụ 6** (hoặc bài tập tương tự) và **Luyện tập 5**.

+ Nhóm 2: Giải **Ví dụ 7** (hoặc bài tập tương tự) và **Luyện tập 6**.

+ Nhóm 3: Giải **Ví dụ 8** (hoặc bài tập tương tự) và **Luyện tập 7**.

- Các nhóm nhận nhiệm vụ, HĐ nhóm, trình bày lời giải ra bảng phụ để chuẩn bị thuyết trình.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi các nhóm 1, 2, 3 lần lượt lên bảng thuyết trình sản phẩm.

- HS nhận xét chéo các nhóm. GV điều khiển các HĐ, nhận xét, tổng kết kiến thức.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV củng cố, nhắc lại công thức tính nguyên hàm của hàm hợp.

- HS ghi nhớ khái niệm nguyên hàm, khái niệm họ nguyên hàm, các công thức tính nguyên hàm của các hàm số thường gặp.

- HS làm **Bài tập 4.3** đến **Bài tập 4.7** trang 11, SGK.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ là:

A. $F(x) = x^3 + x^2 + 5$

B. $F(x) = x^3 + x + C$

C. $F(x) = x^3 + x^2 + 5x + C$

D. $F(x) = x^3 + x^2 + C$

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ là:

A. $\ln|x+2| + C$

B. $\frac{1}{2}\ln|x+2| + C$

C. $\ln(x+2) + C$

D. $\frac{1}{2}\ln(x+2) + C$

Câu 3. $\int (2\sin x - 3\cos x)dx$ bằng:

A. $2\cos x - 3\sin x + C$

B. $2\cos x + 3\sin x + C$

C. $-2\cos x + 3\sin x + C$

D. $-2\cos x - 3\sin x + C$

Câu 4. Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc tại thời điểm t ($t=0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên) cho bởi $v(t) = 120 - 9,8t$ (m/s). Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

a) Độ cao của viên đạn tại thời điểm t là $h(t) = 120t + 4,9t^2 - 3$.

b) Độ cao của viên đạn tại thời điểm $t = 2$ (s) là $h(2) = 256,6$ (m).

c) Độ cao của viên đạn tại thời điểm $t = 3$ (s) là $h(3) = 315,9$ (m).

d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất khi $h(t) = 2024,1$ (m).

Câu 5. Một vườn ươm cây cảnh bán một cây sau 6 năm trồng và uốn tạo dáng. Tốc độ tăng trưởng trong suốt 6 năm được tính xấp xỉ bởi công thức $h'(t) = 1,5t + 5$, trong đó $h(t)$ (cm) là chiều cao của cây khi kết thúc t (năm) (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, *Calculus 10e Cengage 2014*). Biết cây con khi được trồng cao 12 cm. Hỏi khi được bán, cây đó cao bao nhiêu centimet?

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. C

Câu 2. A

Câu 3. D

Câu 4. a) S

b) S

c) Đ

d) S

Gợi ý: Ta có: $h(t) = \int v(t)dt = \int (120 - 9,8t)dt = 120t - 4,9t^2 + C$.

Độ cao của viên đạn tại thời điểm ban đầu bằng 0 nên $h(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$.

- a) Vậy $h(t) = 120t - 4,9t^2$, suy ra mệnh đề ở câu a) là **sai**.
b) Độ cao của viên đạn tại thời điểm $t = 2$ (s) nên $h(2) = 220,4$ (m), suy ra mệnh đề **sai**.
c) Độ cao của viên đạn tại thời điểm $t = 3$ (s) là $h(3) = 315,9$ (m), suy ra mệnh đề **đúng**.
d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất khi vận tốc của viên đạn bằng 0 hay:

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow 120 - 9,8t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{120}{9,8} \text{ (s)}.$$

Từ đó suy ra độ cao lớn nhất của viên đạn đạt được là $h\left(\frac{120}{9,8}\right) = 734,7$ (m). Vậy mệnh đề ở câu

d) là **sai**.

Câu 5. Công thức tính chiều cao $h(t)$ của cây sau t năm là một nguyên hàm của $h'(t)$. Nên ta có:

$$h(t) = \int h'(t)dt = \int (1,5t + 5)dt = \int 1,5t dt + \int 5dt = 0,75t^2 + 5t + C.$$

Suy ra $h(t) = 0,75t^2 + 5t + C$. Vì cây con khi được trồng cao 12 cm nên $h(0) = 12$.

Do đó $0,75 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0 + C = 12$, suy ra $C = 12$. Vậy công thức tính chiều cao của cây sau t năm là $h(t) = 0,75t^2 + 5t + 12$. Khi cây được bán, tức là $t = 6$, ta có $h(6) = 0,75 \cdot 6^2 + 5 \cdot 6 + 12 = 69$.

Vậy khi được bán, cây đó cao 69 cm.

BÀI 12. TÍCH PHÂN

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết định nghĩa và các tính chất của tích phân.
- Tính tích phân trong những trường hợp đơn giản.
- Vận dụng tích phân để giải quyết một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực

- Rèn luyện năng lực toán học, đặc biệt là năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến tích phân.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Phẩm chất

- Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các HĐ nhóm.
- Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. GV: Máy tính, máy chiếu, bài tập, hệ thống câu hỏi, phiếu học tập.

2. HS: Đồ dùng học tập, SGK, dụng cụ học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. DIỆN TÍCH HÌNH THANG CONG

Hoạt động 1: Khởi động (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS tiếp cận với khái niệm tích phân.

b) **Nội dung:** HS đọc tình huống **Mở đầu**, từ đó làm nảy sinh nhu cầu tìm hiểu về tích phân.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV tổ chức cho HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán. HS đọc và suy nghĩ về tình huống.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV có thể đặt câu hỏi cho HS: “Kể từ khi đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển trong khoảng thời gian bao lâu?”

- HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV đặt câu hỏi phát vấn với các HS. HS trả lời theo ý hiểu của mình.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV tổng kết, đặt vấn đề: Ta đã biết hàm số $s(t)$ chính là một nguyên hàm của $v(t)$, vậy để tính quãng đường ô tô di chuyển trong khoảng 0,5 giây kể từ khi đạp phanh đến khi dừng hẳn, ta có sử dụng tới nguyên hàm của hàm số $v(t)$ hay sử dụng một khái niệm mới, chúng ta sẽ cùng nhau đi tìm hiểu trong bài học hôm nay.

Hoạt động 2: Tiếp cận phương pháp tính diện tích hình thang cong (25 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS biết cách tính diện tích hình thang cong.

b) **Nội dung:** HS thực hiện giải **Ví dụ 1** (hoặc bài tập tương tự); **HD1**, **HD2**, trang 13, SGK.

c) **Sản phẩm:** Lời giải của các câu hỏi trong các HD và ví dụ.

➤ **HD1:**

a) Ta có $S = \frac{(2+5) \cdot 3}{2} = \frac{21}{2}$.

b) Ta có $S = \frac{(t+3) \cdot (t-1)}{2} = \frac{t^2}{2} + t - \frac{3}{2}$.

c) Ta có $S'(t) = t + 1 = f(t)$, $S(4) - S(1) = \frac{21}{2} = S$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thực hiện **Ví dụ 1** (hoặc bài tập tương tự); **HD1**, **HD2**, trang 13, SGK.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- GV cho HS nhắc lại khái niệm hình thang và công thức tính diện tích hình thang. Sau đó GV giới thiệu cho HS khái niệm hình thang cong.
- HS nhắc lại khái niệm và lắng nghe GV giới thiệu.
- GV yêu cầu HS giải **HD1**. HS suy nghĩ tìm cách giải.
- GV hướng dẫn HS thực hiện **HD2** để tính được diện tích hình thang cong.
- HS thực hiện **HD2** dưới sự hướng dẫn của GV và ghi bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV cho HS nhắc lại khái niệm hình thang và công thức tính diện tích hình thang.
- HS nhắc lại khái niệm. Sau đó GV giới thiệu cho HS khái niệm hình thang cong.
- HS lắng nghe GV giới thiệu. GV gọi HS lên bảng giải bài tập **HD1**.
- HS trình bày lời giải. GV kiểm tra, nhận xét.
- GV hướng dẫn HS thực hiện **HD2** để tính được diện tích hình thang cong.
- HS thực hiện **HD2** dưới sự hướng dẫn của GV và ghi bài.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- Rút ra được cách tính diện tích hình thang cong và **Định lý 1**:
Nếu hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$, thì diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là $S = F(b) - F(a)$, trong đó $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
- GV ghi bảng hoặc trình chiếu nội dung trong khung kiến thức.

Hoạt động 3: Củng cố phương pháp tính diện tích hình thang cong (15 phút)

- Mục tiêu:** Rèn cho HS cách tính diện tích hình thang cong bằng cách vận dụng **Định lý 1**.
- Nội dung:** HS thực hiện **Ví dụ 2**, trang 14, SGK (hoặc bài tập tương tự).
- Sản phẩm:** Lời giải **Ví dụ 2** (hoặc bài tập tương tự).
- Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS giải **Ví dụ 2** (hoặc bài tập tương tự).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

GV giao cho HS giải bài tập **Ví dụ 2** (hoặc bài tập tương tự). HS suy nghĩ tìm cách giải.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi một HS lên bảng trình bày **Ví dụ 2** (hoặc bài tập tương tự). GV nhận xét, đánh giá.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- Thông qua **Ví dụ 2** (hoặc bài tập tương tự) rèn cho HS cách tính diện tích hình thang cong bằng cách vận dụng **Định lý 1**.
- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Cách tính diện tích hình thang cong.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

TIẾT 2. KHÁI NIỆM TÍCH PHÂN

Hoạt động 1: Hình thành kiến thức mới (10 phút)

a) Mục tiêu: HS nhận biết được định nghĩa tích phân; giúp HS biết vận dụng kiến thức về tích phân để giải quyết bài toán thực tiễn.

b) Nội dung: HS thực hiện **HD3**, trang 14, SGK.

c) Sản phẩm: Kiến thức về định nghĩa tích phân, câu trả lời của HS:

- Công thức tính tích phân:

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ thì hiệu $F(b) - F(a)$ được gọi là tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$, kí hiệu $\int_a^b f(x)dx$.

➤ **HD3:** Vì $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ nên $F(x) = G(x) + C$.

Ta có $F(b) - F(a) = G(b) + C - G(a) - C = G(b) - G(a)$.

Trong trường hợp $a = b$ thì $\int_a^b f(x)dx = \int_a^a f(x)dx = F(x)\Big|_a^a = F(a) - F(a) = 0$.

Tương tự, trong trường hợp $a > b$ thì $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS chứng minh tính chất trong **HD3**, trang 14, SGK.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

GV cho HS HĐ cá nhân thực hiện **HD3**. HS tìm cách chứng minh bài toán.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét.
- GV có thể đặt câu hỏi cho HS: Trong trường hợp $a = b$ hoặc $a > b$ thì biểu thức tích phân bằng gì?
- HS trả lời câu hỏi, GV tổng kết kiến thức.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- Từ **HD3**, GV giới thiệu cho HS định nghĩa tích phân.
- GV nhấn mạnh giá trị của tích phân không phụ thuộc vào việc chọn hàm số $F(x)$.
- GV lưu ý cho HS các kí hiệu, cận trên, cận dưới, hàm số dưới dấu tích phân.

Hoạt động 2: Củng cố khái niệm tích phân (33 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kĩ năng tính tích phân, rèn luyện kĩ năng tính tích phân.

b) Nội dung: HS thực hiện giải **Ví dụ 3**, **Ví dụ 4** (hoặc bài tập tương tự), **Luyện tập 1**, **Luyện tập 2** (trang 15, SGK), giải quyết **Vận dụng 1** (trang 16, SGK).

c) Sản phẩm: Lời giải **Ví dụ 3**, **Ví dụ 4**, **Luyện tập 1**, **Luyện tập 2**.

• **Luyện tập 1:**

a) $\int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1$.

b) $\int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln|x| \Big|_1^e = \ln e - \ln 1 = 1$.

$$c) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -(0-1) = 1.$$

$$d) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = -\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}\right) = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

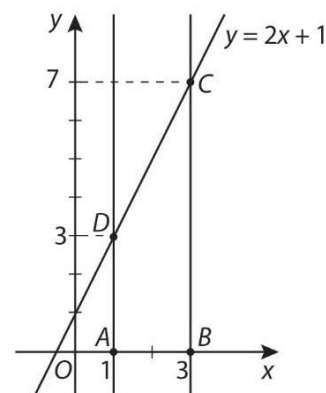
• Luyện tập 2:

a) Tích phân cần tính là diện tích của hình thang $ABCD$ có đáy lớn BC , đáy nhỏ AD và đường cao AB (H.3.1). Ta có $C(3; 7)$, $D(1; 3)$, khi đó

$$AD = 3, \quad BC = 7, \quad AB = 2. \quad \text{Vậy } \int_1^3 (2x+1) dx = S_{ABCD} = 10.$$

b) Ta có $y = \sqrt{4-x^2}$ là phương trình nửa phía trên trục hoành của đường tròn có tâm là gốc toạ độ O và bán kính 2 (H.3.2). Do đó, tích phân cần tính là diện tích nửa phía trên trục hoành của hình tròn tương ứng.

$$\text{Vậy } \int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx = 2\pi.$$



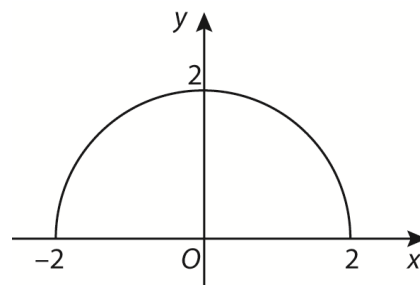
Hình 3.1

• Vận dụng 1:

Khi ô tô dừng hẳn thì $v = 0$, khi đó $-40t + 20 = 0$.

Do đó $t = \frac{1}{2}$. Quãng đường ô tô di chuyển kể từ lúc đạp phanh

đến khi dừng hẳn là $\int_0^{\frac{1}{2}} (-40t + 20) dt = 5$ (m).



Hình 3.2

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV giao cho HS giải **Ví dụ 3**, **Ví dụ 4**, **Luyện tập 1**, **Luyện tập 2**.
- HS HĐ theo nhóm nhỏ, trình bày lời giải ra bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 5 nhóm, với các nhiệm vụ tương ứng:
 - + Nhóm 1: Giải **Ví dụ 3** (hoặc bài tập tương tự).
 - + Nhóm 2: Giải **Luyện tập 1**.
 - + Nhóm 3: Giải **Ví dụ 4** (hoặc bài tập tương tự).
 - + Nhóm 4: Giải **Luyện tập 2**.
 - + Nhóm 5: Giải quyết **Vận dụng 1**.
- Với nhóm 5, GV hướng dẫn HS thực hiện nhiệm vụ, gợi ý bằng cách đặt một số câu hỏi cho HS:
 - + Khoảng thời gian kể từ khi ô tô đạp phanh đến khi dừng hẳn là bao lâu?
 - + Quãng đường mà ô tô di chuyển trong khoảng thời gian đó có mối liên hệ gì với $\int_0^{\frac{1}{2}} v(t) dt$?

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV mời đại diện các nhóm lên trình bày sản phẩm.
- GV yêu cầu các nhóm nhận xét chéo nhau. GV nêu nhận xét, đánh giá.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV cho HS nhắc lại cách tính diện tích hình thang cong sau đó rút ra mối liên hệ với tích phân.
- GV tổng kết và nêu ý nghĩa hình học của tích phân.
- GV nhắc lại cách tính tích phân.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút):

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Định nghĩa tích phân.
- Giao cho HS làm **Bài tập 4.8** trang 18, SGK.

TIẾT 3. TÍNH CHẤT CỦA TÍCH PHÂN

Hoạt động 1: Tiếp cận các tính chất của tích phân (10 phút)

a) Mục tiêu: HS nhận biết các tính chất của tích phân; giúp HS biết vận dụng kiến thức về tích phân để giải quyết bài toán thực tiễn.

b) Nội dung: HS thực hiện **HD4**, các tính chất của tích phân.

c) Sản phẩm: Kiến thức về các tính chất của tích phân.

➤ HD4:

$$a) \int_0^1 2x dx = 1 = 2 \int_0^1 x dx;$$

$$b) \int_0^1 (x^2 + x) dx = \frac{5}{6} = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x dx;$$

$$c) \int_0^3 x dx = \frac{9}{2} = \int_0^1 x dx + \int_1^3 x dx.$$

• Các tính chất:

$$1) \int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx \quad (k \text{ là hằng số});$$

$$2) \int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx;$$

$$3) \int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx;$$

$$4) \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \quad \forall c \in (a; b).$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi của **HD4**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

GV cho HS HĐ cá nhân với **HD4**. HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết.

Bước 4. Kết luận, nhận định

Từ **HD4**, GV giới thiệu cho HS các tính chất của tích phân.

Hoạt động 2: Củng cố các tính chất của tích phân (35 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tính tích phân, rèn luyện kỹ năng tính tích phân.

b) Nội dung: HS thực hiện **Ví dụ 5, Ví dụ 6** (hoặc bài tập tương tự), **Luyện tập 3, Luyện tập 4**, giải quyết **Vận dụng 2** (trang 17, SGK).

c) Sản phẩm: Lời giải **Ví dụ 5, Ví dụ 6** (hoặc bài tập tương tự), **Luyện tập 3, Luyện tập 4**, giải quyết **Vận dụng 2**.

• **Luyện tập 3:**

$$a) \int_0^{2\pi} (2x + \cos x) dx = x^2 \Big|_0^{2\pi} + \sin x \Big|_0^{2\pi} = 4\pi^2.$$

$$b) \int_1^2 \left(3^x - \frac{3}{x} \right) dx = \left(\frac{3^x}{\ln 3} - 3 \ln x \right) \Big|_1^2 = \left(\frac{9}{\ln 3} - 3 \ln 2 \right) - \left(\frac{3}{\ln 3} - 3 \ln 1 \right) = \frac{6}{\ln 3} - 3 \ln 2.$$

$$c) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = (\tan x + \cot x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = 0.$$

• **Luyện tập 4:** Ta có:

$$\int_0^3 |2x - 3| dx = \int_0^{\frac{3}{2}} |2x - 3| dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 |2x - 3| dx = \int_0^{\frac{3}{2}} (3 - 2x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 (2x - 3) dx = \left(3x - x^2 \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} + \left(x^2 - 3x \right) \Big|_{\frac{3}{2}}^3 = \frac{9}{2}.$$

• **Vận dụng 2:** Nhiệt độ trung bình vào ngày đó trong khoảng từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa là:

$$\frac{1}{12 - 6} \int_6^{12} T(t) dt = \frac{1}{6} \int_6^{12} (1,5t + 11) dt = \frac{1}{6} \left(\frac{3}{4} t^2 + 11t \right) \Big|_6^{12} = 24,5 (^\circ C).$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS giải **Ví dụ 5, Ví dụ 6** (hoặc bài tập tương tự), **Luyện tập 3, Luyện tập 4**, giải quyết **Vận dụng 2**.
- HS HĐ theo nhóm nhỏ, trình bày lời giải ra bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 5 nhóm, với các nhiệm vụ tương ứng:
 - + Nhóm 1: Giải **Ví dụ 5** (hoặc bài tương tự).
 - + Nhóm 2: Giải **Luyện tập 3**.
 - + Nhóm 3: Giải **Ví dụ 6** (hoặc bài tương tự).
 - + Nhóm 4: Giải **Luyện tập 4**.
 - + Nhóm 5: Giải quyết **Vận dụng 2**.
- Với nhóm 3, GV hướng dẫn HS thực hiện nhiệm vụ bằng cách nêu gợi ý thông qua dẫn dắt đặt một số câu hỏi cho HS như: *Làm thế nào để phá dấu giá trị tuyệt đối trong biểu thức $|x - 2|$?*

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV mời đại diện các nhóm lên trình bày sản phẩm.
- GV yêu cầu các nhóm nhận xét chéo nhau. GV nhận xét, đánh giá.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS.
- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Các tính chất của tích phân.

- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK: **Bài tập 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13.**
- + Tính tích phân bằng cách sử dụng tính chất của tích phân: **Bài tập 4.9, 4.10.**
- + Vận dụng tích phân để giải quyết các bài toán thực tiễn: **Bài tập 4.11, 4.12, 4.13.**

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Với a, b là các tham số thực, giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1)dx$ bằng:

- A. $b^3 - b^2a - b$ B. $b^3 + b^2a + b$ C. $b^3 - ba^2 - b$ D. $3b^2 - 2ab - 1$

Câu 2. Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x dx = a + b \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó giá trị của $a - b$ là:

- A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $-\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 3. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + 2b = 0$ B. $a + b = 2$ C. $a - 2b = 0$ D. $a + b = -2$

Câu 4. Vào ngày lễ hội hằng năm ở một khu di tích, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ (Nguồn: R.Larson and B.Edwards, Calculus 10^e, Cengage). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

Mỗi mệnh đề dưới đây là đúng hay sai?

- a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.
b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1 325 người.
c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.
d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.

Câu 5. Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus ioe, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất.

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. A

Câu 2. B

Câu 3. A

Câu 4:

a) S

b) Đ

c) S

d) S

Gợi ý: Ta có: $Q(t) = \int Q'(t)dt = \int (4t^3 - 72t^2 + 288t)dt = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + C$.

Mà sau 2 giờ đã có 500 người nên ta có $Q(2) = 500$ suy ra $C = 100$.

Vậy $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + 100$.

+ Lượng khách tham quan sau 5 giờ là $Q(5) = 1\,325$ người.

+ Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số $Q(t)$ trên đoạn $[0; 13]$.

Ta có $Q'(t) = 0$ khi $t = 0$, $t = 6$ và $t = 12$. Mà $Q(0) = 100$, $Q(6) = 1\,396$, $Q(12) = 100$, $Q(13) = 269$.

Nên lượng khách tham quan lớn nhất là 1 396 người.

+ Ta khảo sát hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$ trên đoạn $[0; 13]$.

Ta có: $Q''(t) = 12t^2 - 144t + 288$.

$$Q''(t) = 0 \Leftrightarrow 12t^2 - 144t + 288 = 0 \Leftrightarrow t = 6 - 2\sqrt{3} \text{ hoặc } t = 6 + 2\sqrt{3}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $Q'(t)$ như sau:

t	$-\infty$	$6-2\sqrt{3}$	$6+2\sqrt{3}$	$+\infty$	
$\mathcal{Q}''(t)$	+	0	-	0	+
$\mathcal{Q}'(t)$	$-\infty$	$\mathcal{Q}'(6-2\sqrt{3})$	$\mathcal{Q}'(6+2\sqrt{3})$	$+\infty$	

Với $Q'(6 - 2\sqrt{3}) \approx 332,6$ và $Q'(6 + 2\sqrt{3}) \approx -332,6$.

Vậy tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 13$.

Câu 5. Ta có: $T(x) = \int T'(x)dx = \int (-20x + 300)dx = -10x^2 + 300x + C$, $C \in \mathbb{R}$.

Khi người đó tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Nên ứng với $x = 10$ ta có $T(10) = 12\,000$ suy ra:

$$12\,000 = -10 \cdot 10^2 + 300 \cdot 10 + C \Rightarrow C = 10\,000.$$

Vậy $T(x) = -10x^2 + 300x + 10\,000$. Ta có $T(x)$ là một hàm số bậc hai với hệ số $a < 0$ và đồ thị hàm số có đỉnh là $I(15; 12\,250)$.

Vậy doanh thu cao nhất mà người đó có thể thu về là 12 250 triệu đồng và khi đó mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

BÀI 13. ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN

(Thời gian thực hiện: 4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Sử dụng tích phân để tính diện tích của một số hình phẳng và thể tích của một số hình khối.

2. Năng lực

- Rèn luyện năng lực toán học, đặc biệt là năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc sử dụng tích phân như là một phương pháp tổng quát và hiệu quả để tính diện tích, thể tích.

- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Phẩm chất

- Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các HĐ nhóm.
- Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.
- Rèn luyện đức tính cẩn thận, tỉ mỉ thông qua giải các bài toán tính tích phân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. GV: Máy tính, máy chiếu, bài tập, hệ thống câu hỏi; GV chuẩn bị một số tình huống trong thực tế có vận dụng tính tích phân.

2. HS: Đồ dùng học tập, vở ghi, SGK.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG (phần a)

Hoạt động 1: Khởi động (5 phút)

a) Mục tiêu: Gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS biết tích phân có thể được sử dụng để tính diện tích và thể tích.

b) Nội dung: HS đọc tình huống **Mở đầu**.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV tổ chức cho HS đọc phần **Mở đầu** trang 19, SGK.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

GV đọc phần **Mở đầu**. HS nghe và trả lời câu hỏi của GV:

Câu hỏi 1: Em hãy nhắc lại các công thức tính thể tích của các khối trụ, khối chóp, khối nón, khối cầu,... đã được học.

Câu hỏi 2: Nêu nguồn gốc các công thức tính thể tích các khối trụ, khối chóp, khối nón, khối cầu,... Các công thức đó người ta chứng minh bằng cách nào? Hay là được thừa nhận?

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS trả lời các câu hỏi đặt ra của GV theo ý hiểu bản thân.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đặt vấn đề: Bài học này sẽ cung cấp một số phương pháp tổng quát giúp ta thiết lập dễ dàng các công thức diện tích và thể tích đã học trong Hình học, cũng như tính diện tích, thể tích của những vật thể phức tạp hơn.

Hoạt động 2: Chiếm lĩnh công thức tính diện tích hình phẳng (30 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$.

b) Nội dung: HS thực hiện **HĐ1, Ví dụ 1, Ví dụ 2**, trang 19, 20, SGK.

c) Sản phẩm:

- Công thức tính diện tích hình phẳng:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính

bằng công thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

- Lời giải các câu hỏi và bài tập trong **HĐ1, Ví dụ 1, Ví dụ 2**:

➤ **HĐ1:**

$$\text{a) } S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{5}{2}. \quad \text{b) } \int_{-2}^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^{-1} (-x-1) dx + \int_{-1}^1 (x+1) dx = \frac{5}{2}. \text{ Vậy } \int_{-2}^1 |f(x)| dx = S.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thực hiện giải bài tập, trả lời **HĐ1, Ví dụ 1, Ví dụ 2** (hoặc bài tập tương tự).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tiếp nhận và thực hiện các nhiệm vụ GV giao.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện **HĐ1**, chọn một HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.
- Sau khi HS thực hiện xong **HĐ1**, GV sẽ giới thiệu cho HS công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.
- GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong *Khung kiến thức*.
- GV gọi 2 HS lên bảng giải **Ví dụ 1, Ví dụ 2** (hoặc bài tập tương tự).
- HS khác nhận xét. GV chỉnh sửa, chốt kiến thức.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhắc lại công thức tính diện tích hình phẳng và lưu ý vị trí đặt dấu giá trị tuyệt đối, thứ tự của cận tích phân.

Hoạt động 3: Luyện tập (10 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số và trục hoành.

b) Nội dung: HS thực hiện **Luyện tập 1**.

c) Sản phẩm: Lời giải của HS.

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^3 |x^2 - 4| dx = \int_0^2 |x^2 - 4| dx + \int_2^3 |x^2 - 4| dx = \int_0^2 (4 - x^2) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx \\ &= \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^3 = \frac{16}{3} + \frac{7}{3} = \frac{23}{3}. \end{aligned}$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV tổ chức cho HS HĐ cặp đôi để giải **Luyện tập 1**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS HĐ theo hướng dẫn của GV.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 5 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.
- Tùy vào tình hình thực tế của lớp học, GV có thể cho thêm một vài câu hỏi trắc nghiệm để HS củng cố lại công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số và trục hoành.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS.
- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

TIẾT 2. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG (phần b)

Hoạt động 1: Chiếm lĩnh công thức tính diện tích hình phẳng (20 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá và vận dụng được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

b) Nội dung: HS thực hiện **HĐ2**, **Ví dụ 3**, **Ví dụ 4** (hoặc bài tập tương tự) trang 20, 21, SGK.

c) Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong **HĐ2** và các ví dụ.

- Công thức tính diện tích hình phẳng:

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

- Lời giải các câu hỏi và bài tập trong **HĐ2**, **Ví dụ 3**, **Ví dụ 4**:

➤ **HĐ2:**

a) Ta có $S_1 = \int_1^3 (-x^2 + 4x) dx = \frac{22}{3}$, $S_2 = \int_1^3 x dx = 4$. Khi đó $S = S_1 - S_2 = \frac{10}{3}$.

b) $\int_1^3 |f(x) - g(x)| dx = \int_1^3 |-x^2 + 3x| dx = \int_1^3 (-x^2 + 3x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_1^3 = \frac{10}{3}$.

Từ đó ta có: $\int_1^3 |f(x) - g(x)| dx = S$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thực hiện **HĐ2**, **Ví dụ 3**, **Ví dụ 4** (hoặc bài tập tương tự).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tiếp nhận và thực hiện nhiệm vụ GV giao.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV cho HS thực hiện theo cặp trong 4 phút, sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét.
- Từ **HD2**, GV giới thiệu cho HS công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$.
- GV lưu ý HS nội dung phần **Chú ý**.
- GV cho HS thực hiện cá nhân thực hiện **Ví dụ 3**, **Ví dụ 4**, sau đó gọi hai HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhắc lại công thức tính diện tích hình phẳng và lưu ý cách xử lý hàm giá trị tuyệt đối trong tính tích phân.

Hoạt động 2: Luyện tập (25 phút)

a) Mục tiêu: củng cố kỹ năng tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số.

b) Nội dung: HS thực hiện **Luyện tập 2** và **Vận dụng 1**.

c) Sản phẩm: Lời giải **Luyện tập 2** và **Vận dụng 1** của HS.

• **Luyện tập 2:** Diện tích hình phẳng cần tìm bằng:

$$S = \int_1^4 |\sqrt{x} - x + 2| dx = \int_1^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \left(\frac{2}{3} x\sqrt{x} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_1^4 = \frac{19}{6}.$$

• **Vận dụng 1:**

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-0,36x + 9 = 0,14x + 2 \Leftrightarrow x = 14$. Tìm được $p_0 = 3,96$.

Thặng dư tiêu dùng cho sản phẩm này là $\int_0^{14} |-0,36x + 9 - 3,96| dx = 35,28$ (triệu đồng).

Thặng dư sản xuất cho sản phẩm này là $\int_0^{14} |0,14x + 2 - 3,96| dx = 13,72$ (triệu đồng).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV tổ chức cho HS HĐ cặp đôi để giải **Luyện tập 2** và **Vận dụng 1**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS HĐ theo hướng dẫn của GV: Với **Luyện tập 2**, HS thực hiện thảo luận theo cặp đôi. Với **Vận dụng 1**, HS thảo luận nhóm theo tổ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV cho HS thực hiện cá nhân thực hiện giải **Luyện tập 2**, sau đó gọi đại diện 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.

- GV chia lớp thành các nhóm theo tổ để thực hiện giải **Vận dụng 1**, GV cho HS thực hiện nhóm trình bày kết quả ra bảng phụ rồi dán lên bảng, các nhóm khác theo dõi và nhận xét bài làm của các nhóm còn lại. GV tổng kết rồi chốt đáp án.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$.
- Giao cho HS làm các bài tập sau trong SGK:
 - + Tính diện tích các hình phẳng: **Bài tập 4.14, 4.15.**
 - + Vận dụng công thức tính diện tích hình phẳng để giải quyết bài toán thực tiễn: **Bài tập 4.16.**
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

TIẾT 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH THỂ TÍCH VẬT THỂ (phần a)

Hoạt động 1: Chiếm lĩnh công thức tính thể tích vật thể (20 phút)

- a) Mục tiêu:** HS khám phá và vận dụng được công thức tính thể tích vật thể.
- b) Nội dung:** HS thực hiện **HD3**; **Ví dụ 5**, **Ví dụ 6** (hoặc bài tập tương tự) trang 22, 23, SGK.
- c) Sản phẩm:** Lời giải của các câu hỏi trong HD và các ví dụ.

➤ **HD3:** a) Ta có $V = \pi R^2(b - a)$. b) Ta có $S(x) = \pi R^2$. Khi đó $\int_a^b S(x) dx = \pi R^2(b - a) = V$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV giao HS thực hiện **HD3**, **Ví dụ 5**, **Ví dụ 6** (hoặc bài tập tương tự).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tiếp nhận và thực hiện nhiệm vụ. GV định hướng, hướng dẫn HS thực hiện.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV cho HS thực hiện theo cặp, sau đó gọi cả 2 HS lên bảng trình bày tương ứng với hai ý a) và b) của **HD3**, các HS khác theo dõi, nhận xét.
- Từ **HD3**, GV giới thiệu cho HS công thức tính thể tích vật thể. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong *Khung kiến thức*.
- GV chia lớp thành 2 nhóm lớn thực hiện nhiệm vụ chứng minh tính chất trong **Ví dụ 5** và **Ví dụ 6**.
- Trong **Ví dụ 6**, GV nhắc lại cho HS biết tính chất: Hai hình bình hành có tỉ lệ đồng dạng là k thì tỉ lệ diện tích là k^2 .
- HS cử đại diện lên bảng trình bày.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV củng cố lại công thức tính thể tích vật thể.
- GV nhấn mạnh lại các công thức tính thể tích khối chóp và lăng trụ đã học ở lớp 11 được chứng minh đầy đủ bằng tích phân.

Hoạt động 2: Luyện tập (25 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố kỹ năng tính thể tích vật thể.

b) Nội dung: HS thực hiện **Vận dụng 2** trang 23, SGK.

c) Sản phẩm: Lời giải của HS phần **Vận dụng 2**.

Mỗi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x ($a \leq x \leq b$), cắt khối chóp cắt đều theo thiết diện có diện tích $S(x) = \frac{S_1}{b^2} x^2$.

Thể tích của khối chóp cắt đều này là:

$$V = \int_a^b S(x) dx = \int_a^b \frac{S_1}{b^2} x^2 dx = \frac{S_1}{b^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_a^b = \frac{S_1}{b^2} \cdot \frac{b^3 - a^3}{3} = S_1 \cdot \frac{b-a}{3} \cdot \frac{b^2 + ab + a^2}{b^2}.$$

$$\text{Mà } S_0 = \frac{S_1}{b^2} a^2 \text{ và } h = b - a \text{ nên } V = \frac{h}{3} (S_1 + \sqrt{S_0 S_1} + S_0).$$

Do đó thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là $V = \frac{1}{3} Sh$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV tổ chức cho HS HĐ cặp đôi để giải **Vận dụng 2**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV cho HS HĐ theo cặp đôi thực hiện giải **Vận dụng 2**, sau đó gọi đại diện một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.
- GV nhắc lại cho HS biết tính chất:

Hai hình bình hành có tỉ lệ đồng dạng là k thì tỉ lệ diện tích là k^2 .

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS.
- GV nhấn mạnh công thức tính thể tích khối chóp cắt ở lớp 11 được chứng minh dựa vào tích phân.
- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính thể tích vật thể.
- Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau.

TIẾT 4. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÍNH THỂ TÍCH VẬT THỂ (phần b)

Hoạt động 1: Chiếm lĩnh công thức tính thể tích khối tròn xoay (20 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá và vận dụng được công thức tính thể tích khối tròn xoay.

b) Nội dung: HS thực hiện **HĐ4, Ví dụ 7, Ví dụ 8** (hoặc bài tập tương tự) trang 24, 25, SGK.

c) Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong HĐ và các ví dụ.

➤ **HĐ4:** a) Ta có $V = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = \frac{16}{3} \pi$.

$$\text{b) } \pi \int_0^4 f^2(x) dx = \pi \int_0^4 \frac{1}{4} x^2 dx = \frac{16}{3} \pi = V.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV giao HS thực hiện **HĐ4, Ví dụ 7, Ví dụ 8** (hoặc bài tập tương tự).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tiếp nhận và thực hiện nhiệm vụ. GV định hướng, hướng dẫn HS thực hiện.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV cho HS thực hiện theo cặp, sau đó gọi cả hai HS lên bảng trình bày tương ứng với hai ý a) và b) của **HD4**, các HS khác theo dõi, nhận xét.
- Từ **HD4**, GV giới thiệu cho HS công thức tính thể tích khối tròn xoay. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong *Khung kiến thức*.
- GV chia lớp thành 2 nhóm lớn thực hiện nhiệm vụ chứng minh tính chất trong **Ví dụ 7** và **Ví dụ 8** (hoặc bài tập tương tự).
- HS cử đại diện lên bảng trình bày.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV củng cố lại công thức tính thể tích khối tròn xoay.
- GV nhấn mạnh lại các công thức tính thể tích khối cầu đã được chứng minh đầy đủ bằng tích phân.

Hoạt động 2: Luyện tập (25 phút)

a) **Mục tiêu:** Củng cố kỹ năng tính thể tích khối tròn xoay.

b) **Nội dung:** HS thực hiện **Vận dụng 3** trang 25, SGK.

c) **Sản phẩm:** Lời giải của HS phần **Vận dụng 3**.

a) Đường thẳng BC đi qua điểm $B(h; R)$ và điểm $C(0; r)$ có phương trình là:

$$y = \frac{R-r}{h}x + r \quad (h \neq 0).$$

Thể tích của khối nón cụt là:

$$V = \pi \int_0^h \left(\frac{R-r}{h}x + r \right)^2 dx = \pi \left(\frac{(R-r)^2}{h^2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{(R-r)r}{h}x^2 + r^2x \right) \Big|_0^h = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2).$$

b) Cho $r = 0$ trong công thức nhận được ở phần a), ta được thể tích của khối nón có bán kính đáy bằng R và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}\pi hR^2$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV tổ chức cho HS HĐ cặp đôi để giải **Vận dụng 3**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV cho HS HĐ theo cặp đôi thực hiện giải **Vận dụng 3**, sau đó gọi đại diện một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và chốt đáp án.
- GV hướng dẫn HS phần b): Cho bán kính đáy bé bằng 0 ta được hình gì? Khi đó công thức ở phần a sẽ như thế nào?

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS.
- GV nhấn mạnh công thức tính thể tích khối nón và nón cụt được chứng minh dựa vào tích phân.
- GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Tính thể tích vật thể và thể tích khối tròn xoay.

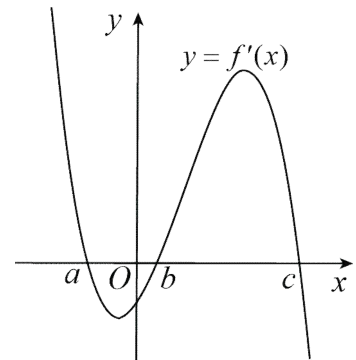
- Giao cho HS làm các bài tập trong SGK: **Bài tập 4.17, 4.18, 4.19** trang 26, SGK.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$, biết đồ thị của $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $x = a, x = b, x = c$ như Hình 3.3.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $f(c) > f(a) > f(b)$.
- B. $f(c) > f(b) > f(a)$.
- C. $f(a) > f(b) > f(c)$.
- D. $f(b) > f(a) > f(c)$.

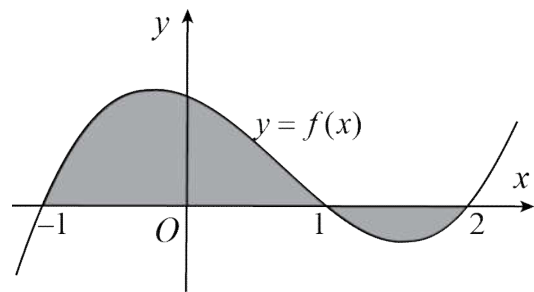


Hình 3.3

Câu 2. Gọi S là diện tích hình phẳng được tô đậm trong Hình 3.4.

Công thức tính S là:

- A. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$
- B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$
- C. $S = \int_{-1}^2 f(x)dx$
- D. $S = -\int_{-1}^2 f(x)dx$



Hình 3.4

Câu 3. Cho phần vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$), ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của phần vật thể (T).

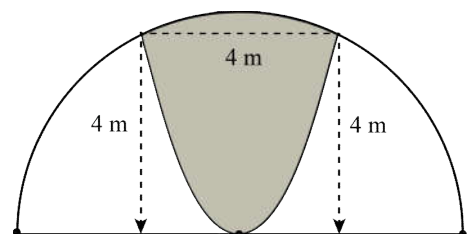
- A. $V = \frac{4}{3}$
- B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}$
- C. $V = 4\sqrt{3}$
- D. $V = \sqrt{3}$

Câu 4. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn và cách nhau một khoảng bằng 4 (m). Phần còn lại của khuôn viên dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như Hình 3.5, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150 000 đồng/m² và 100 000 đồng/m².

Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

- a) Bán kính của nửa đường tròn là $R = 4$ (m).
- b) Diện tích của khuôn viên hình tròn được xác định bởi

$$S = \int_{-2}^2 \sqrt{20 - x^2} dx.$$



Hình 3.5

c) Gọi S_1 là diện tích phần trồng hoa, khi đó $S_1 \approx 11,94 \text{ m}^2$.

d) Số tiền cần dùng để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên là 3 738 593 đồng.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7-4x^3 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$.

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x=0, x=3, y=0$.

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. A

Câu 2. B

Câu 3. B

Câu 4: a) S

b) S

c) Đ

d) Đ

a) Chọn hệ trục Oxy như Hình 3.6, ta có bán kính của đường tròn là $R = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$, suy ra mệnh đề **sai**.

b) Phương trình của nửa đường tròn (C) là: $x^2 + y^2 = 20, y \geq 0 \Rightarrow y = \sqrt{20 - x^2}$.

Do đó $S = \int_{-2\sqrt{5}}^{2\sqrt{5}} \sqrt{20 - x^2} dx$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) Parabol (P) có đỉnh $O(0;0)$ và đi qua điểm $(2;4)$ nên có phương trình: $y = x^2$.

Ta có :

$$S_1 = \int_{-2}^2 [\sqrt{20 - x^2} - x^2] dx \approx 11,94 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Gọi S_2 là diện tích phần không tô màu.

Khi đó:

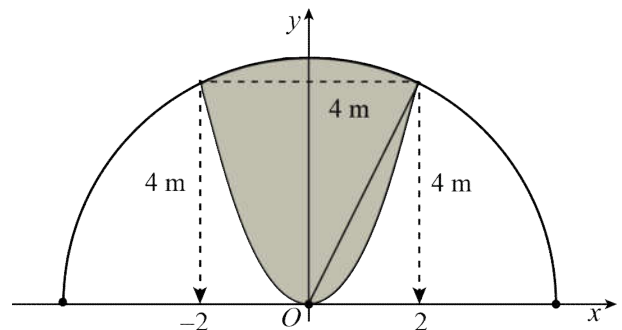
$$S_2 = \frac{1}{2} \pi \cdot (2\sqrt{5})^2 - S_1 \approx 10\pi - 11,94 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Số tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó là:

$150000 \cdot 11,94 + 100000 \cdot (10\pi - 11,94) \approx 3\,738\,593$ (đồng), suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 5: Diện tích hình phẳng cần tính bằng:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 (7 - 4x^3) dx + \int_1^2 (4 - x^2) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx = (7x - x^4) \Big|_0^1 + \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 + \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^3 \\ &= 6 + 4 - \frac{7}{3} - 3 - \frac{8}{3} + 8 = 10. \end{aligned}$$



Hình 3.6

CHƯƠNG V. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 12 bộ “*Kết nối tri thức với cuộc sống*”)

BÀI 14. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

(Thời gian thực hiện: 5 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được phương trình tổng quát của mặt phẳng.
- Thiết lập được phương trình tổng quát của mặt phẳng trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ theo một trong ba cách cơ bản: qua một điểm và biết vectơ pháp tuyến; qua một điểm và biết cặp vectơ chỉ phương (suy ra vectơ pháp tuyến nhờ vào việc tìm vectơ vuông góc với cặp vectơ chỉ phương); qua ba điểm không thẳng hàng.
- Thiết lập được điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc với nhau.
- Tính được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng bằng phương pháp toạ độ.
- Vận dụng được kiến thức về phương trình mặt phẳng để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực

Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học thông qua các bài toán thực tiễn có gắn vào toạ độ $Oxyz$ để viết phương trình mặt phẳng, các bài toán tính khoảng cách, nhận biết hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc.

3. Phẩm chất

Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **GV:** Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), bảng phụ, bút lông, các hình ảnh, đồ dùng dạy học minh hoạ cho phương trình mặt phẳng.
2. **HS:** Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. VECTƠ PHÁP TUYẾN VÀ CẶP VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA MẶT PHẪNG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (2 phút)

- a) **Mục tiêu:** Giúp HS có hứng thú học tập và gọi động cơ với nội dung bài học.
- b) **Nội dung:** Tìm hiểu bài toán tình huống **Mở đầu**, trang 29, SGK.
- c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS.
- d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu bài toán tình huống **Mở đầu**, trang 29, SGK.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc và suy nghĩ bài toán, chọn lọc thông tin và tìm câu trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung các kiến thức còn thiếu sót.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS và bổ sung các kiến thức còn thiếu sót.
- GV: Để biết được vật thể có chuyển động trong một mặt phẳng cố định hay không, chúng ta hãy đi tìm hiểu bài học này về phương trình mặt phẳng.

Hoạt động 2: Hình thành khái niệm vector pháp tuyến của mặt phẳng (3 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm vector pháp tuyến của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** HĐ1, trang 29, SGK.

c) **Sản phẩm:** Vector $\vec{n}$ có phương thẳng đứng, vuông góc với mặt bàn.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc theo cá nhân. Yêu cầu HS thực hiện các yêu cầu trong **HĐ1**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

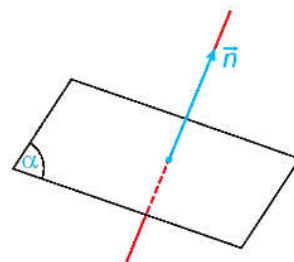
HS đọc yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời. GV quan sát, giúp đỡ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đứng tại chỗ trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét và bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn hoá kiến thức.
- GV: Vector $\vec{n}$ có phương vuông góc với mặt bàn như trên được gọi là vector pháp tuyến của mặt bàn (mặt phẳng nằm ngang). Từ đó rút ra định nghĩa vector pháp tuyến của mặt phẳng.
Vector $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với mặt phẳng (α).



Hình 5.1

Hoạt động 3: Củng cố khái niệm vector pháp tuyến của mặt phẳng (7 phút)

a) **Mục tiêu:**

- Nắm vững khái niệm vector pháp tuyến của mặt phẳng.
- Rèn cho HS kỹ năng xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Chú ý, Ví dụ 1, Luyện tập 1, trang 30, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- HS trả lời các câu hỏi:

+ Có duy nhất một mặt phẳng.

+ Một mặt phẳng có vô số vector pháp tuyến. Các vector này cùng phương với nhau.

- **Ví dụ 1 (H.5.2):** Vì các đường thẳng AA' , BB' vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên $\overrightarrow{AA'}$, $2\overrightarrow{BB'}$ đều là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.

Đường thẳng BD vuông góc với hai đường thẳng AC và AA' nên vuông góc với mặt phẳng $(ACC'A')$. Vậy $\overrightarrow{BD}$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(ACC'A')$.

Đường thẳng $A'C'$ không vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên $\overrightarrow{A'C'}$ không phải là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.

Vậy các khẳng định a) và b) là đúng, khẳng định c) là sai.

- **Luyện tập 1:** Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; -2)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 3: Giải **Ví dụ 1**. + Nhóm 2, 4: Giải **Luyện tập 1**.

- *Yêu cầu:*

+ GV lần lượt đặt các câu hỏi cho HS để rút ra nội dung phần **Chú ý**:

- Cho một vector và một điểm cố định, có bao nhiêu mặt phẳng đi qua điểm đó và nhận vector đó làm một vector pháp tuyến?
- Với một mặt phẳng, ta vẽ được bao nhiêu vector pháp tuyến? Các vector pháp tuyến này liên hệ như thế nào với nhau?

+ Các nhóm HS nghiên cứu **Ví dụ 1**, **Luyện tập 1** theo phân công của GV; hoàn thành thông tin trên bảng phụ, sau đó cử đại diện lên bảng trình bày kết quả mỗi nhóm.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS suy nghĩ theo các yêu cầu của câu hỏi, chọn lọc thông tin và trả lời. Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

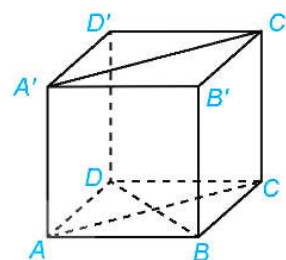
Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

- Từ các câu trả lời của HS, GV rút ra **Chú ý**.

- *Củng cố:* Để tìm vector pháp tuyến của một mặt phẳng cho trước, ta tìm vector có giá vuông góc với mặt phẳng đó.

Hoạt động 4: Tìm một vector vuông góc với hai vector cho trước (5 phút)



Hình 5.2

a) **Mục tiêu:** Giúp HS nhận biết được khái niệm tích có hướng của hai vector.

b) **Nội dung:** HĐ2, trang 30, SGK.

c) **Sản phẩm:** - Ta có $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0, \vec{n} \cdot \vec{v} = 0$ nên $\vec{u}, \vec{v}$ vuông góc với vector $\vec{n}$.
- $\vec{n} = \vec{0}$ khi và chỉ khi $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu HĐ2 và hoàn thành nội dung trên giấy nháp.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

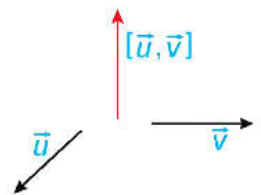
Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá HĐ của HS, nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Vector $\vec{n}$ trong HĐ2 được gọi là tích có hướng của hai vector $\vec{u}, \vec{v}$. Từ đó ta có khái niệm tích có hướng của hai vector:

Trong không gian Oxyz, cho hai vector $\vec{u} = (a; b; c)$ và $\vec{v} = (a'; b'; c')$. Khi đó, vector $\vec{n} = (bc' - b'c; ca' - c'a; ab' - a'b)$ vuông góc với cả hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$, được gọi là tích có hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$, kí hiệu là $[\vec{u}, \vec{v}]$.



Hình 5.3

- GV phân tích cho HS nội dung trong phần **Chú ý**:

- $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ cùng phương.
- Với bốn số x, y, x', y' , ta kí hiệu $\begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$. Khi đó, tích có hướng của $\vec{u} = (a; b; c)$ và $\vec{v} = (a'; b'; c')$ là: $[\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} b & c \\ b' & c' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} c & a \\ c' & a' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} \right)$.

Hoạt động 5: Củng cố khái niệm tích có hướng của hai vector (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành tính tích có hướng của hai vector.

b) **Nội dung:** Ví dụ 2, Luyện tập 2, trang 31, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- Lời giải Ví dụ 2: Ta có $[\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \right) = (8; 4; 7)$.

- Lời giải **Luyện tập 2**: Vì $\vec{v} = 2\vec{u}$ nên $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương, do đó $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 3: Nghiên cứu **Ví dụ 2**.
+ Nhóm 2, 4: Nghiên cứu **Luyện tập 2**.
- *Yêu cầu*: Các nhóm nghiên cứu **Ví dụ 2**, **Luyện tập 2** theo phân công, hoàn thành nội dung trên bảng phụ, sau đó lần lượt lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày kết quả, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS; nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố*:
+ Để tính tích có hướng của hai vector $\vec{u} = (a; b; c)$ và $\vec{v} = (a'; b'; c')$, ta áp dụng công thức:

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \begin{pmatrix} b & c \\ b' & c' \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c & a \\ c' & a' \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ a' & b' \end{pmatrix}.$$

- + Nếu hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương thì $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$.

Hoạt động 6: Hình thành khái niệm cặp vector chỉ phương (5 phút)

a) **Mục tiêu**: Nhận biết được cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

b) **Nội dung**: **HĐ3**, trang 31, SGK.

- c) **Sản phẩm**: + Vector $[\vec{u}, \vec{v}]$ khác vectơ-không và có giá vuông góc với hai vector $\vec{u}, \vec{v}$.
+ Mặt phẳng (P) nhận $[\vec{u}, \vec{v}]$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu*: HS nghiên cứu **HĐ3**, chọn lọc thông tin và trả lời.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

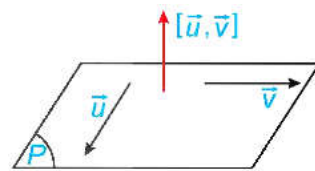
HS thực hiện theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời. GV quan sát, gợi ý HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức.
- GV: Hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ trong **HĐ3** được gọi là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) . Từ đó GV rút ra khái niệm cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng:
 - Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ được gọi là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) nếu chúng không cùng phương và có giá nằm trong hoặc song song với mặt phẳng (P) .
 - Nếu $\vec{u}, \vec{v}$ là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) thì $[\vec{u}, \vec{v}]$ là một vectơ pháp tuyến (P) .



Hình 5.4

Hoạt động 7: Củng cố khái niệm cặp vectơ chỉ phương (5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS củng cố kỹ năng tính tích có hướng của hai vectơ, từ đó xác định vectơ pháp tuyến của một mặt phẳng.

b) Nội dung: Ví dụ 3, Luyện tập 3, trang 31, SGK.

c) Sản phẩm:

• **Ví dụ 3:** Ta có $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \right) = (-2; -4; -1) \neq \vec{0}$. Do đó $\vec{u}, \vec{v}$ là cặp vectơ chỉ phương và $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

• **Luyện tập 3:** Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 5; 1)$.

Suy ra $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (8; 6; -6)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 3: **Ví dụ 3**. + Nhóm 2, 4: **Luyện tập 3**.
- **Yêu cầu:** Các nhóm nghiên cứu **Ví dụ 3, Luyện tập 3** theo phân công, hoàn thành nội dung trên bảng phụ, sau đó lần lượt lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ, sau đó trình bày kết quả.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS; nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 8: Vận dụng (5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS thấy được ý nghĩa của tích có hướng trong thực tiễn.

b) Nội dung: Vận dụng 1, trang 31, SGK.

c) **Sản phẩm:** Ta có $\vec{M} = [\vec{OP}, \vec{F}] = (cy - bz; az - cx; bx - ay)$.

Nếu $\vec{OP'} = 2\vec{OP} = (2x; 2y; 2z)$ thì $\vec{M'} = [\vec{OP'}, \vec{F}] = 2\vec{M}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Vận dụng 1**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp và lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp. GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày kết quả, HS khác theo dõi, nhận xét và bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

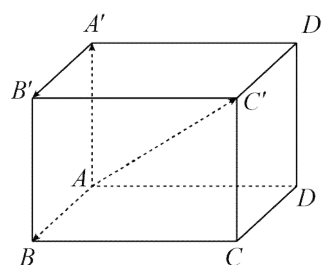
GV đánh giá quá trình HĐ của HS; nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.

* **Củng cố (5 phút)**

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có hình vẽ như Hình 5.5. Trong các vector dưới đây, vector nào là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$?

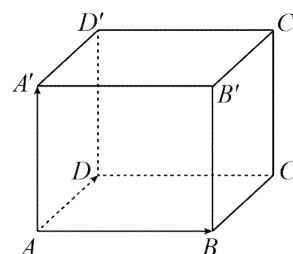
- A. $\vec{A'B'}$ B. $\vec{AB}$
D. $\vec{AC'}$ C. $\vec{AA'}$



Hình 5.5

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có hình vẽ như Hình 5.6. Phát biểu nào dưới đây là **sai**?

- A. $2\vec{CC'}$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.
B. $\vec{AB}, \vec{AD}$ là một cặp vector chỉ phương của mặt phẳng $(ABCD)$.
C. $\vec{AA'}$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.
D. $\vec{AB}, \vec{D'C'}$ là một cặp vector chỉ phương của mặt phẳng $(ABCD)$.

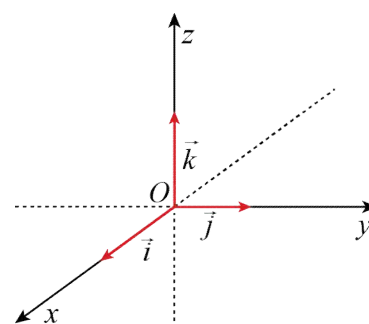


Hình 5.6

Câu 3. Cho hệ toạ độ $Oxyz$ như Hình 5.7, một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) có toạ độ:

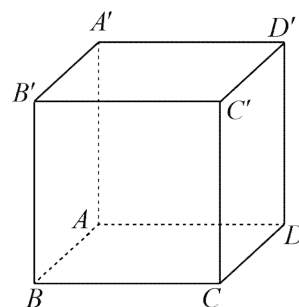
- A. $(1;0;0)$ B. $(0;1;0)$
C. $(0;0;1)$ D. $(1;1;1)$

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như Hình 5.8. Xét tính đúng sai của mỗi khẳng định dưới đây.



Hình 5.7

- a) $\overrightarrow{CC'}$ có giá nằm trong mặt phẳng $(CDD'C')$.
b) $\overrightarrow{AB}$ có giá song song với mặt phẳng $(CDD'C')$.
c) $\overrightarrow{CC'}$, $\overrightarrow{DD'}$ là cặp vector chỉ phương của mặt phẳng $(CDD'C')$.
d) $\vec{n} = [\overrightarrow{CC'}, \overrightarrow{AB}]$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(CDD'C')$.



Hình 5.8

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a ; $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Giá trị của a bằng bao nhiêu để $\overrightarrow{SA}$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) và $SA = 6$? (viết kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. C

Câu 2. D

Câu 3. A

Câu 4. a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

Câu 5: 7,35

* Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)

- Nắm vững các kiến thức đã học: Vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.
- Tìm hiểu trước: **Mục 2, Mục 3**, trang 32, 33, SGK.

TIẾT 2. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẪNG

Hoạt động 1: Hình thành khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng (7 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS khám phá được khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng.

b) Nội dung: **HĐ4**, trang 32, SGK.

c) Sản phẩm:

- Vector $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là vector pháp tuyến của mặt phẳng nếu giá của vector đó vuông góc với mặt phẳng.
- Hai vector $\overrightarrow{M_0M}$, $\vec{n}$ vuông góc với nhau. Ta có $\overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{n} = 0$ hay $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Hai vector $\overrightarrow{M_0M}$, $\vec{n}$ vuông góc với nhau nên $\overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{n} = 0$, khi đó

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (1).$$

Vậy điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt phẳng (α) khi và chỉ khi toạ độ của nó thoả mãn hệ thức (1).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- **Yêu cầu:**
 - + HS nhắc lại khái niệm vector pháp tuyến của một mặt phẳng.
 - + HS nghiên cứu **HĐ4**, hoàn thành thông tin trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trả lời câu hỏi của GV. HS trao đổi theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét và bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS và bổ sung.
- GV: Hệ thức (1) là phương trình tổng quát của mặt phẳng $\rightarrow$ Khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng:

Trong không gian $Oxyz$, mỗi mặt phẳng đều có phương trình dạng $Ax + By + Cz + D = 0$, trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0, được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng đó.

- GV lưu ý cho HS nội dung mục **Chú ý**.

Hoạt động 2: Củng cố khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng (15 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết phương trình tổng quát của mặt phẳng; hình thành cho HS kỹ năng xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng khi biết phương trình mặt phẳng, xét vị trí tương đối của một điểm và mặt phẳng.

b) Nội dung: Ví dụ 4, Luyện tập 4, Ví dụ 5, Luyện tập 5, trang 32, 33, SGK.

c) Sản phẩm:

- **Ví dụ 4:** Phương trình mặt phẳng là phương trình bậc nhất ba ẩn. Phương trình mặt phẳng là phương trình ở câu c).
- **Luyện tập 4:** Phương trình mặt phẳng là phương trình bậc nhất ba ẩn. Phương trình mặt phẳng là phương trình ở câu b).

• Ví dụ 5:

- + Một vector pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (1; 2; -1)$.
- + Dễ thấy $\vec{m} = 2\vec{n}$ nên $\vec{m}, \vec{n}$ cùng phương, do đó $\vec{m}$ cũng là một vector pháp tuyến của (α) .
- + Ta có: $1 + 2 \cdot 3 - 2 + 1 \neq 0 \Rightarrow A \notin (\alpha)$; $1 + 2 \cdot 1 - 4 + 1 = 0 \Rightarrow B \in (\alpha)$.

• Luyện tập 5:

- + Ta có $-2 + 2 = 0 \Rightarrow A \in (\alpha)$.
- + Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1; 0; 0)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 3: Ví dụ 4, Ví dụ 5;
+ Nhóm 2, 4: Luyện tập 4, Luyện tập 5.
- **Yêu cầu:** Các nhóm nghiên cứu Ví dụ 4, Luyện tập 4, Ví dụ 5, Luyện tập 5 theo phân công, hoàn thành nội dung vào bảng phụ, sau đó lần lượt lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành thông tin trên bảng phụ, lần lượt lên trình bày.
- GV quan sát, giúp đỡ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$.
 - + Một vector pháp tuyến (α) là $\vec{n} = (A; B; C)$.
 - + Nếu $\vec{n}$ là một vector pháp tuyến của (α) thì $k\vec{n}$ (với $k \neq 0$) cũng là một vector pháp tuyến của (α) .
 - + $M(x_0; y_0; z_0) \in (\alpha) \Leftrightarrow Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$.

Hoạt động 3: Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết vector pháp tuyến (5 phút)

a) Mục tiêu: Hình thành cho HS cách viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết vector pháp tuyến.

b) Nội dung: HĐ5, trang 33, SGK.

c) Sản phẩm: Từ HĐ4, ta thấy điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt phẳng (α) khi và chỉ khi toạ độ của nó thoả mãn hệ thức $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

d) Tổ chức thực hiện**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu HĐ5, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, chọn lọc thông tin và trả lời.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện HĐ5 theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV giới thiệu cho HS cách viết phương trình mặt phẳng khi biết một điểm đi qua và một vector pháp tuyến của nó:

Trong không gian $Oxyz$, nếu mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ thì có phương trình là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + Cz + D = 0, \text{ với } D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0).$$

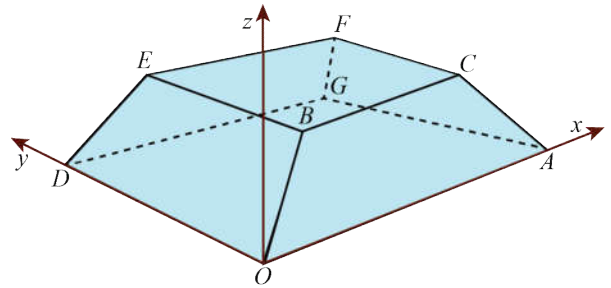
Câu 4. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\beta): x + 3y + z + 2 = 0$. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề dưới đây.

- a) Điểm có toạ độ $(-1; -1; -1)$ không thuộc (β) .
 b) Vector có toạ độ $(3; 1; 2)$ là một vector pháp tuyến của (β) .
 c) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(-1; -1; -1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 3; 1)$ là:

$$1(x+1) + 3(y+1) + 1(z+1) = 0.$$

- d) Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M(-1; -1; -1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 3; 1)$ là $x + y + z + 3 = 0$.

Câu 5. Hình bên minh hoạ hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Biết $A(70; 0; 0)$, $D(0; 40; 0)$, $B(2k; 4k; 3k)$ với $k > 0$ và mặt phẳng (CEF) có phương trình là $z = 35$. Giá trị của k bằng bao nhiêu để điểm B thuộc (CEF) ? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 5.9

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

- Câu 1.** C **Câu 2.** A **Câu 3.** A
Câu 4. a) Đ b) S c) Đ d) S **Câu 5.** 11,7

* Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)

- Nắm vững các kiến thức đã học: Khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng, lập phương trình mặt phẳng khi đi qua một điểm và biết một vector pháp tuyến.
- Làm **Bài tập 5.1**, trang 39, SGK.
- Tìm hiểu trước: Các nội dung còn lại của **Mục 3**, trang 33, SGK.

TIẾT 3. LẬP PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẪNG (tiếp theo)

Hoạt động 1: Lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương (5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS hình thành kỹ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương.

b) Nội dung: HĐ6, trang 33, SGK.

c) Sản phẩm:

- Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ thì có phương trình là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + Cz + D = 0, \text{ với } D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0).$$

- Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$.
- Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và biết vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:*
 - + HS nhắc lại cách viết phương trình tổng quát của một mặt phẳng đi qua điểm và biết một vector pháp tuyến.
 - + HS nghiên cứu **HD6**, hoàn thành thông tin trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nhắc lại cách viết phương trình mặt phẳng. HS trao đổi theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét và bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá kết quả HĐ của HS và bổ sung.
- GV: Từ **HD6**, các em hãy khái quát các bước viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương.
- GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong *Khung kiến thức*, trang 33, SGK:

Trong không gian $Oxyz$, bài toán viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và biết cặp vector chỉ phương $\vec{u}, \vec{v}$ có thể thực hiện theo các bước sau:

- Tìm vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$.
- Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua M và biết vector pháp tuyến $\vec{n}$.

Hoạt động 2: Củng cố kĩ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương (10 phút)

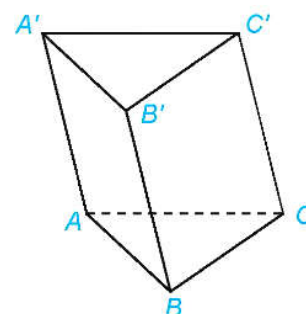
a) Mục tiêu: Giúp HS hình thành kĩ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương.

b) Nội dung: Ví dụ 7, Luyện tập 7, trang 33, 34, SGK.

c) Sản phẩm: Vector chỉ phương của mặt phẳng là vector có giá nằm trong hoặc song song với mặt phẳng đó.

• **Ví dụ 7:** Mặt phẳng $(A'B'C')$ nhận $\overrightarrow{AB} = (3; 1; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 1; -1)$ làm cặp vector chỉ phương nên có một vector pháp tuyến là:

$$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; 5; 2).$$



Hình 5.10

Mặt phẳng $(A'B'C')$ đi qua $A'(1;1;1)$ và nhận $\vec{n} = (-3;5;2)$ làm một vector pháp tuyến nên có phương trình: $-3(x-1) + 5(y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 5y - 2z + 4 = 0$.

• **Luyện tập 7:** Trục Oy có một vector chỉ phương là $\vec{j} = (0;1;0)$ và đường thẳng BC có vector chỉ phương là $\overrightarrow{BC} = (-2;2;-1)$.

Mặt phẳng song song với Oy và BC có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{j}, \overrightarrow{BC}] = (-1;0;2)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $-1(x-1) + 0(y+2) + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - 2z - 3 = 0$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 3: **Ví dụ 7.** + Nhóm 2, 4: **Luyện tập 7.**
- *Yêu cầu:*
 - + Nhắc lại khái niệm vector chỉ phương của mặt phẳng.
 - + Trong trường hợp này, vector nào sẽ là vector chỉ phương của mặt phẳng $(A'B'C')$?
 - + Các nhóm HS nghiên cứu **Ví dụ 7, Luyện tập 7** theo phân công; hoàn thành nội dung trên bảng phụ, sau đó cử đại diện lần lượt lên bảng trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS lần lượt trả lời các câu hỏi của GV.
- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ, sau đó lần lượt lên trình bày.
- GV quan sát, giúp đỡ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* HS cần nắm vững các bước viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương trong *Khung kiến thức*, trang 33, SGK.

Hoạt động 3: Lập phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng (7 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành kỹ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

b) **Nội dung:** HĐ7, trang 34, SGK.

c) Sản phẩm:

- Cặp vector chỉ phương của mặt phẳng là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
- Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A và biết vector pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **HĐ7**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, chọn lọc thông tin và trả lời.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện **HD7** theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Từ **HD7**, các em hãy khái quát các bước viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong *Khung kiến thức*, trang 34, SGK:
Trong không gian $Oxyz$, bài toán viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C có thể thực hiện theo các bước sau:
 - Tìm cặp vector chỉ phương $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
 - Tìm vector pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$.
 - Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua A và biết vector pháp tuyến $\vec{n}$.

Hoạt động 4: Củng cố kỹ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Củng cố cho HS kỹ năng viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

b) **Nội dung:** Ví dụ 8, Luyện tập 8, trang 34, 35, SGK.

c) **Sản phẩm:**

• Ví dụ 8:

- + Hai vector $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 0; 5)$ không cùng phương nên ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
- + Mặt phẳng (ABC) có cặp vector chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 0; 5)$ nên có một vector pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (5; -3; -1)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(2; 1; -1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (5; -3; -1)$ nên có phương trình:

$$5(x - 2) - 3(y - 1) - 1(z + 1) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y - z - 8 = 0.$$

• **Luyện tập 8:** Vì toạ độ của ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ đều thoả mãn phương trình

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \text{ nên phương trình mặt phẳng } (ABC) \text{ là } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 3: **Ví dụ 8.** + Nhóm 2, 4: **Luyện tập 8.**
- **Yêu cầu:** Các nhóm nghiên cứu **Ví dụ 8, Luyện tập 8**, hoàn thành nội dung trên bảng phụ, sau đó lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ, sau đó trình bày kết quả.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá HĐ của HS, nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:*
 - + HS cần nắm vững các bước viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
 - + HS cần nắm vững kết quả của **Luyện tập 8** để còn sử dụng trong việc giải toán sau này.

Hoạt động 5: Vận dụng (7 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS vận dụng được phương trình mặt phẳng để giải quyết được tình huống mở đầu.

b) Nội dung: Vận dụng 2, trang 35, SGK.

c) Sản phẩm: Ta có $M_1(1;1;1)$, $M_2(-1;1;0)$, $M_3(-1;-1;-1)$.

Mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$ là $x + y - 2z = 0$.

Vị trí điểm M luôn thuộc mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$. Vậy vị trí điểm M luôn thuộc mặt phẳng cố định.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Vận dụng 2**, hoàn thành nội dung vào giấy nháp, sau đó lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét và bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá HĐ của HS, nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.

*** Củng cố (5 phút)****BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ**

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;2;0)$, $P(0;0;3)$ là:

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$

C. $6x + 3y + 2z + 6 = 0$

D. $3x + y + 2z - 6 = 0$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(4; 0; 1)$ và song song với giá của mỗi vector $\vec{u} = (1; 2; 1)$, $\vec{v} = (2; 1; 3)$ là:

- A. $5x - y - 3z - 17 = 0$ B. $4x + z - 17 = 0$
C. $x + 2y + z - 5 = 0$ D. $5x - y - 3z - 17 = 0$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1; -2; -1)$ đồng thời song song với trục Oy và đường thẳng BC với $B(4; 1; 2), C(2; 3; 1)$ là:

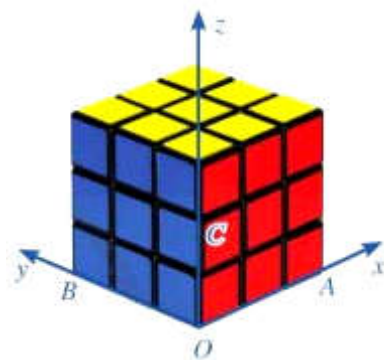
- A. $x - 2y - z + 3 = 0$
B. $y + 2 = 0$
C. $x - 2z - 3 = 0$
D. $2x - 2y + z - 5 = 0$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;1)$, $B(1;2;2)$, $C(4;1;0)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định dưới đây.

- a) $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(0;1;1)$.
- b) $\overrightarrow{AC}$ có tọa độ là $(3;0;-1)$.
- c) Mặt phẳng (ABC) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-1;-3;-3)$.
- d) Phương trình tổng quát của mặt phẳng (ABC) là $x + 3y + 3z - 7 = 0$.

Câu 5. Khối rubik được gắn với hệ tọa độ $Oxyz$ có đơn vị bằng độ dài cạnh hình lập phương nhỏ như hình bên. Xét ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;2)$. Giả sử phương trình của mặt phẳng (ABC) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ($a, b, c \neq 0$). Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị thì giá trị của $(a + 5b + 7c) : 3$ bằng bao nhiêu?

Đáp số:



Hình 5.11

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. B **Câu 2. A** **Câu 3. C**
Câu 4. a) Đ b) Đ c) S d) S
Câu 5. 11

Gợi ý: Mặt phẳng (ABC) có phương trình theo đoạn chắn là $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Theo giả thiết, phương trình của mặt phẳng (ABC) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ($a, b, c \neq 0$) nên $a = b = 3, c = 2$. Do đó $(a + 5b + 7c) : 3 = (3 + 15 + 14) : 3 = 10,66...7$.

Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị là 11.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)**

- Nắm vững các kiến thức đã học: Các bước lập phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và biết một vectơ chỉ phương; lập phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

- Làm **Bài tập 5.2**, trang 39, SGK.
- Tìm hiểu trước: Các nội dung còn lại của **Mục 4**, **Mục 5**, trang 35, 37, SGK.

TIẾT 4. ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC VÀ SONG SONG VỚI NHAU

Hoạt động 1: Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc (8 phút)

- a) **Mục tiêu:** HS khám phá được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.
- b) **Nội dung:** HĐ8, trang 35, SGK.
- c) **Sản phẩm:** Góc giữa hai mặt phẳng (α) , (β) bằng góc giữa hai giá của hai vector $\vec{n}$, $\vec{n}'$.

Hai mặt phẳng (α) , (β) vuông góc với nhau khi hai vector $\vec{n}$, $\vec{n}'$ vuông góc với nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **HĐ8**, hoàn thành thông tin trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét và bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

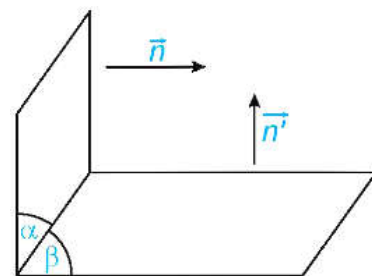
- GV nhận xét, đánh giá kết quả HĐ của HS và bổ sung.
- GV hỏi: Hai vector $\vec{n}$, $\vec{n}'$ vuông góc với nhau khi nào?
- HS: Hai vector $\vec{n}$, $\vec{n}'$ vuông góc với nhau khi $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0 \Leftrightarrow A \cdot A' + B \cdot B' + C \cdot C' = 0$.
- GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong *Khung kiến thức*, trang 36, SGK:

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng:

$$(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0, \quad (\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0,$$

với hai vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$, $\vec{n}' = (A'; B'; C')$ tương ứng. Khi đó: $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow \vec{n} \perp \vec{n}' \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$.

- GV hỏi: Vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) có giá như thế nào với mặt phẳng (β) ?
- HS: Vector pháp tuyến của (α) có giá song song hoặc nằm trong (β) .
- GV rút ra phần **Chú ý**, trang 36, SGK.



Hình 5.12

Hoạt động 2: Củng cố điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc (10 phút)

- a) **Mục tiêu:** Rèn luyện kỹ năng sử dụng điều kiện hai mặt phẳng vuông góc với nhau; cách viết

phương trình mặt phẳng, xác định được cặp vector chỉ phương của mặt phẳng bằng cách sử dụng điều kiện hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

b) Nội dung: Ví dụ 9, Ví dụ 10, trang 36, SGK.

c) Sản phẩm:

• **Ví dụ 9:** Hai mặt phẳng (α) , (β) có vector pháp tuyến tương ứng là $\vec{n} = (1; -3; 2)$, $\vec{n}' = (5; 1; -1)$.

Ta có $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 1 \cdot 5 + (-3) \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = 0$ nên $\vec{n} \perp \vec{n}'$. Do đó $(\alpha) \perp (\beta)$.

• **Ví dụ 10:** Mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; 3; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với (Q) nên có cặp vector chỉ phương là $\vec{AB} = (1; 2; 3)$ và $\vec{n}_Q = (1; 3; 1)$. Do đó (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_P = [\vec{AB}, \vec{n}_Q] = (-7; 2; 1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; 2; -2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}_P = (-7; 2; 1)$ nên có phương trình:

$$-7(x-1) + 2(y-2) + 1(z+2) = 0 \Leftrightarrow 7x - 2y - z - 5 = 0.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 3: **Ví dụ 9.** + Nhóm 2, 4: **Ví dụ 10.**
- *Yêu cầu:* Các nhóm thực hiện **Ví dụ 9, Ví dụ 10** theo phân công; hoàn thành thông tin trên bảng phụ, sau đó cử đại diện lần lượt lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ, sau đó lần lượt lên trình bày.
- GV quan sát, giúp đỡ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- HS cần nắm vững điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc *Khung kiến thức*, trang 36, SGK.

Bài toán. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) , hai điểm A, B . Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) .

Cách giải. Ta thực hiện các bước:

- + Tìm một vector pháp tuyến của (P) và tọa độ của $\vec{AB}$.
- + Tìm một vector pháp tuyến của (Q) : $\vec{n}_Q = [\vec{n}_P, \vec{AB}]$.
- + Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và có vector pháp tuyến $\vec{n}_Q$.

Hoạt động 3: Vận dụng (6 phút)

a) Mục tiêu: HS gán được hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong các tình huống thực tế, viết được phương trình mặt phẳng.

b) Nội dung: Vận dụng 3, trang 36, SGK.

c) Sản phẩm: Mặt phẳng chứa bức tường (Oxz) có phương trình là $y = 0$. Mặt phẳng chứa bức tường (Oyz) có phương trình là $x = 0$. Mặt phẳng chứa bức tường chứa điểm A và B có phương trình là $x = 2$.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-2; 2\sqrt{3} - 3; 0)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng chứa bức tường chứa điểm B , C là $[\overrightarrow{BC}, \vec{k}] = (2\sqrt{3} - 3; 2; 0)$.

Phương trình mặt phẳng chứa bức tường chứa B và C là $(2\sqrt{3} - 3)(x - 2) + 2(y - 3) = 0$.

Mặt phẳng (Oxz) vuông góc với mặt phẳng (Oyz).

Mặt phẳng (Oxz) vuông góc với mặt phẳng chứa bức tường có hai điểm A , B .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Vận dụng 3**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp, lên bảng trình bày.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 4: Điều kiện để hai mặt phẳng song song với nhau (7 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá được điều kiện để hai mặt phẳng song song.

b) Nội dung: HĐ9, trang 37, SGK.

c) Sản phẩm: Hai mặt phẳng (α) , (β) song song hoặc trùng nhau thì các vector pháp tuyến $\vec{n}$, $\vec{n}'$ cùng phương với nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **HĐ9**, hoàn thành thông tin trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét và bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

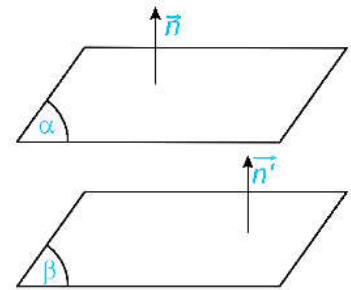
- GV nhận xét, đánh giá kết quả HĐ của HS và bổ sung.
- GV hỏi: Hai vector $\vec{n}, \vec{n'}$ cùng phương với nhau khi nào?
- HS: Hai vector $\vec{n}, \vec{n'}$ cùng phương với nhau khi tồn tại một số k sao cho $\vec{n} = k\vec{n'}$.
- GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong *Khung kiến thức*, trang 37, SGK:

Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng:

$$(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0, (\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0,$$

với hai vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$, $\vec{n'} = (A'; B'; C')$ tương ứng.

$$\text{Khi đó: } (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n'} = k\vec{n} \\ D' = kD \end{cases} \text{ với } k \text{ nào đó.}$$



Hình 5.13

- GV hỏi: Vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) có giá như thế nào với mặt phẳng (β) ?
- HS: Vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) có giá vuông góc với mặt phẳng (β) .
- GV rút ra phần **Chú ý**, trang 37, SGK.

Hoạt động 5: Củng cố điều kiện để hai mặt phẳng song song với nhau (5 phút)

a) **Mục tiêu:** HS nhận biết được hai mặt phẳng song song với nhau.

b) **Nội dung:** Ví dụ 11, trang 37, SGK.

c) **Sản phẩm:**

Hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có vector pháp tuyến tương ứng là $\vec{n}_\alpha = (3; -1; 1)$, $\vec{n}_\beta = (3\sqrt{2}; -\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

Do $\vec{n}_\beta = \sqrt{2}\vec{n}_\alpha$ và $1 \neq \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ nên $(\alpha) // (\beta)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS thực hiện theo cá nhân.
- **Yêu cầu:** HS nghiên cứu **Ví dụ 11**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện **Ví dụ 11** theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, rồi cử đại diện lên bảng trình bày kết quả.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- * Cùng cố (6 phút)**

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)**

- Nắm vững các kiến thức đã học: Các bước lập phương trình mặt phẳng khi đi qua một điểm và biết một vector chỉ phương; lập phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- Làm **Bài tập 5.3, 5.4**, trang 39, SGK.
- Tìm hiểu trước: Các nội dung còn lại của **Mục 4, Mục 5**, trang 35, 37, SGK.

TIẾT 5. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG

Hoạt động 1: Luyện tập (6 phút)

a) Mục tiêu: HS nhận biết được hai mặt phẳng song song với nhau, sử dụng được điều kiện hai mặt phẳng song song với nhau để viết phương trình mặt phẳng.

b) Nội dung: **Luyện tập 10**, trang 37, SGK.

c) Sản phẩm:

- Ta có hai mặt phẳng (α) , (β) không song song với nhau, vì $\vec{n}_\alpha = (5; 2; -4)$, $\vec{n}_\beta = (10; 4; -2)$ không cùng phương.
- Vì $5 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) - 4 \cdot 5 + 6 = -15 \neq 0$ và $10 \cdot 1 + 4 \cdot (-3) - 2 \cdot 5 + 12 = 0$ nên điểm M không thuộc mặt phẳng (α) nhưng thuộc mặt phẳng (β) .
- Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}_\alpha = (5; 2; -4)$ làm vector pháp tuyến nên phương trình mặt phẳng (P) là:

$$5(x-1) + 2(y+3) - 4(z-5) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - 4z + 21 = 0.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV nhắc lại điều kiện để hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc với nhau.
- HS thực hiện **Luyện tập 10** theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Luyện tập 10**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó lên bảng trình bày.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nhắc lại điều kiện để hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc với nhau.
- HS trao đổi theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và lên bảng trình bày.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét và bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá kết quả HĐ của HS và bổ sung.
- HS cần nắm vững điều kiện để hai mặt phẳng song song (*Khung kiến thức*, trang 37, SGK).

Bài toán. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) và điểm M không thuộc (P) . Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi M và song song với (P) .

Cách giải: Ta có thể tìm lời giải theo một trong hai hướng sau:

- + Tìm vector pháp tuyến $\vec{n}$ của (P) . Vì $(P) \parallel (Q)$ nên $\vec{n}$ cũng là vector pháp tuyến $\vec{n}$ của (Q) .
Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua M và có vector pháp tuyến $\vec{n}$.
- + Giả sử (P) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$. Vì $(P) \parallel (Q)$ nên phương trình của (Q) có dạng $Ax + By + Cz + D' = 0$ (với $D' \neq D$). Thay toạ độ của M vào phương trình của (Q) ta tìm được D' .

Hoạt động 2: Vận dụng (6 phút)

a) **Mục tiêu:** HS thấy được ý nghĩa của phương trình mặt phẳng, hai mặt phẳng song song trong thực tế.

b) **Nội dung:** Vận dụng 4, trang 37, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- Mỗi thí sinh có điểm thi Toán, Văn, Tiếng Anh tương ứng là x, y, z thì $x + y + z = 27$ hay $x + y + z - 27 = 0$. Do đó, các điểm biểu diễn các thí sinh có tổng điểm bằng 27 đều cùng thuộc mặt phẳng có phương trình $x + y + z - 27 = 0$.
- Các mặt phẳng song song với nhau vì các mặt phẳng đó đều có vector pháp tuyến là $(1;1;1)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Vận dụng 4**, hoàn thành nội dung vào giấy nháp, sau đó lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi theo yêu cầu. GV quan sát, giúp đỡ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 3: Thiết lập công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng (7 phút)

a) **Mục tiêu:** HS thiết lập được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

b) **Nội dung:** HĐ10, trang 38, SGK.

c) **Sản phẩm:** Vì $\overrightarrow{MN}, \vec{n}$ là hai vector cùng phương nên tồn tại k để $\overrightarrow{MN} = k\vec{n}$.

Khi đó $N(kA + x_0; kB + y_0; kC + z_0)$. Ta tính được $k = \frac{-Ax_0 - By_0 - Cz_0 - D}{A^2 + B^2 + C^2}$.

Ta có $|\overrightarrow{MN}| = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$. Khi đó $d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **HD10**, hoàn thành nội dung vào giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời. GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Từ **HD10**, ta có công thức tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P):

Trong không gian Oxyz, khoảng cách từ điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (P): $Ax + By + Cz + D = 0$ là:

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Hoạt động 4: Củng cố công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng (4 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành cho HS cách tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Ví dụ 12, trang 38, SGK.

c) **Sản phẩm:** Khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -1)$ đến mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 5 = 0$ là:

$$d(M, (P)) = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) + 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 4.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Ví dụ 12**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó một vài HS đại diện lên bảng trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện **Ví dụ 12** theo yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét và bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* HS cần nắm vững công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng trong *Khung kiến thức*, trang 38, SGK.

Hoạt động 5: Luyện tập (7 phút)

a) **Mục tiêu:** HS nhận biết được hai mặt phẳng song song với nhau, tính được khoảng cách từ một

điểm đến mặt phẳng, từ đó suy ra khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

b) Nội dung: Luyện tập 11, trang 39, SGK.

c) Sản phẩm: Một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 3; 1)$, vector này cũng là một vector pháp tuyến của (Q) . Mặt khác có $A(0; -1; 1)$ thuộc (P) nhưng không thuộc (Q) , do đó $(P) // (Q)$.

Khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng khoảng cách giữa điểm A và (Q) , do vậy khoảng cách cần tìm bằng: $\frac{|0 - 3 + 1 + 5|}{\sqrt{1 + 9 + 1}} = \frac{3}{\sqrt{11}} = \frac{3\sqrt{11}}{11}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS thực hiện theo nhóm đôi (2HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Luyện tập 11**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó một vài nhóm cử đại diện lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện **Luyện tập 11** theo yêu cầu. GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá HĐ của HS, nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Cho $(P) // (Q) \Rightarrow d((P), (Q)) = d(M, (Q)), \forall M \in (P)$.

Hoạt động 6: Vận dụng (7 phút)

a) Mục tiêu: HS vận dụng được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng để giải quyết các tình huống thực tế.

b) Nội dung: Vận dụng 5, trang 39, SGK.

c) Sản phẩm: Khoảng cách từ điểm $C(1; 2; 4)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$ là:

$$d(C, (P)) = \frac{|1 + 4 + 8 + 3|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{16}{3}.$$

Gọi H là chân đường cao kẻ từ C đến (P) . Khi đó, bán kính hình tròn là:

$$R = HA = CH \cdot \tan \widehat{ACH} = \frac{16}{3} \cdot \tan \frac{115^\circ}{2} \approx 8,4.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Vận dụng 5**, hoàn thành nội dung vào giấy nháp, sau đó lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thực hiện **Vận dụng 5** theo yêu cầu. GV quan sát, giúp đỡ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

* Củng cố (5 phút)

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Khoảng cách từ điểm $M(1; 2; 3)$ đến mặt phẳng (Oyz) bằng:

- A. 0 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 2. Khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ bằng:

- A. $\frac{5}{9}$ B. $\frac{5}{29}$ C. $\frac{5\sqrt{29}}{29}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 3; 4)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y + z - 17 = 0$. Giả sử $M(0; 0; c) \in Oz$ là điểm cách đều điểm A và (α) . Giá trị c bằng:

- A. -3 B. 3 C. 4 D. 2

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng:

$$(P): x + 2y + 2z + 2 = 0 \text{ và } (Q): x + 2y + 2z + 11 = 0.$$

Xét tính đúng sai của mỗi khẳng định dưới đây.

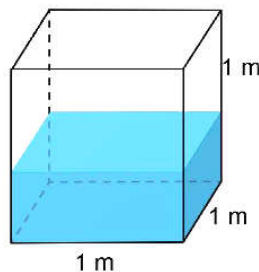
a) Vector có toạ độ $(1; 2; 2)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

b) Vector có toạ độ $(2; 2; 11)$ là một vector pháp tuyến của (Q) .

c) Ta có $(P) // (Q)$.

d) Khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng $\sqrt{3}$.

Câu 5. Trong một bể hình lập phương cạnh 1 m có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm A, B, C đến đáy bể tương ứng là 40 cm, 44 cm, 48 cm. Khoảng cách từ điểm D đến đáy bể bằng bao nhiêu mét? (Viết kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Hình 5.15

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. D

Câu 2. C

Câu 3. B

Câu 4. a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

Câu 5. 0,44.

Gợi ý: Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho mặt phẳng (Oxy) chứa đáy bể, O là chân đường vuông góc kẻ từ B xuống đáy bể, tia Ox chứa chân đường vuông góc kẻ từ A xuống đáy bể, tia Oy chứa chân đường vuông góc kẻ từ C xuống đáy bể, tia Oz chứa điểm B , đơn vị trên các trục là mét.

Ta có: $A(1; 0; 0,4)$, $B(0; 0; 0,44)$, $C(0; 1; 0,48)$.

Vì $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ nên ta tính được $D(1; 1; 0,44)$. Do đó khoảng cách từ D đến đáy bể là $0,44$ m.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)**

- Nắm vững các kiến thức trọng tâm đã học: Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.
- Làm **Bài tập 5.5, 5.6, 5.7**, trang 39, SGK.
- Tìm hiểu trước: Xem lại toàn bộ nội dung, kiến thức trọng tâm đã học của **Bài 14**, chuẩn bị trước các bài tập trang 39, 40, SGK để tiết tiếp theo sẽ sửa bài tập.

BÀI 15. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

(Thời gian thực hiện: 5 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được vector chỉ phương, phương trình tham số, phương trình chính tắc của một đường thẳng trong không gian.
- Viết được phương trình đường thẳng đi qua một điểm và biết vector chỉ phương.
- Viết được phương trình đường thẳng đi qua hai điểm.
- Nhận biết được vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.
- Vận dụng được kiến thức về phương trình đường thẳng, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng vào một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực

- *Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học):*
 - + HS thực hiện được các thao tác tư duy như: phân tích, tổng hợp, quy nạp, diễn dịch.
 - + HS sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề.
 - + HS nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề. Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện toán học.
- *Năng lực giải quyết vấn đề toán học (xuyên suốt bài học):*
 - + HS biết tiếp cận hệ thống câu hỏi và bài tập để đưa ra những giải pháp xử lý tình huống.
 - + HS nhận biết được vector chỉ phương, phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng trong không gian; viết được phương trình đường thẳng đi qua một điểm và biết vector chỉ phương, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm; nhận biết được vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.
- *Năng lực mô hình hoá toán học (các bài tập vận dụng trong bài học):*

- + HS vận dụng được kiến thức về phương trình đường thẳng, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.
- + Thông qua việc sử dụng các kiến thức về phương trình đường thẳng, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng để thực hiện **Vận dụng 1, Vận dụng 2 và Vận dụng 3**.
- *Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học):*
 - + HS trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác.
 - + Sử dụng được một cách hợp lý ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để biểu đạt cách suy nghĩ, lập luận, chứng minh các khẳng định toán học.
- *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học:*
 - + Sử dụng máy tính cầm tay, thước kẻ, ê ke, hoặc phần mềm vẽ hình GeoGebra.
 - + Sử dụng được phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về Một nút giao thông khác mức ở Thành phố Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh.

3. Phẩm chất

- *Trách nhiệm* trong thực hiện nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- *Chăm chỉ* biểu hiện qua việc có ý thức tìm tòi, khám phá, vận dụng kiến thức về phương trình đường thẳng, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian vào thực tiễn.
- *Trung thực* HS thật thà ngay thẳng trong học tập.
- *Yêu nước* thông qua việc HS tìm hiểu về Một nút giao thông khác mức ở Thành phố Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **GV:** Máy vi tính, máy chiếu (máy chiếu vật thể nếu có) các hình ảnh minh họa cho phương trình đường thẳng trong không gian.
2. **HS:** Đồ dùng học tập: máy tính cầm tay, thước kẻ, ê ke; tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. TỪ ĐẦU ĐẾN HẾT LUYỆN TẬP 5

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) Mục tiêu:

Khơi gợi động cơ, dẫn dắt đến nhu cầu sử dụng phương trình đường thẳng trong không gian.

b) Nội dung: Tìm hiểu phương trình đường thẳng trong không gian.

c) Sản phẩm: HS ghi nhận: Tấm bìa có che khuất tầm nhìn của người quan sát đối với vật đặt ở điểm N .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành nội dung sau.
- GV (*sử dụng máy chiếu để chiếu nội dung lên bảng*): Trong không gian $Oxyz$, mắt một người

quan sát ở điểm $M(2;3;-4)$ và vật cần quan sát đặt tại điểm $N(-1;0;8)$. Một tấm bìa chắn đường truyền của ánh sáng có dạng hình tròn với tâm $O(0;0;0)$, bán kính bằng 3 và đặt trong mặt phẳng Oxy . Hỏi tấm bìa có che khuất tầm nhìn của người quan sát đối với vật đặt ở điểm N hay không?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả học tập của HS.
- GV kết luận: Sau khi học xong bài này, ta giải quyết được yêu cầu trên: Tấm bìa có che khuất tầm nhìn của người quan sát đối với vật đặt ở điểm N .
- Trên cơ sở đó GV dẫn dắt HS vào bài học mới.

Hoạt động 2: Phương trình đường thẳng (40 phút)

Hoạt động 2.1: Vector chỉ phương của đường thẳng (5 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá ý nghĩa của vector chỉ phương của đường thẳng trong không gian; HS biết thêm một cách xác định đường thẳng.

b) Nội dung: Khái niệm vector chỉ phương của đường thẳng trong không gian; Cách xác định đường thẳng; HS vận dụng kiến thức trên vào việc giải **Ví dụ 1, Luyện tập 1**.

c) Sản phẩm:

➤ HD1:

- Trong không gian thì có vô số đường thẳng đi qua M và vuông góc với giá của $\vec{u}$ nên khẳng định này sai.
- Trong không gian có duy nhất một đường thẳng đi qua M và song song hoặc trùng với giá của $\vec{u}$ cho trước. Do đó khẳng định này đúng.

➤ **VĐ1:** Chẳng hạn, có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.

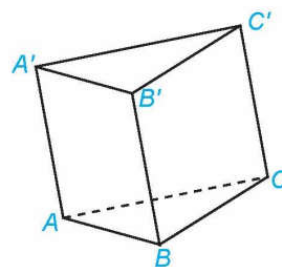
Khung kiến thức: Vector chỉ phương của đường thẳng.

Vector $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là vector chỉ phương của đường thẳng Δ nếu giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ .

Chú ý:

- Đường thẳng hoàn toàn xác định khi biết một điểm mà nó đi qua và một vector chỉ phương.
- Nếu $\vec{u}$ là một vector chỉ phương của Δ thì $k\vec{u}$ ($k \in \mathbb{R}, k \neq 0$) cũng là một vector chỉ phương của Δ .

- Hướng dẫn giải **Ví dụ 1:** Thực hiện như SGK trang 41.



Hình 5.16

- Hướng dẫn giải **Luyện tập 1**: Các vector chỉ phương của đường thẳng AB là: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{A'B'}$, $\overrightarrow{B'A'}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD1** SGK trang 41.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi thực hiện  1: Hãy nêu một số cách xác định đường thẳng mà em biết?
- Yêu cầu HS HD cá nhân làm **Ví dụ 1** trong SGK trang 41.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 1** trong SGK trang 42.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD1**.
- HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành  1 và **Luyện tập 1**.
- HS HD cá nhân làm **Ví dụ 1**.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HD của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS: Đường thẳng hoàn toàn xác định khi biết một điểm mà nó đi qua và một vector chỉ phương.

Hoạt động 2.2: Phương trình tham số của đường thẳng (15 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá cách biểu diễn đường thẳng dưới dạng phương trình tham số; HS nhận biết phương trình tham số và điểm thuộc đường thẳng.

b) Nội dung: Khái niệm phương trình tham số của đường thẳng trong không gian; Nhận biết phương trình tham số và điểm thuộc đường thẳng; HS vận dụng kiến thức trên vào giải **Ví dụ 2**, **Luyện tập 2**.

c) Sản phẩm: Đáp án và hướng dẫn giải:

➤ HD2:

a) Một vật thể chuyển động với vector vận tốc không đổi $\vec{u} = (a; b; c) \neq \vec{0}$ và xuất phát từ điểm $A(x_0; y_0; z_0)$. Vector vận tốc này chính là vector chỉ phương của đường thẳng mà vật thể chuyển động. Do đó đường thẳng này đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$.

b) Ta có $\overrightarrow{AM} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0)$.

$$\text{Khi đó ta có } \overrightarrow{AM} \text{ cùng phương với } \vec{u}. \text{ Suy ra } \overrightarrow{AM} = t\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = ta \\ y - y_0 = tb \\ z - z_0 = tc \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + ta \\ y = y_0 + tb \\ z = z_0 + tc \end{cases}, t > 0.$$

Khung kiến thức: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$. Hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

được gọi là phương trình tham số của đường thẳng Δ (t là tham số, $t \in \mathbb{R}$).

Chú ý:

- Với các số a, b, c không đồng thời bằng 0, hệ phương trình
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$
 xác

định một đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.

- Từ phương trình tham số của đường thẳng, mỗi giá trị của tham số tương ứng với một điểm thuộc đường thẳng đó và ngược lại.

- Hướng dẫn giải **Ví dụ 2**: Thực hiện như SGK trang 42.

- Hướng dẫn giải **Luyện tập 2**:

- a) Lần lượt lấy $t = 0$ và $t = 1$ ta nhận được tương ứng hai điểm thuộc đường thẳng Δ là $A(2; 0; 1)$, $B(3; 3; 2)$. Một vector chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (1; 3; 1)$.

- b) Phương trình tham số của đường thẳng đi $O(0; 0; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{v} = (1; 3; 1)$ là:

$$\begin{cases} x = t \\ y = 3t \\ z = t \end{cases}$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD2** SGK trang 42.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 2** trong SGK trang 42.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 2** trong SGK trang 43.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD2**.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 2** và thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 2**.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS về cách biểu diễn đường thẳng dưới dạng phương trình tham số.

Hoạt động 2.3: Phương trình chính tắc của đường thẳng (20 phút)

- a) Mục tiêu:** HS khám phá cách viết phương trình chính tắc của đường thẳng từ phương trình tham số; HS rèn kĩ năng nhận biết vector chỉ phương của đường thẳng và điểm thuộc đường thẳng khi

biết phương trình chính tắc của đường thẳng đó; HS rèn kỹ năng viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng.

b) Nội dung: Khái niệm phương trình chính tắc của đường thẳng trong không gian; HS vận dụng kiến thức trên vào việc giải **Ví dụ 3, Luyện tập 3, Ví dụ 3, Luyện tập 4, Ví dụ 5, Luyện tập 5.**

c) Sản phẩm: Đáp án và hướng dẫn giải:

► **HD3:**

a) Điểm $M(x; y; z)$ thuộc Δ khi và chỉ khi hai vectơ $\overrightarrow{AM} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0)$ và $\vec{u} = (a; b; c)$

cùng phương với nhau. Tức là $\overrightarrow{AM} = t\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = ta \\ y - y_0 = tb \\ z - z_0 = tc \end{cases} \quad (1).$

b) Vì a, b, c là các số khác 0 nên từ (1), ta có $\begin{cases} \frac{x - x_0}{a} = t \\ \frac{y - y_0}{b} = t \\ \frac{z - z_0}{c} = t \end{cases} \Rightarrow \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} = t.$

Vậy điểm $M(x; y; z)$ thuộc Δ khi và chỉ khi $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$

Khung kiến thức: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ với a, b, c là các số khác 0. Hệ phương trình:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

được gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng Δ .

• **Ví dụ 3** và **Ví dụ 4:** Thực hiện như SGK trang 43.

• **Luyện tập 3:** Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (3; 1; 5)$, hai điểm thuộc đường thẳng Δ là $A(-1; 1; 2)$, $B(2; 2; 7)$.

• **Luyện tập 4:** Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\frac{x - 2}{-1} = \frac{y + 1}{2} = \frac{z}{3}.$

• **Ví dụ 5:** Thực hiện như SGK trang 44.

• **Luyện tập 5:** Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0)$. Giá của vectơ $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và Δ cùng vuông góc với mặt phẳng (Oyz) nên chúng trùng nhau hoặc song song với nhau. Do đó Δ nhận $\vec{i} = (1; 0; 0)$ làm một vectơ chỉ phương và đi qua điểm $M(2; -1; 3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 3 \end{cases}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành các yêu cầu của **HĐ3, Luyện tập 3, Luyện tập 4** và **Luyện tập 5**.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 3, Ví dụ 4, Ví dụ 5**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành các yêu cầu **HĐ3, Luyện tập 3, Luyện tập 4** và **Luyện tập 5**.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 3, Ví dụ 4, Ví dụ 5**.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vờ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS:
 - + Cách viết phương trình chính tắc của đường thẳng từ phương trình tham số.
 - + Khi lấy điểm thuộc đường thẳng có phương trình chính tắc, với mỗi giá trị của hoành độ, từ phương trình ta sẽ tính được tung độ và cao độ của điểm đó.
 - + Đường thẳng Δ trong **Ví dụ 5** không có phương trình chính tắc.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập kiến thức về: Vector chỉ phương, phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng; Cách viết phương trình tham số của đường thẳng; Cách viết phương trình chính tắc của đường thẳng từ phương trình tham số; Khi lấy điểm thuộc đường thẳng có phương trình chính tắc, với mỗi giá trị của hoành độ, từ phương trình ta sẽ tính được tung độ và cao độ của điểm đó.
- HS về nhà làm **Bài tập 5.12 SGK** trang 48.
- Tìm hiểu trước **Mục d SGK** trang 44; **Mục 2** về “Hai đường thẳng vuông góc” SGK trang 45.

TIẾT 2. TỪ MỤC 1d) ĐẾN VẬN DỤNG 2

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

- a) Mục tiêu:** Khởi gợi động cơ, dẫn dắt đến nhu cầu sử dụng phương trình đường thẳng đi qua hai điểm.
- b) Nội dung:** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm.
- c) Sản phẩm:** Ta có $\overrightarrow{MN} = (-3; -3; 12)$.

Phương trình tham số của đường thẳng MN đi qua điểm $M(2;3;-4)$ và có một vector chỉ

$$\text{phương } \overrightarrow{MN} = (-3; -3; 12) \text{ là: } \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = -4 + 12t \end{cases}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành nội dung bài toán sau:

Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(2;3;-4)$ và $N(-1;0;8)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng MN đi qua điểm $M(2;3;-4)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{MN}$.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào tiết học hôm nay.

Hoạt động 2: Phương trình đường thẳng (tiếp theo) (20 phút)

Hoạt động 2.1: Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm (10 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá cách viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm; HS rèn kĩ năng viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm.

b) Nội dung: Khái niệm phương trình đường thẳng đi qua hai điểm; HS vận dụng kiến thức trên vào việc giải Ví dụ 6, Luyện tập 6.

c) Sản phẩm: Đáp án và hướng dẫn giải:

► HĐ4:

a) Đường thẳng A_1A_2 có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{A_1A_2} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng A_1A_2 đi qua điểm $A_1(x_1; y_1; z_1)$ và có một vector chỉ

$$\text{phương } \overrightarrow{A_1A_2} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1) \text{ là: } \begin{cases} x = x_1 + (x_2 - x_1)t \\ y = y_1 + (y_2 - y_1)t \\ z = z_1 + (z_2 - z_1)t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Khung kiến thức: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1; z_1)$ và $A_2(x_2; y_2; z_2)$. Đường thẳng A_1A_2 có vector chỉ phương $\overrightarrow{A_1A_2} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$.

$$\bullet \text{ Đường thẳng } A_1A_2 \text{ có phương trình tham số là } \begin{cases} x = x_1 + (x_2 - x_1)t \\ y = y_1 + (y_2 - y_1)t \\ z = z_1 + (z_2 - z_1)t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

- Trong trường hợp $x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2, z_1 \neq z_2$ thì đường thẳng A_1A_2 có phương trình chính tắc là:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}.$$

- **Ví dụ 6:** Thực hiện như SGK trang 44.

- **Luyện tập 6:** Đường thẳng AB đi qua điểm $A(2;1;3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (0;3;3)$. Do

đó AB có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD4** SGK trang 44.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 6** trong SGK trang 44.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 6** trong SGK trang 44.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD4**.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 6** và thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 6**.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS:
 - + Cách viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm.
 - + Đường thẳng AB trong **Luyện tập 6** không có phương trình chính tắc.

Hoạt động 2.2: Vận dụng 1 (10 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được kiến thức về phương trình đường thẳng vào các bài toán liên quan đến thực tiễn.

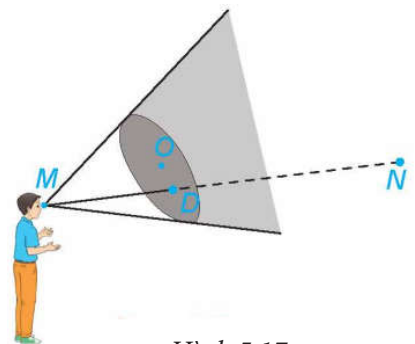
b) Nội dung: Giải quyết bài toán trong tình huống **Mở đầu**.

c) Sản phẩm:

1) Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-3; -3; 12) \Rightarrow \vec{u} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MN} = (1; 1; -4)$.

Đường thẳng MN đi qua điểm $M(2;3;-4)$ và có một vectơ

chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; -4)$ có phương trình là:
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = -4 - 4t \end{cases}$$



Hình 5.17

2) Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z = 0$. Gọi D là giao điểm của đường thẳng MN với mặt

phẳng (Oxy) nên toạ độ điểm D là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = -4 - 4t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 0 \\ t = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } D(1; 2; 0).$$

3) Vì $\overrightarrow{DM} = (1; 1; -4)$, $\overrightarrow{DN} = (-2; -2; 8) = -2\overrightarrow{DM}$ nên D nằm giữa M và N .

Ta có $OD = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{5} < 3$ nên tấm bìa che khuất tầm nhìn của người quan sát đối với vật đặt ở điểm N .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV sử dụng máy chiếu để chiếu nội dung bài toán trong tình huống **Mở đầu** lên bảng:

Trong không gian $Oxyz$, mắt một người quan sát ở điểm $M(2; 3; -4)$ và vật cần quan sát đặt tại điểm $N(-1; 0; 8)$. Một tấm bìa chắn đường truyền của ánh sáng có dạng hình tròn với tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính bằng 3 và đặt trong mặt phẳng Oxy . Hỏi tấm bìa có che khuất tầm nhìn của người quan sát đối với vật đặt ở điểm N hay không?

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm HS trình bày lời giải bài toán trong tình huống **Mở đầu**, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

Hoạt động 3: Hai đường thẳng vuông góc (20 phút)

Hoạt động 3.1: Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm (15 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá cách tìm điều kiện để hai đường thẳng vuông góc từ toạ độ vectơ chỉ phương của chúng; HS rèn kỹ năng nhận biết hai đường thẳng vuông.

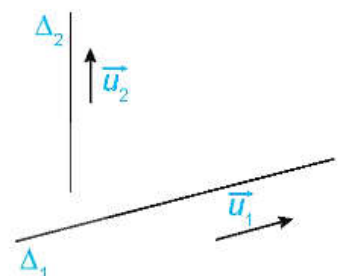
b) Nội dung: Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc từ toạ độ vectơ chỉ phương của chúng; HS vận dụng kiến thức trên vào việc giải **Ví dụ 7, Luyện tập 7**.

c) Sản phẩm: Hướng dẫn giải và đáp án:

➤ HD5:

a) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau khi và chỉ khi hai giá của $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ vuông góc với nhau.

Tức là $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$.



Hình 5.18

b) Theo câu a), để Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau thì:

$$a_1a_2 + bb_2 + c_1c_2 = 0.$$

Vậy để Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau thì $\vec{u_1} \cdot \vec{u_2} = 0$.

Khung kiến thức: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có vector chỉ phương: $\vec{u_1} = (a_1; b_1; c_1), \vec{u_2} = (a_2; b_2; c_2)$.

Khi đó: $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u_1} \cdot \vec{u_2} = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + bb_2 + c_1c_2 = 0$.

• **Ví dụ 7:** Thực hiện như SGK trang 45.

• **Luyện tập 7:** Đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$. Trục Oz có vector chỉ phương $\vec{k} = (0; 0; 1)$. Ta có $\vec{u} \cdot \vec{k} = 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 = -1 \neq 0$ nên Δ không vuông góc với trục Oz.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD5** và **Luyện tập 7** trang 45, SGK.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 7** trang 45, SGK.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD5** và **Luyện tập 7**.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 7**.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS về điều kiện để hai đường thẳng vuông góc từ tọa độ vector chỉ phương của chúng.

Hoạt động 3.2: Vận dụng (5 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được kiến thức về hai đường thẳng vuông góc vào bài toán liên quan đến thực tiễn.

b) Nội dung: Vận dụng 2 trang 45, SGK.

c) Sản phẩm: Đường thẳng Δ_1 có vector chỉ phương $\vec{u_1} = (1; 1; 0)$.

Đường thẳng Δ_2 có vector chỉ phương $\vec{u_2} = (-2; 2; 0)$.

Ta có $\vec{u_1} \cdot \vec{u_2} = 1 \cdot (-2) + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 0 = 0$ nên $\Delta_1 \perp \Delta_2$. Vậy hai con đường trên vuông góc với nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Vận dụng 2** lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành các nhiệm vụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải **Vận dụng 2**, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập kiến thức về: Vector chỉ phương, phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng; Cách viết phương trình tham số của đường thẳng; Cách viết phương trình chính tắc của đường thẳng từ phương trình tham số; Cách viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm; Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc từ tọa độ vector chỉ phương của chúng.
- HS về nhà làm **Bài tập 5.12** trang 48 và **5.17** trang 49, SGK.
- Tìm hiểu trước **Mục 3**: “*Vị trí tương đối của hai đường thẳng*”, trang 46, 47, SGK.

TIẾT 3. TỪ MỤC 3 ĐẾN LUYỆN TẬP 9

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) Mục tiêu: Khơi gợi động cơ, dẫn dắt đến nhu cầu sử dụng vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian.

b) Nội dung: Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian.

c) Sản phẩm: HS ghi nhận hai đường thẳng d và d' cắt nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành nội dung sau:

Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết trục d của nòng súng và cọc đỡ bia d' có phương trình lần lượt là:

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = 20 \\ z = 9 \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \\ z = 1 + 3t' \end{cases}.$$



Hình 5.19

Hỏi hai đường thẳng d và d' có cắt nhau không?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS rồi rút ra kết luận: Sau khi học xong mục này, ta giải quyết được yêu cầu trên (d và d' cắt nhau). Trên cơ sở đó GV dẫn dắt HS vào tiết học hôm nay.

Hoạt động 2: Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng (25 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá cách xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng; HS học kỹ năng nhận biết vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

b) Nội dung: Cách xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng; HS vận dụng kiến thức trên vào việc giải **Ví dụ 8, Ví dụ 9**.

c) Sản phẩm: Hướng dẫn giải và đáp án:

➤ HD6:

a) $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1 \notin \Delta_2$.

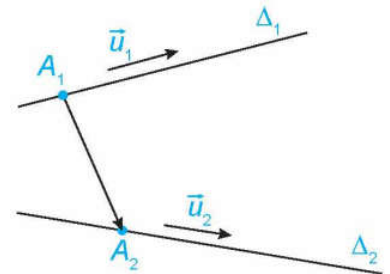
$\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1 \in \Delta_2$.

b) Δ_1 và Δ_2 cắt nhau khi và chỉ khi $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ không cùng phương và ba vectơ $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \overrightarrow{A_1A_2}$ đồng phẳng.

Tức là $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0}$ và $\overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 0$.

c) Δ_1 và Δ_2 chéo nhau khi và chỉ khi ba vectơ $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \overrightarrow{A_1A_2}$ không đồng phẳng.

Tức là: $\overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq 0$.



Hình 5.20

Khung kiến thức: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm $A_1(x_1; y_1; z_1), A_2(x_2; y_2; z_2)$ và tương ứng có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1), \vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó:

• $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1 \notin \Delta_2$.

• $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1 \in \Delta_2$.

• Δ_1 và Δ_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{A_1A_2} \perp [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 0 \end{cases}$

• Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq 0$.

• **Ví dụ 8:** Thực hiện như SGK trang 46.

• **Ví dụ 9:** Thực hiện như SGK trang 47.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD6**.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 8, Ví dụ 9**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD6**.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 8, Ví dụ 9**.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS về cách xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Hoạt động 3: Luyện tập (10 phút)

a) **Mục tiêu:** HS biết xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

b) **Nội dung:** **Luyện tập 8** trang 46, **Luyện tập 9** trang 46, SGK.

c) **Sản phẩm:** Hướng dẫn giải:

- **Luyện tập 8:** Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $A(3;0;1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; -2; 3)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $B(1;2;0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; -2; 3)$.

Vì $\vec{u}_1 = \vec{u}_2 = (1; -2; 3)$ và $A \notin \Delta_2$ nên $\Delta_1 // \Delta_2$.

- **Luyện tập 9:** Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 1; 4)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $B(-1; -1; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 1; 4)$.

a) Vì $\vec{u}_1 = \vec{u}_2 = (1; 1; 4)$ và $A \notin \Delta_2$ nên $\Delta_1 // \Delta_2$.

b) Trục Ox đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vector chỉ phương là $\vec{i} = (1;0;0)$.

Ta có $\vec{OA} = (1; -2; 3)$ và $[\vec{u}_1, \vec{i}] = (0; 4; -1)$. Do đó $\vec{OA} \cdot [\vec{u}_1, \vec{i}] = 1 \cdot 0 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot (-1) = -11 \neq 0$.

Vậy đường thẳng Δ_1 và trục Ox chéo nhau.

c) Đường thẳng Δ_3 đi qua điểm $A(-2; -2; -4)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_3 = (1; 1; 4)$.

Vì $\vec{u}_2 = \vec{u}_3 = (1; 1; 4)$ và $B \in \Delta_3$ nên $\Delta_2 \equiv \Delta_3$.

d) Trục Oz đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vector chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Ta có $\vec{OB} = (-1; -1; 0)$ và $[\vec{u}_2, \vec{k}] = (1; -1; 0) \neq \vec{0}$.

Do đó $\vec{OB} \cdot [\vec{u}_2, \vec{k}] = (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) + 0 \cdot 0 = 0$. Vậy đường thẳng Δ_2 cắt trục Oz .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 8**, **Luyện tập 9** trang 46 trong SGK.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 8**, **Luyện tập 9**. GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm HS lên bảng trình bày lời giải **Luyện tập 8**, **Luyện tập 9**, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

Hoạt động 4: Vận dụng (5 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được kiến thức về vị trí tương đối giữa hai đường thẳng vào bài toán liên quan đến thực tiễn.

b) Nội dung: Giải quyết bài toán trong tình huống đặt ra ở **HĐ1**.

c) Sản phẩm: Đường thẳng d đi qua điểm $A(0;20;0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1;0;0)$.

Đường thẳng d' đi qua điểm $B(10;20;1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}' = (0;0;3)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (10;0;1)$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] = (0;-3;0) \neq \vec{0}$. Do đó $\overrightarrow{AB} \cdot [\vec{u}, \vec{u}'] = 10 \cdot 0 + 0 \cdot (-3) + 1 \cdot 0 = 0$.

Vậy d cắt d' .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV sử dụng máy chiếu để chiếu nội dung bài toán trong tình huống đặt ra ở **HĐ1**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm HS trình bày lời giải bài toán trong tình huống đặt ra ở **HĐ1**, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập kiến thức về: Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng; Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc từ tọa độ vector chỉ phương của chúng.
- HS về nhà làm **Bài tập 5.11; 5.14; 5.16** trang 48, SGK.
- Tìm hiểu trước phần **Chú ý** của **Mục 3** trang 47, SGK.

TIẾT 4. TỪ PHẦN CHÚ Ý CỦA MỤC 3 ĐẾN HẾT BÀI

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) Mục tiêu: Khơi gợi động cơ, dẫn dắt đến nhu cầu sử dụng vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian.

b) Nội dung: Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian.

c) Sản phẩm: Ta có:
$$\begin{cases} 1+t=2-2s \\ 2+3t=-2+s \\ 3-t=1+3s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t+2s=1 \\ 3t-s=-4 \\ -t-3s=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ s=1 \\ 1-3 \cdot 1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ s=1 \end{cases}.$$

Vậy Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành nội dung sau:

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 - 2s \\ y = -2 + s \\ z = 1 + 3s \end{cases}$.

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 1 + t = 2 - 2s \\ 2 + 3t = -2 + s \\ 3 - t = 1 + 3s \end{cases}$ (ẩn t và s).

Từ đó nhận xét vị trí tương đối giữa Δ_1 và Δ_2 .

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả của HS. GV kết luận về cách khác để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.
- GV nêu vấn đề, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào tiết học hôm nay.

Hoạt động 2: Chú ý (25 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá cách khác xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng; HS học kỹ năng nhận biết vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

b) Nội dung: Cách khác xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng; HS vận dụng kiến thức trên vào việc giải **Luyện tập 10**.

c) Sản phẩm: Khung kiến thức và hướng dẫn giải **Luyện tập 10**.

Chú ý: Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta có thể thực hiện theo tiêu chuẩn sau đây.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có vectơ chỉ phương

$\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ và có phương trình tham số:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = x_1 + a_1 t \\ y = y_1 + b_1 t \\ z = z_1 + c_1 t \end{cases}; \Delta_2 : \begin{cases} x = x_2 + a_2 s \\ y = y_2 + b_2 s \\ z = z_2 + c_2 s \end{cases}$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t, s : $\begin{cases} x_1 + a_1 t = x_2 + a_2 s \\ y_1 + b_1 t = y_2 + b_2 s \\ z_1 + c_1 t = z_2 + c_2 s \end{cases} (*)$.

- Khi đó:
- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ (*) vô nghiệm.
 - $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ (*) có vô số nghiệm.
 - Δ_1 và Δ_2 cắt nhau $\Leftrightarrow$ Hệ (*) có nghiệm duy nhất.
 - Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương và hệ (*) vô nghiệm.

• **Luyện tập 10:** Các đường thẳng Δ_1 và Δ_2 tương ứng có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$, $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$. Do đó $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương.

Xét hệ phương trình hai ẩn t, s :

$$\begin{cases} 1 + 2t = s & (1) \\ 3 + t = 1 + 2s & (2) \\ 1 - t = 3s & (3) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta tìm được $\begin{cases} t = 0 \\ s = 1 \end{cases}$, nhưng với

hai giá trị này không thoả mãn (3), do đó hệ đang xét vô nghiệm. Vậy hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 10** trang 48, SGK.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 10**. GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm HS trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý cho HS về cách khác xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

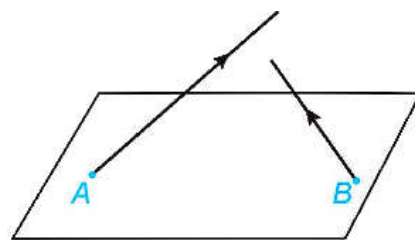
Hoạt động 3: Vận dụng (5 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được kiến thức về vị trí tương đối giữa hai đường thẳng vào bài toán liên quan đến thực tiễn.

b) Nội dung: Vận dụng 3 trang 48, SGK.

c) Sản phẩm: Hai vật thể chuyển động trên hai đường thẳng. Vật thể 1 chuyển động trên đường thẳng đi qua $A(1; 2; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{v}_1 = (2; 1; 3)$.

Vật thể 2 chuyển động trên đường thẳng đi qua $B(3; 5; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{v}_2 = (1; 2; 1)$.



Hình 5.21

Ta có $\vec{AB} = (2; 3; 0)$ và $[\vec{v}_1, \vec{v}_2] = (-5; 1; 3)$. Suy ra $\vec{AB} \cdot [\vec{v}_1, \vec{v}_2] = -10 + 3 + 0 = -7 \neq 0$.

Vậy trong quá trình dịch chuyển hai vật thể trên không bao giờ chạm nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu nội dung **Vận dụng 3** lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải **Vận dụng 3**, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập kiến thức về: Vector chỉ phương, phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng; Cách viết phương trình tham số của đường thẳng; Cách viết phương trình chính tắc của đường thẳng từ phương trình tham số; Cách viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm; Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc từ tọa độ vector chỉ phương của chúng; Cách xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.
- HS về nhà làm **Bài tập 5.15** trang 48 và **Bài tập 5.18; 5.19** trang 49, SGK để tiết sau luyện tập.

TIẾT 5. BÀI TẬP

Hoạt động 1: Bài tập viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng (13 phút)

a) **Mục tiêu:** Kiểm tra kiến thức về phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng; HS viết được phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng.

b) **Nội dung:** **Bài tập 5.11, 5.12, 5.13** trang 48, SGK.

c) **Sản phẩm:** Hướng dẫn giải **Bài tập 5.11, 5.12, 5.13**.

• **Bài tập 5.11:** Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Vì $\Delta // d$ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{u} = (2; 1; 3)$ làm vector chỉ phương.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 1; 2)$ và có vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; 3)$. Do đó Δ có

phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$$
 và có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$.

• **Bài tập 5.12:** Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 3; -1)$.

Vì $\Delta \perp (P)$ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{n} = (1; 3; -1)$ làm vector chỉ phương.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;-1;4)$ và có vector chỉ phương là $\vec{n} = (1;3;-1)$. Do đó Δ có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$$
 và có phương trình chính tắc là $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-1}$.

• **Bài tập 5.13:** Đường thẳng AB đi qua điểm $A(2;3;-1)$ và có vector chỉ phương là $\vec{AB} = (-1;-5;5)$.

Do đó AB có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 5t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$$
 và có phương trình chính tắc là:
$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{5}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành  1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1; z_1)$ và $A_2(x_2; y_2; z_2)$. Tìm một vector chỉ phương của đường thẳng A_1A_2 .
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành  2: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$. Hãy viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của Δ .
- GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành các **Bài tập 5.11, 5.12, 5.13** trang 48, SGK.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức để giải các **Bài tập 5.11, 5.12, 5.13**.
- GV lưu ý HS:
 - Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm phân biệt $A_1(x_1; y_1; z_1)$ và $A_2(x_2; y_2; z_2)$. Đường thẳng A_1A_2 có vector chỉ phương $\vec{A_1A_2} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$.

- Trong không gian Oxyz, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ

phương là $\vec{u} = (a; b; c)$. Do đó Δ có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$
 và có

phương trình chính tắc là $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ với a, b, c là các số khác 0.

Hoạt động 2: Bài tập xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian (20 phút)

a) Mục tiêu: Kiểm tra kiến thức về vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian; HS biết cách xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng; HS biết cách xác định phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau, song song với nhau.

b) Nội dung: Bài tập 5.14, 5.15, 5.16 trang 48, SGK.

c) Sản phẩm: Hướng dẫn giải Bài tập 5.14, 5.15, 5.16 trang 48, SGK.

• Bài tập 5.14:

a) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $A(1; 3; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -1; 3)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $B(8; -2; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1; 1; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (7; -5; 0)$ và $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-5; -7; 1) \neq \vec{0}$.

Do đó $\overrightarrow{AB} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 7 \cdot (-5) + (-5) \cdot (-7) + 0 \cdot 1 = 0$. Vậy Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.

b) Mặt phẳng chứa Δ_1 và Δ_2 nhận $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-5; -7; 1)$ làm vector pháp tuyến và mặt phẳng đó đi qua điểm $A(1; 3; 2)$ nên phương trình mặt phẳng cần tìm là:

$$-5(x-1) - 7(y-3) + 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 5x + 7y - z - 24 = 0.$$

• Bài tập 5.15:

a) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $A(1; 3; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (3; 1; 2)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $B(1; -1; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (3; 1; 2)$.

Vì $\vec{u}_1 = \vec{u}_2 = (3; 1; 2)$ và $A \notin \Delta_2$ nên $\Delta_1 // \Delta_2$.

b) Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -4; -2)$ và $[\vec{u}_1, \overrightarrow{AB}] = (6; 6; -12)$.

Mặt phẳng chứa Δ_1 và Δ_2 nhận $\vec{n} = [\vec{u}_1, \overrightarrow{AB}] = (6; 6; -12)$ làm vector pháp tuyến và mặt phẳng đó đi qua điểm $A(1; 3; 2)$ nên phương trình mặt phẳng cần tìm là:

$$6(x-1) + 6(y-3) - 12(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z = 0.$$

• **Bài tập 5.16:** Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $A(-1; 1; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 0; 2)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $B(-1; 2; 1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; 1; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 1; -2)$ và $[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = (-2; 1; 1)$. Do đó $\overrightarrow{AB} \cdot [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = 0 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 1 = -1 \neq 0$.

Vậy Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành  3: Trong không gian Oxyz, hãy nêu cách xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng?
- GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành các **Bài tập 5.14, 5.15, 5.16**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả thực hiện các HĐ của HS và chốt kiến thức để giải **Bài tập 5.14, 5.15, 5.16**.
- GV lưu ý HS: Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta thực hiện theo các cách sau:
- **Cách 1.** Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm $A_1(x_1; y_1; z_1), A_2(x_2; y_2; z_2)$ và tương ứng có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (a_1; b_1; c_1), \overrightarrow{u_2} = (a_2; b_2; c_2)$.
 Khi đó:
 - $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{u_1}$ cùng phương với $\overrightarrow{u_2}$ và $A_1 \notin \Delta_2$.
 - $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{u_1}$ cùng phương với $\overrightarrow{u_2}$ và $A_1 \in \Delta_2$.
 - Δ_1 và Δ_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{A_1A_2} \perp [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = 0 \end{cases}$.
 - Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] \neq 0$.
- **Cách 2.** Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (a_1; b_1; c_1), \overrightarrow{u_2} = (a_2; b_2; c_2)$ và có phương trình tham số:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = x_1 + a_1t \\ y = y_1 + b_1t \\ z = z_1 + c_1t \end{cases}; \Delta_2: \begin{cases} x = x_2 + a_2s \\ y = y_2 + b_2s \\ z = z_2 + c_2s \end{cases}$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t, s :
$$\begin{cases} x_1 + a_1t = x_2 + a_2s \\ y_1 + b_1t = y_2 + b_2s \\ z_1 + c_1t = z_2 + c_2s \end{cases} (*)$$

- Khi đó:
- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{u_1}$ cùng phương với $\overrightarrow{u_2}$ và hệ (*) vô nghiệm.
 - $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ (*) có vô số nghiệm.

- Δ_1 và Δ_2 cắt nhau $\Leftrightarrow$ Hệ (*) có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương và hệ (*) vô nghiệm.

Hoạt động 3: Vận dụng (10 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được kiến thức về vị trí tương đối giữa hai đường thẳng vào bài toán liên quan đến thực tiễn (**Bài tập 5.17** trang 49, SGK); Vận dụng được kiến thức về phương trình đường thẳng vào bài toán liên quan đến thực tiễn (**Bài tập 5.19** trang 49, SGK).

b) Nội dung: Bài tập 5.17, Bài tập 5.19.

c) Sản phẩm: Hướng dẫn giải Bài tập 5.17, Bài tập 5.19.

• Bài tập 5.17:

a) Đường thẳng Δ_1 có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -1; 3)$.

Đường thẳng Δ_2 có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1; 1; 1)$.

Hai con đường thuộc hai đường thẳng lần lượt có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -1; 3)$, $\vec{u}_2 = (-1; 1; 1)$.

Suy ra $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 0$.

Do đó hai con đường thuộc hai đường thẳng vuông góc với nhau.



Hình 5.22. Hình ảnh một nút giao thông khác

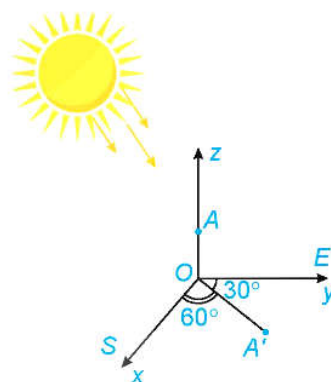
b) Nút giao thông trong hình vẽ là nút giao thông khác mức vì độ cao của các đường giao thông khác nhau để tránh xung đột.

• **Bài tập 5.19:** Để viết được phương trình đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét ta cần xác định tọa độ của A (đỉnh cột) và A' (bóng của đỉnh cột).

Ta có $A(0;0;6)$. Hoành độ của điểm A' là $x = 3 \cos 60^\circ = \frac{3}{2}$, tung

độ của điểm A' là $y = 3 \cos 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $A' \left(\frac{3}{2}; \frac{3\sqrt{3}}{2}; 0 \right)$. Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua



Hình 5.23

$A(0;0;6)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{AA'} = \left(\frac{3}{2}; \frac{3\sqrt{3}}{2}; -6 \right) = \frac{3}{2} (1; \sqrt{3}; -4)$ có phương trình tham số

$$\text{là: } \begin{cases} x = t \\ y = \sqrt{3}t \\ z = 6 - 4t \end{cases}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành các **Bài tập 5.17, 5.19** trang 49, SGK.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả thực hiện các nhiệm vụ của HS và chốt kiến thức để giải **Bài tập 5.17, 5.19.**

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập kiến thức về: Vector chỉ phương, phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng; Cách viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng; Cách viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm; Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc từ tọa độ vector chỉ phương của chúng; Cách xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.
- HS về nhà làm **Bài tập 5.18** trang 49, SGK.
- Tìm hiểu trước **Bài 16**: “*Công thức tính góc trong không gian*” từ trang 50 đến 53, SGK.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Phần I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_2 = (1; 0; -2)$ B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$ C. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$ D. $\vec{u}_4 = (1; 0; 2)$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và nhận vector $\vec{u} = (-2; 4; 5)$ làm vector chỉ phương là:

- A. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_{(\alpha)}$ và $\vec{n}_{(\beta)}$. Điều kiện để hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ vuông góc là:

- A. $[\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] = 0$ B. $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)} = 0$ C. $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{n}_{(\beta)}$ D. $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)} = 1$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

- A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{1}$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $(0; 2; 3)$ B. $(0; -1; 4)$ C. $(1; 2; 3)$ D. $(0; 5; 2)$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, HS chỉ chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = -1 + 2s \\ y = 2 + s \\ z = 1 + 3s \end{cases}$.

- a) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $A(-1; 1; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 0; 2)$.
 b) Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $B(-1; 2; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; 1; 3)$.
 c) $\vec{AB} = (0; 1; -2)$ và $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-2; 1; 1)$.
 d) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ và $\Delta_2: \frac{x-8}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{2}$.

- a) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $A(1; 3; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -1; 3)$.
 b) Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $B(8; -2; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1; 1; 2)$.
 c) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.
 d) Mặt phẳng chứa Δ_1 và Δ_2 có phương trình là $5x + 7y - z - 24 = 0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

$$\Delta_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{2} \text{ và } \Delta_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}.$$

- a) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.
 b) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.
 c) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.
 d) Mặt phẳng chứa Δ_1 và Δ_2 có phương trình là $x + y - 2z = 0$.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Trong trò chơi mô phỏng bắn súng 3D trong không gian $Oxyz$, một xạ thủ đang ngắm với tọa độ khe ngắm và đầu ruồi lần lượt là $M(3; 3; 1,5)$, $N(3; 4; 1,5)$. Viết phương trình tham số của đường ngắm bắn của xạ thủ (xem như đường thẳng MN).

Đáp số:



Hình 5.24

Câu 2. Trên phần mềm thiết kế chiếc cầu treo, cho đường thẳng d trên trụ cầu và đường thẳng d' trên sàn cầu có phương trình lần lượt là:

$$d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 50 + t \end{cases} \quad \text{và} \quad d': \begin{cases} x = 20 \\ y = s \\ z = 50. \end{cases}$$

Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d' .

Đáp số:



Hình 5.25

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Phần I.

Câu 1. C

Câu 2. A

Câu 3. B

Câu 4. B

Câu 5. D

Phần II.

Câu 1.

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

Câu 2.

a) Đ

b) Đ

c) S

d) Đ

Câu 3.

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

Phần III.

Câu 1. $MN: \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 + t. \\ z = 1,5 \end{cases}$

Câu 2. Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

BÀI 16. CÔNG THỨC TÍNH GÓC TRONG KHÔNG GIAN

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Thiết lập được công thức tính góc giữa hai đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa hai mặt phẳng.
- Vận dụng được kiến thức về góc trong không gian để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực

- Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán có tính góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng trong thực tiễn.
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

3. Phẩm chất

Giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp:

- Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các HĐ nhóm.

- Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. GV: Giáo án, máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), bảng phụ, bút lông, các hình ảnh, mô hình thực tế có tính góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng trong thực tiễn.

2. HS: SGK, đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. CÔNG THỨC TÍNH GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. CÔNG THỨC TÍNH GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) Mục tiêu: Khơi gợi động cơ, tạo tình huống xuất hiện trong thực tế để HS thấy được tình huống cần tính góc trong thực tế.

b) Nội dung: Tình huống **Mở đầu**, trang 50, SGK.

c) Sản phẩm: HS thấy được tình huống cần tính góc trong thực tế.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS đọc bài toán và suy nghĩ bài toán ở tình huống mở đầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc và suy nghĩ về tình huống theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV đặt vấn đề: Việc tính được mái nhà nghiêng với mặt sàn nhà một góc bao nhiêu chính là việc chúng ta đi tính góc giữa hai mặt phẳng. Vậy làm thế nào để tính được góc giữa hai mặt phẳng, ta sẽ đi tìm hiểu trong bài học hôm nay.

Hoạt động 2: Hình thành công thức tính góc giữa hai đường thẳng (6 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS hiểu được mối quan hệ của góc giữa hai đường thẳng và góc giữa hai vector chỉ phương.

b) Nội dung: **HD1**, trang 50, SGK.

c) Sản phẩm: Nếu $0 \leq (\vec{u}; \vec{u}') \leq 90^\circ$ thì $(\Delta; \Delta') = (\vec{u}; \vec{u}')$.

Nếu $90^\circ < (\vec{u}; \vec{u}') \leq 180^\circ$ thì $(\Delta; \Delta') = 180^\circ - (\vec{u}; \vec{u}')$. Ta có $\cos(\Delta; \Delta') = |\cos(\vec{u}; \vec{u}')|$.

HS nhắc lại công thức tính cosin của góc giữa hai vector.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS thực hiện các yêu cầu trong **HD1**, trang 50, SGK.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi theo yêu cầu và hoàn thành nội dung trên giấy nháp. GV quan sát, giúp đỡ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức: Vậy để tính cosin của góc giữa hai đường thẳng, ta đưa về tính cosin của góc giữa hai vector.
- GV yêu cầu HS nhắc lại công thức tính cosin của góc giữa 2 vector, từ đó rút ra công thức tính góc giữa hai đường thẳng:

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ và Δ' tương ứng có vector chỉ phương

$$\vec{u} = (a; b; c), \vec{u}' = (a'; b'; c'). \text{ Khi đó: } \cos(\Delta, \Delta') = |\cos(\vec{u}, \vec{u}')| = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}.$$

Hoạt động 3: Củng cố công thức tính góc giữa hai đường thẳng (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành cho HS kỹ năng tính góc giữa hai đường thẳng.

b) **Nội dung:** Ví dụ 1, trang 51, SGK.

c) **Sản phẩm:** Hai đường thẳng Δ và Δ' tương ứng có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 0)$, $\vec{u}' = (2; 2; 1)$.

$$\text{Khi đó: } \cos(\Delta, \Delta') = |\cos(\vec{u}, \vec{u}')| = \frac{|1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}. \text{ Vậy } (\Delta, \Delta') \approx 19,5^\circ.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Ví dụ 1**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó lên bảng trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thực hiện **Ví dụ 1** theo yêu cầu. GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- **Củng cố:** Để tính góc giữa đường thẳng Δ và Δ' trong không gian, ta thực hiện như sau:
 - + Tìm các vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$, $\vec{u}' = (a'; b'; c')$ tương ứng của Δ và Δ' .
 - + Sử dụng công thức: $\cos(\Delta, \Delta') = |\cos(\vec{u}, \vec{u}')| = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$.

Hoạt động 4: Hình thành công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (6 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành được công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

b) **Nội dung:** HD2, trang 51, SGK.

c) **Sản phẩm:** Ta có: $(\Delta; (P)) + (\Delta; \Delta') = 90^\circ$; $\sin(\Delta; (P)) = \cos(\Delta; \Delta') = \left| \cos(\vec{u}; \vec{n}) \right|$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- **Yêu cầu:** HS nghiên cứu HD2, hoàn thành thông tin trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời. GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá HĐ của HS, nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức: “Vậy để tính sin của góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, ta đưa về tính cosin của góc giữa vectơ chỉ phương của đường thẳng và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó”.
- GV giới thiệu công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$.

$$\text{Khi đó: } \sin(\Delta, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Hoạt động 5: Củng cố công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành cho HS kĩ năng tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Ví dụ 2, trang 51, SGK.

c) **Sản phẩm:**

Trục Ox có vectơ chỉ phương $\vec{i} = (1; 0; 0)$, mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (\sqrt{2}; -1; 1)$.

$$\text{Ta có: } \sin(Ox, (P)) = \frac{|1 \cdot \sqrt{2} + 0 \cdot (-1) + 0 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Vậy } (Ox, (P)) = 45^\circ.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Ví dụ 2**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện **Ví dụ 2** theo yêu cầu. GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày kết quả, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Để tính góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) trong không gian, ta thực hiện các bước:
 - + Tìm vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ của Δ , vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ của (P) .
 - + Sử dụng công thức: $\sin(Ox, (P)) = \frac{|1 \cdot \sqrt{2} + 0 \cdot (-1) + 0 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hoạt động 6: Luyện tập (10 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kỹ năng tính góc giữa hai đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

b) Nội dung: Bài tập 5.20, 5.22, trang 106, SGK.

c) Sản phẩm:

- **Bài tập 5.20:** Đường thẳng Δ_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 3)$, đường thẳng Δ_2 có một vector chỉ phương là $\vec{v} = (-1; 1; 2)$.

$$\text{Ta có } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{u}, \vec{v})| = \frac{3\sqrt{21}}{42} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) \approx 70,9^\circ.$$

- **Bài tập 5.22:** Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 3)$, mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

$$\text{Ta có } \sin(\Delta, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{2\sqrt{42}}{21} \Rightarrow (\Delta, (P)) \approx 38,1^\circ.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 3: **Bài tập 5.20**; + Nhóm 2, 4: **Bài tập 5.22**.
- *Yêu cầu:* HS thực hiện các bài tập theo yêu cầu; hoàn thành nội dung trên bảng phụ, sau đó lần lượt lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ, rồi lên bảng trình bày.

- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét và bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn hoá kiến thức.

* **Củng cố (8 phút):**

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

$$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1} \text{ và } \Delta': \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

Hỏi góc φ giữa Δ và Δ' bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng chục)?

- A. $\varphi \approx 33,6^\circ$ B. $\varphi \approx 33^\circ$ C. $\varphi \approx 33,55^\circ$ D. $\varphi \approx 34^\circ$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt phẳng $(P):$

$x+2y+2z-3=0$. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, góc φ giữa Δ và (P) bằng:

- A. $\varphi \approx 27^\circ$ B. $\varphi \approx 26^\circ$ C. $\varphi \approx 26,4^\circ$ D. $\varphi \approx 26,39^\circ$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):$

$mx+4y-2z+23=0$ (m là tham số). Xác định m để $\Delta \perp (P)$.

- A. $m=1$ B. $m=-1$ C. $m=2$ D. $m=-2$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

$$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2} \text{ và } \Delta': \frac{x-4}{-1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-6}{2}.$$

Xét tính đúng sai của mỗi khẳng định dưới đây.

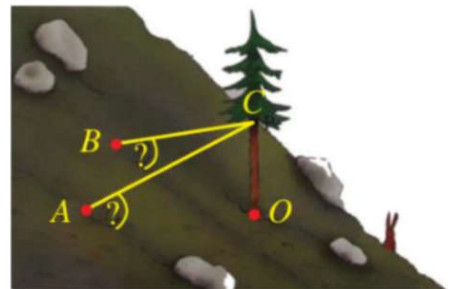
a) Vector có toạ độ $(1;2;3)$ là một vector chỉ phương của Δ .

b) Vector có toạ độ $(4;5;6)$ là một vector chỉ phương của Δ' .

c) Côsin của góc giữa hai vector $\vec{u} = (2;1;-2)$ và $\vec{u}' = (-1;-2;2)$ bằng $-\frac{8}{9}$.

d) Góc giữa hai đường thẳng Δ và Δ' (làm tròn số đo góc đến hàng đơn vị) bằng 27° .

Câu 5. Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình bên. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ toạ độ phù hợp, các điểm O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có toạ độ tương ứng là



Hình 5.26

(Nguồn: Toán 12, tập 2 bộ sách Cánh Diều)

$O(0; 0; 0)$, $A(3; -4; 2)$, $B(-5; -2; 1)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $(0; 0; 5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Làm tròn đến hàng phần trăm, tính tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi theo radian.

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. A

Câu 2. B

Câu 3. C

Câu 4. a) S

b) S

c) Đ

d) Đ

Câu 5. 1,61

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút):

- Nắm vững kiến thức trọng tâm đã học: Góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng.
- Làm **Bài tập 5.21**, trang 53, SGK vào vở bài tập.
- Tìm hiểu trước: **Mục 3, Bài tập 5.23, 5.24**, trang 52, 53, SGK.

TIẾT 2. CÔNG THỨC TÍNH GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

Hoạt động 1: Hình thành công thức tính góc giữa hai mặt phẳng (7 phút)

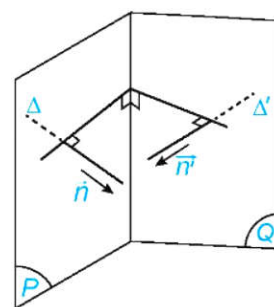
a) Mục tiêu: HS hình thành được công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

b) Nội dung: **HĐ3**, trang 52, SGK.

c) Sản phẩm:

$$+ ((P), (Q)) = (\Delta, \Delta').$$

$$+ \cos((P), (Q)) = \left| \cos(\vec{n}, \vec{n}') \right| = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}} \quad (1).$$



Hình 5.27

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- **Yêu cầu:**
 - + HS nhắc lại công thức tính góc giữa hai đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.
 - + Nghiên cứu **HĐ3**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV giới thiệu cho HS công thức (1) ở trên, đó là công thức để tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng, từ đó suy ra góc giữa hai mặt phẳng.

- GV viết bảng hoặc trình chiếu:

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ tương ứng có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$, $\vec{n}' = (A'; B'; C')$. Khi đó góc giữa (P) và (Q) , kí hiệu $((P), (Q))$, được tính theo công thức:

$$\cos((P), (Q)) = |\cos(\vec{n}, \vec{n}')| = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$$

Hoạt động 2: Củng cố công thức tính góc giữa hai mặt phẳng (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Rèn luyện cho HS cách tính góc giữa hai mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Ví dụ 3, Ví dụ 4, trang 52, SGK.

c) **Sản phẩm:**

• **Ví dụ 3:** Các mặt phẳng $(P), (Q)$ tương ứng có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 2)$, $\vec{n}' = (1; 1; -1)$.

Ta có: $\cos((P), (Q)) = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{9}$. Do đó $((P), (Q)) \approx 78,9^\circ$.

• **Ví dụ 4:** Mặt phẳng (ABD) có cặp vector chỉ phương là

$\overrightarrow{BD} = (3; 3; 0)$, $\overrightarrow{AD} = (3; 0; -4)$ nên (ABD) có vector pháp tuyến là:

$$[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AD}] = (-12; 12; -9).$$

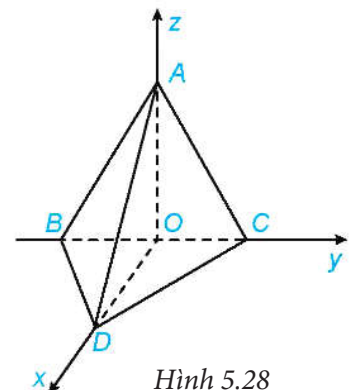
Do đó $\vec{n} = (-4; 4; -3)$ cũng là vector pháp tuyến của (ABD) .

Mặt phẳng (ACD) có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (0; 3; -4)$ và $\overrightarrow{AD} = (3; 0; -4)$ nên (ACD) có vector pháp tuyến là:

$$[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}] = (-12; -12; -9).$$

Do đó $\vec{n}' = (4; 4; 3)$ cũng là vector pháp tuyến của (ACD) . Gọi $\varphi = ((ABD), (ACD))$. Khi đó:

$$\cos \varphi = \frac{|-4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + (-3) \cdot 3|}{\sqrt{(-4)^2 + 4^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{4^2 + 4^2 + 3^2}} = \frac{9}{41}. \text{ Vậy } \varphi \approx 77,3^\circ.$$



Hình 5.28

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1 và 3: Giải **Ví dụ 3**. + Nhóm 2 và 4: Giải **Ví dụ 4**.

- **Yêu cầu:** HS thực hiện **Ví dụ 3, Ví dụ 4** theo phân công, hoàn thành nội dung trên bảng phụ và lần lượt lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ, lần lượt lên bảng trình bày.

- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- **Củng cố:** Để tính góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) , ta thực hiện các bước:
 - + Tìm các vector pháp tuyến $\vec{n}, \vec{n'}$ tương ứng của (P) và (Q) .
 - + Áp dụng công thức: $\cos((P), (Q)) = |\cos(\vec{n}, \vec{n'})| = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$.

Hoạt động 3: Luyện tập (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Luyện tập cách tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Bài tập 5.22, trang 53, SGK.

c) **Sản phẩm:** Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (-1; 2; 3)$, mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

$$\text{Ta có } \sin(\Delta, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{|-1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{2\sqrt{42}}{21}. \text{ Vậy } (\Delta, (P)) \approx 38,1^\circ.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- **Yêu cầu:** HS nghiên cứu **Bài tập 5.22**, hoàn thành trên giấy nháp, sau đó lên bảng trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện **Bài tập 5.22** theo yêu cầu. GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 4: Vận dụng (15 phút)

a) **Mục tiêu:** HS tính được góc giữa hai mặt phẳng trong các tình huống thực tế.

b) **Nội dung:** Vận dụng và **Bài tập 5.24**, trang 53, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- **Vận dụng:** Giả sử $AA' = 7$ m, $BB' = 6$ m, $CC' = 5$ m, tam giác ABC đều cạnh bằng 4 m nên $OB = 2\sqrt{3}$ m.

Đơn vị trên các trục tọa độ là mét, nên ta có:

$$A'(0; -2; 7), B'(2\sqrt{3}; 0; 6), C'(0; 2; 5) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (2\sqrt{3}; 2; -1), \overrightarrow{A'C'} = (0; 4; -2).$$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(A'B'C')$ là $\vec{n} = [\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}] = 4\sqrt{3}(0; 1; 2)$.

Mặt phẳng toạ độ (Oxy) có một vector pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$. Khi đó:

$$\cos((Oxy), (A'B'C')) = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow ((Oxy), (A'B'C')) \approx 26,6^\circ.$$

Vậy góc giữa mái nhà và mặt sàn gần bằng $26,6^\circ$.

- **Bài tập 5.23:** Chọn hệ trục $Oxyz$ sao cho O là giao điểm của AC và BD , điểm A thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy , điểm S thuộc tia Oz .

Ta có: $OA = OB = OC = 115\sqrt{2}$, $OS = 7\sqrt{439}$

$$\Rightarrow A(115\sqrt{2}; 0; 0), B(0; 115\sqrt{2}; 0), C(-115\sqrt{2}; 0; 0), S(0; 0; 7\sqrt{439})$$

$$\Rightarrow \vec{SA} = (115\sqrt{2}; 0; -7\sqrt{439}), \vec{SB} = (0; 115\sqrt{2}; -7\sqrt{439}), \vec{SC} = (-115\sqrt{2}; 0; -7\sqrt{439}).$$

Từ các vector trên ta tính được:

$$+ \text{ Một vector pháp tuyến của } (SAB) \text{ là } \vec{n}_1 = 115\sqrt{2}(7\sqrt{439}; 7\sqrt{439}; 115\sqrt{2}).$$

$$+ \text{ Một vector pháp tuyến của } (SBC) \text{ là } \vec{n}_2 = -115\sqrt{2}(7\sqrt{439}; -7\sqrt{439}; -115\sqrt{2}).$$

$$\text{Do đó } \cos((SAB), (SBC)) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{26450}{69472} \Rightarrow ((SAB), (SBC)) \approx 67,6^\circ.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 3: **Vận dụng**. + Nhóm 2, 4: **Bài tập 5.23**.
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Vận dụng, Bài tập 5.23** theo phân công, hoàn thành nội dung trên bảng phụ, sau đó lần lượt lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ, sau đó lên bảng trình bày.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác theo dõi, nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá HĐ của HS, nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.

* Củng cố (6 phút):

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng:

$$(P): 2x + 4y - z + 2024 = 0 \text{ và } (Q): 3x + 5y + 26z + 2025 = 0.$$

Góc giữa (P) và (Q) bằng:

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 45°

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và

$SA \perp (ABCD)$. Biết $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;3;0)$, $S(0;0;2)$. Hỏi góc φ giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

- A. $\varphi \approx 50^\circ$ B. $\varphi \approx 50,23^\circ$ C. $\varphi \approx 50,24^\circ$ D. $\varphi \approx 50,2^\circ$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y + 24 = 0$ và $(Q): mx + y + z + 25 = 0$ (m là tham số). Xác định m để góc giữa (P) và (Q) bằng 90° .

- A. $m = 0$ B. $m = -1$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

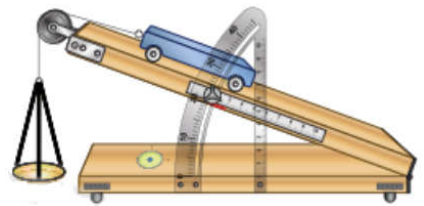
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng:

$$(P): x + y - 2z + 9 = 0 \text{ và } (Q): 3x - 5y + z + 2024 = 0.$$

Xét tính đúng sai của mỗi khẳng định dưới đây.

- a) Vector có tọa độ $(1; 1; -2)$ là một vector pháp tuyến của (P) .
 b) Vector có tọa độ $(-5; 1; 2024)$ là một vector pháp tuyến của (Q) .
 c) Côsin của góc giữa (P) và (Q) bằng $\frac{4}{\sqrt{210}}$.
 d) Góc giữa (P) và (Q) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) bằng 73° .

Câu 5. Để làm thí nghiệm về chuyển động trong mặt phẳng nghiêng, người ta làm thí nghiệm đã thiết lập sẵn một hệ tọa độ $Oxyz$. Góc giữa mặt phẳng nghiêng $(P): 4x + 11z + 5 = 0$ và mặt sàn $(Q): z - 1 = 0$ (theo radian) bằng bao nhiêu? (Viết kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Hình 5.29

Đáp số:

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. C

Câu 2. C

Câu 3. A

Câu 4. a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

Câu 5. 0,35

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Nắm vững các kiến thức trọng tâm đã học về góc giữa hai mặt phẳng.
- Làm **Bài tập 5.24**, trang 53, SGK vào vở bài tập.
- Tìm hiểu trước Bài 17: “*Phương trình mặt cầu*”, trang 54, SGK.

BÀI 17. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được phương trình mặt cầu.
- Xác định được tâm, bán kính của mặt cầu khi biết phương trình của nó.
- Lập được phương trình của mặt cầu khi biết tâm và bán kính.

- Vận dụng được kiến thức về phương trình mặt cầu để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực

- *Năng lực tư duy và lập luận toán học (xuyên suốt bài học):*
 - + HS thực hiện được các thao tác tư duy như: phân tích, tổng hợp, quy nạp, diễn dịch.
 - + HS sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề.
 - + HS nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề. Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện toán học.
- *Năng lực giải quyết vấn đề toán học (xuyên suốt bài học):*
 - + HS biết tiếp cận hệ thống câu hỏi và bài tập để đưa ra những giải pháp xử lý tình huống.
 - + HS nhận biết được phương trình mặt cầu; Xác định được tâm, bán kính của mặt cầu khi biết phương trình của nó; Lập được phương trình của mặt cầu khi biết tâm và bán kính.
- *Năng lực mô hình hoá toán học (các bài tập vận dụng trong bài học):* HS vận dụng được kiến thức về phương trình mặt cầu để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.
- *Năng lực giao tiếp toán học (xuyên suốt bài học):*
 - + HS trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác.
 - + Sử dụng được một cách hợp lý ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để biểu đạt cách suy nghĩ, lập luận, chứng minh các khẳng định toán học.
- *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học:*
 - + Sử dụng máy tính cầm tay, thước kẻ, ê ke, hoặc phần mềm vẽ hình GeoGebra.
 - + Sử dụng được phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System).

3. Phẩm chất

- *Trách nhiệm* trong thực hiện nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- *Chăm chỉ* biểu hiện qua việc có ý thức tìm tòi, khám phá, vận dụng kiến thức về phương trình đường thẳng, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian vào thực tiễn.
- *Trung thực* HS thật thà ngay thẳng trong học tập.
- *Yêu nước* thông qua việc HS tìm hiểu về Vĩ tuyến 17 của Việt Nam.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **GV:** Máy vi tính, máy chiếu (máy chiếu vật thể nếu có) hình ảnh minh hoạ phương trình mặt cầu.
2. **HS:** Đồ dùng học tập: máy tính cầm tay, thước kẻ, ê ke; tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. TỪ ĐẦU ĐẾN HẾT LUYỆN TẬP 4

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

- a) **Mục tiêu:** Khơi gợi động cơ, dẫn dắt đến nhu cầu sử dụng phương trình mặt cầu.

b) Nội dung: Tìm hiểu phương trình mặt cầu.

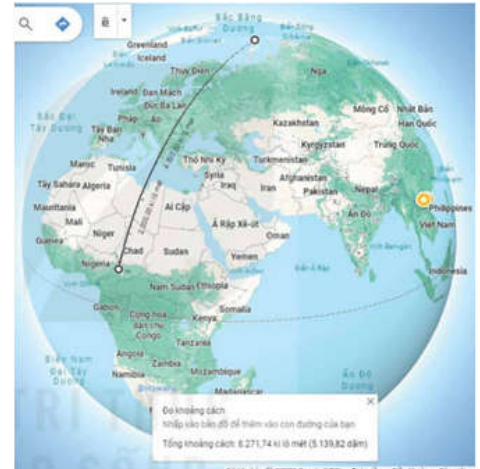
c) Sản phẩm: HS ghi nhận kết quả: Phần mềm như Google Maps sử dụng công thức Haversine và phương pháp hình học cầu để tính toán khoảng cách giữa hai điểm dựa trên tọa độ địa lí của chúng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV sử dụng máy chiếu để chiếu nội dung lên bảng, yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành nội dung sau:

Bằng ứng dụng Google Maps, thực hiện phép đo khoảng cách trên bề mặt Trái Đất từ vị trí 10°N, 15°E đến vị trí 80°N, 70°E ta sẽ được khoảng cách 8271,74 km (H.5.30). Hỏi cơ sở toán học cho việc thiết lập phần mềm tính công thức khoảng cách trên bề mặt Trái Đất là gì?



Hình 5.30. Đo khoảng cách trên bề mặt Trái Đất bằng Google Maps

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung, chưa yêu cầu HS giải quyết vấn đề ngay.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả của HS và kết luận: Sau khi học xong bài này, ta giải quyết được yêu cầu trên:
 - + Phần mềm như Google Maps sử dụng công thức Haversine và phương pháp hình học cầu để tính toán khoảng cách giữa hai điểm dựa trên tọa độ địa lí của chúng.
 - + Xuất phát từ việc chuyển đổi tọa độ địa lí sang tọa độ không gian Oxyz, tính góc giữa hai điểm trên bề mặt hình cầu và sau đó chuyển đổi góc đó thành khoảng cách cung tròn.
- Trên cơ sở đó, GV dẫn dắt HS vào bài học mới.

Hoạt động 2: Phương trình mặt cầu (20 phút)

a) Mục tiêu: HS khám phá cách biểu diễn mặt cầu bằng phương pháp tọa độ; HS học kĩ năng xác định tâm, bán kính mặt cầu; Xác định một điểm nằm trong, nằm ngoài hay thuộc mặt cầu (**Ví dụ 1**); HS học kĩ năng viết phương trình mặt cầu (**Ví dụ 2**); HS học kĩ năng nhận biết phương trình mặt cầu (**Ví dụ 3, Ví dụ 4**).

b) Nội dung: Phương trình mặt cầu; HS vận dụng kiến thức trên vào việc giải **Ví dụ 1, Ví dụ 2, Ví dụ 3, Ví dụ 4**.

c) Sản phẩm: Hướng dẫn giải và đáp án:

➤ **HĐ1:** Điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt cầu (S) khi và chỉ khi:

$$IM = R \Leftrightarrow \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} = R$$

hay $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Khung kiến thức về phương trình mặt cầu: Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính R có phương trình:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2.$$

Chú ý:

- Điểm $M(x;y;z)$ nằm trong mặt cầu (S) nếu:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 < R^2.$$

- Điểm $M(x;y;z)$ nằm ngoài mặt cầu (S) nếu:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 > R^2.$$

Nhận xét: Với a, b, c, d là các hằng số, phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

có thể viết thành $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d$ và là phương trình của một mặt cầu (S) khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Khi đó, (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

- **Ví dụ 1, Ví dụ 2, Ví dụ 3, Ví dụ 4:** Thực hiện như trang 55, 56, SGK.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD1** trang 54, SGK.
- Yêu cầu HS HD cá nhân làm **Ví dụ 1, Ví dụ 2, Ví dụ 3, Ví dụ 4** trang 55, 56, SGK.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD1**.
- HS HD cá nhân làm **Ví dụ 1, Ví dụ 2, Ví dụ 3, Ví dụ 4**.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HD của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS: Cách xác định tâm, bán kính mặt cầu; Cách xác định một điểm nằm trong, nằm ngoài hay thuộc mặt cầu.

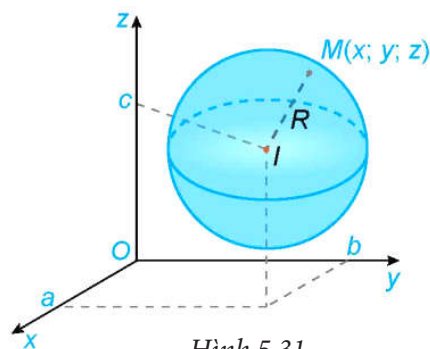
Hoạt động 3: Luyện tập (20 phút)

a) Mục tiêu: HS rèn luyện kỹ năng xác định tâm, bán kính mặt cầu; Xác định một điểm nằm trong, nằm ngoài hay thuộc mặt cầu (**Luyện tập 1**); HS rèn luyện kỹ năng viết phương trình mặt cầu (**Luyện tập 2**); HS rèn luyện kỹ năng nhận biết phương trình mặt cầu (**Luyện tập 3, Luyện tập 4**).

b) Nội dung: **Luyện tập 1, Luyện tập 2** trang 55, **Luyện tập 3, Luyện tập 4** trang 56, SGK.

c) Sản phẩm: Hướng dẫn giải và đáp án:

- **Luyện tập 1:**



Hình 5.31

a) Ta viết lại phương trình mặt cầu (S) dưới dạng: $[x - (-2)]^2 + (y - 0)^2 + \left[z - \left(-\frac{1}{2}\right)\right]^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I\left(-2; 0; -\frac{1}{2}\right)$ và bán kính $R = \frac{3}{2}$.

b) Ta có $MI^2 = 4^2 + 0^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{73}{4} > \frac{9}{4} = R^2$ nên điểm $M(2; 0; 1)$ nằm ngoài mặt cầu (S).

• **Luyện tập 2:**

a) Mặt cầu (S) tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 1$ có phương trình:

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 + (z - 0)^2 = 1^2 \text{ hay } x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

b) Đoạn thẳng AB có trung điểm là $I\left(\frac{3}{2}; -2; \frac{1}{2}\right)$.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{(2-1)^2 + (-3+1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{14}.$$

Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I\left(\frac{3}{2}; -2; \frac{1}{2}\right)$ và bán kính $R = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{14}}{2}$ có phương trình:

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y + 2)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{7}{2}.$$

• **Luyện tập 3:** Ta viết lại phương trình mặt cầu (S) đã cho dưới dạng:

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 6y + 9) + z^2 = 25 \text{ hay } (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 5^2.$$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(2; -3; 0)$ và bán kính $R = 5$.

• **Luyện tập 4:** Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 5y + 6z + \frac{25}{4} = 0$ có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \text{ với } a = -2, b = \frac{5}{2}, c = -3, d = \frac{25}{4}.$$

$$\text{Ta có: } a^2 + b^2 + c^2 - d = (-2)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + (-3)^2 - \frac{25}{4} = 13 > 0.$$

Suy ra phương trình đã cho là phương trình mặt cầu có tâm $I\left(-2; \frac{5}{2}; -3\right)$ và bán kính $R = \sqrt{13}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 1, Luyện tập 2** trang 55, **Luyện tập 3, Luyện tập 4** trang 56, SGK.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 1, Luyện tập 2, Luyện tập 3, Luyện tập 4**.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập kiến thức về: Phương trình mặt cầu; Điều kiện xác định phương trình mặt cầu; Cách xác định tâm, bán kính mặt cầu; Cách xác định một điểm nằm trong, nằm ngoài hay thuộc mặt cầu.
- HS về nhà làm **Bài tập 5.25; 5.26; 5.28** trang 59, SGK.
- Tìm hiểu trước **Mục 2**: “Một số ứng dụng của phương trình mặt cầu trong thực tiễn” trang 57, 58, SGK.

TIẾT 2. TỪ MỤC 2 ĐẾN HẾT BÀI

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Khơi gợi động cơ, dẫn dắt đến nhu cầu sử dụng phương trình mặt cầu trong thực tiễn.

b) **Nội dung:** Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian.

c) **Sản phẩm:**

Bước 1. Viết phương trình mặt cầu (S) biểu diễn ranh giới của vùng phủ sóng.

Mặt cầu (S) tâm $I(-6; -1; 4)$ và bán kính $R = 2$ có phương trình:

$$(x + 6)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = 4.$$

Bước 2. Kiểm tra điểm $M(-5; -2; 5)$ nằm trong hay nằm ngoài mặt cầu (S).

Ta có $IM = \sqrt{3} < R$, suy ra điểm $M(-5; -2; 5)$ nằm trong mặt cầu (S).

Vậy người sử dụng điện thoại tại điểm M nằm trong vùng phủ sóng.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành nội dung sau:

Trong không gian Oxyz (đơn vị của các trục tọa độ kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6; -1; 4)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là 2 km. Hỏi người sử dụng điện thoại tại điểm $M(-5; -2; 5)$ nằm trong hay ngoài vùng phủ sóng?



Hình 5.32

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu theo gợi ý sau:

Bước 1. Viết phương trình mặt cầu (S) biểu diễn ranh giới của vùng phủ sóng.

Bước 2. Kiểm tra điểm $M(-5; -2; 5)$ nằm trong hay nằm ngoài mặt cầu (S).

- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào tiết học hôm nay.

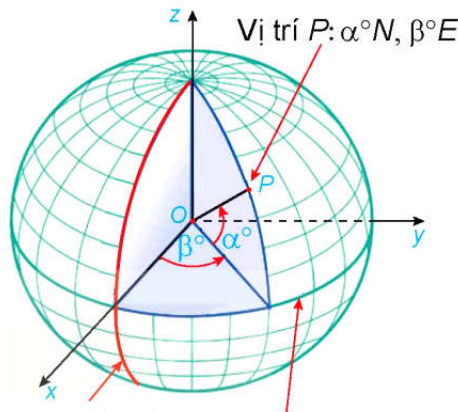
Hoạt động 2: Một số ứng dụng của phương trình mặt cầu trong thực tiễn (27 phút)

a) Mục tiêu: HS biết được phương trình mặt cầu trong không gian có nhiều ứng dụng trong định vị, sản xuất, thiết kế....; Mô hình toán học của bề mặt Trái Đất trong một không gian $Oxyz$; Mối liên hệ giữa vĩ độ, kinh độ của một điểm và tọa độ của điểm đó không gian $Oxyz$; HS học kỹ năng tính khoảng cách giữa hai điểm trên bề mặt Trái Đất.

b) Nội dung: Mô hình toán học của bề mặt Trái Đất trong một không gian $Oxyz$; Mối liên hệ giữa vĩ độ, kinh độ của một điểm và tọa độ của điểm đó không gian $Oxyz$; HS vận dụng kiến thức trên vào việc giải **Ví dụ 5, Luyện tập 5.**

c) Sản phẩm: GV trình chiếu Hình 5.33 và trình bày, giải thích cho HS như SGK trang 57, 58.

Khung kiến thức:



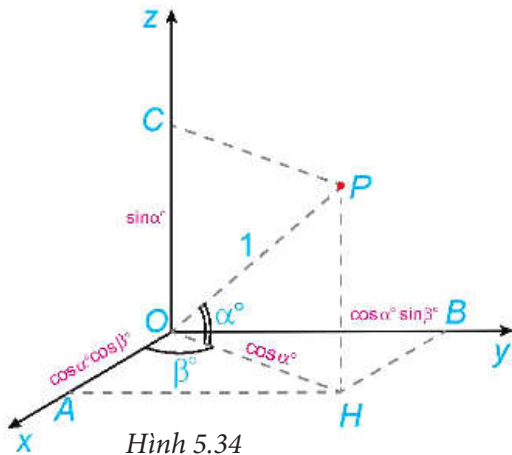
Hình 5.33 Kinh tuyến gốc Xích đạo

- Vị trí điểm P có vĩ độ, kinh độ tương ứng là $\alpha^\circ N, \beta^\circ E$ ($0 < \alpha < 90, 0 < \beta < 180$) thì tọa độ của điểm P là:

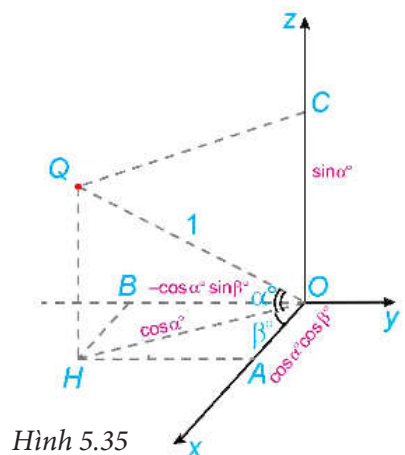
$$P(\cos \alpha^\circ \cdot \cos \beta^\circ; \cos \alpha^\circ \cdot \sin \beta^\circ; \sin \alpha^\circ)$$

- Vị trí điểm Q có vĩ độ, kinh độ tương ứng là $\alpha^\circ N, \beta^\circ W$ ($0 < \alpha < 90, 0 < \beta < 180$) thì tọa độ của điểm Q là:

$$Q(\cos \alpha^\circ \cdot \cos \beta^\circ; -\cos \alpha^\circ \cdot \sin \beta^\circ; \sin \alpha^\circ)$$



Hình 5.34



Hình 5.35

• **Ví dụ 5:** Thực hiện như SGK trang 58.

• **Luyện tập 5:** Vì A là giao giữa kinh tuyến gốc với xích đạo nên $A(1;0;0)$. Do đó $\overrightarrow{OA} = (1;0;0)$.

Vì vị trí $B: 45^\circ N, 30^\circ E$ nên $B(\cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ; \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ; \sin 45^\circ)$ hay $B\left(\frac{\sqrt{6}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Do đó $\overrightarrow{OB} = \left(\frac{\sqrt{6}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Suy ra $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 1 \cdot \frac{\sqrt{6}}{4} + 0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} + 0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

Vì A, B thuộc mặt đất nên $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = 1$.

Do đó: $\cos \widehat{AOB} = \frac{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}| \cdot |\overrightarrow{OB}|} = \frac{\sqrt{6}}{4} \Rightarrow \widehat{AOB} \approx 52,24^\circ$.

Mặt khác, đường tròn tâm O đi qua A, B có bán kính 1 và chu vi là 2π , nên cung nhỏ $\widehat{AB}$ của đường tròn đó có độ dài xấp xỉ bằng $\frac{52,24}{360} \cdot 2\pi$.

Do 1 đơn vị dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với 6371 km trên thực tế, nên khoảng cách trên mặt đất giữa hai vị trí A, B xấp xỉ bằng $\frac{52,24}{360} \cdot 2\pi \cdot 6371 \approx 5808,8230$ (km).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình bày, giải thích cho HS như SGK trang 57, 58.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 5** và thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 5** trang 58, SGK.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS ghi nhận kiến thức:
 - + Mô hình toán học của bề mặt Trái Đất trong một không gian $Oxyz$.
 - + Mối liên hệ giữa vĩ độ, kinh độ của một điểm và toạ độ của điểm đó không gian $Oxyz$.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 5** và thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 5**.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS:
 - + Mô hình toán học của bề mặt Trái Đất trong một không gian $Oxyz$.
 - + Mối liên hệ giữa vĩ độ, kinh độ của một điểm và toạ độ của điểm đó không gian $Oxyz$.
 - + Cách tính khoảng cách giữa hai điểm trên bề mặt Trái Đất.

Hoạt động 3: Trải nghiệm (8 phút)

- a) **Mục tiêu:** Tính khoảng cách giữa hai điểm trên bề mặt Trái Đất bằng công cụ của Google Maps.
- b) **Nội dung:** Trải nghiệm SGK trang 58.
- c) **Sản phẩm:** Khoảng cách trên mặt đất giữa hai vị trí A, B xấp xỉ bằng 5808,8230 km.
- d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chiếu Trải nghiệm SGK trang 58 lên màn chiếu.
- GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành theo hướng dẫn: HS sử dụng điện thoại di động vào Google Maps, chọn tính năng khoảng cách, nhập hai vị trí cần tính khoảng cách.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, sử dụng điện thoại di động hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi một vài HS trình bày lời giải của HĐ **Trải nghiệm**, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, chốt kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập kiến thức về: Phương trình mặt cầu; Điều kiện xác định phương trình mặt cầu; Cách xác định tâm, bán kính mặt cầu; Cách xác định một điểm nằm trong, nằm ngoài hay thuộc mặt cầu.
- HS về nhà làm **Bài tập 5.26, 5.29, 5.30** trang 59, SGK để tiết sau luyện tập.

TIẾT 3. BÀI TẬP

Hoạt động 1: Xác định tâm, bán kính của mặt cầu và nhận biết phương trình mặt cầu (20 phút)

- a) **Mục tiêu:** Kiểm tra kiến thức về phương trình mặt cầu; HS xác định được tâm và bán kính của mặt cầu (**Bài tập 5.25, Bài tập 5.28**); HS nhận biết phương trình mặt cầu (**Bài tập 5.29**).
- b) **Nội dung:** **Bài tập 5.25, 5.28, 5.29** trang 59, SGK.
- c) **Sản phẩm:** Hướng dẫn giải và đáp án các bài tập.
- **Bài tập 5.25:** Ta viết lại phương trình mặt cầu (S) dưới dạng:

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + [y - (-1)]^2 + (z - 0)^2 = 3^2.$$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và bán kính $R = 3$.

- **Bài tập 5.28:** Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 8z - 18 = 0$ có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \text{ với } a = -1, b = 1, c = -4, d = -18.$$

Vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = (-1)^2 + 1^2 + (-4)^2 - (-18) = 36 > 0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu có tâm $I(-1; 1; -4)$ và bán kính $R = 6$.

• Bài tập 5.29:

a) Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 5z + 30 = 0$ có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \text{ với } a = 1, b = 0, c = \frac{5}{2}, d = 30.$$

Vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = 1^2 + 0^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 30 = -\frac{91}{4} < 0$ nên phương trình đã cho không phải là phương trình mặt cầu.

b) Ta có $a = 2, b = -1, c = 1, d = 0$.

Vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = 6 > 0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu có tâm $I(2; -1; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{6}$.

c) Phương trình đã cho là phương trình bậc 3 nên phương trình đó không phải là phương trình mặt cầu.

d) Ta có $a = 0, b = 0, c = 0, d = -5$.

Vì $a^2 + b^2 + c^2 - d = 5 > 0$ nên phương trình đã cho là phương trình mặt cầu có tâm $I(0; 0; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành  1: Trong không gian Oxyz, tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S): $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành  2: Trong không gian Oxyz, phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (với a, b, c, d là các hằng số) thỏa mãn điều kiện gì thì phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu? Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu đó.
- GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành các **Bài tập 5.25, 5.28, 5.29**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức để giải các **Bài tập 5.25, 5.28, 5.29** trang 59, SGK.
- GV lưu ý HS:
 - Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S): $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R .
 - Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (với a, b, c, d là các hằng số) thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình của một mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Hoạt động 2: Viết phương trình mặt cầu (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Kiểm tra kiến thức phương trình mặt cầu; HS viết được phương trình mặt cầu thỏa mãn điều kiện cho trước.

b) **Nội dung:** Bài tập 5.26, 5.27 trang 59, SGK

c) **Sản phẩm:** Hướng dẫn giải các bài tập.

• **Bài tập 5.26:** Mặt cầu (S) tâm $I(-2;0;5)$ và bán kính $R=2$ có phương trình:

$$[x - (-2)]^2 + (y - 0)^2 + (z - 5)^2 = 2^2 \text{ hay } (x + 2)^2 + y^2 + (z - 5)^2 = 4.$$

• **Bài tập 5.27:** Ta có khoảng cách từ điểm $I(0;3;-1)$ đến mặt phẳng (P): $3x + 2y - z = 0$ là:

$$d(I, (P)) = \frac{|3 \cdot 0 + 2 \cdot 3 - (-1)|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{7}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{7}{2}}.$$

Mặt cầu (S) tâm $I(0;3;-1)$ và bán kính $R = d(I, (P)) = \sqrt{\frac{7}{2}}$ có phương trình:

$$(x - 0)^2 + (y - 3)^2 + [z - (-1)]^2 = \left(\sqrt{\frac{7}{2}}\right)^2 \text{ hay } x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = \frac{7}{2}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành  3: Trong không gian Oxyz, viết phương trình mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R .
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành  4: Trong không gian Oxyz, tính khoảng cách từ điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng (P): $Ax + By + Cz + D = 0$.
- GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành các **Bài tập 5.26, 5.27**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức để giải các **Bài tập 5.26, 5.27** trang 59, SGK.
- GV lưu ý HS:

• Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R có phương trình:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2.$$

• Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm I là trung điểm của đoạn thẳng AB và bán kính

$$R = \frac{1}{2}AB.$$

Hoạt động 3: Vận dụng (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng được kiến thức về phương trình mặt cầu vào bài toán liên quan đến thực tiễn (Bài tập 5.30).

b) **Nội dung:** Bài tập 5.30 trang 59, SGK.

c) **Sản phẩm:** Hướng dẫn giải Bài tập 5.30:

Ta có $A(2;0;0)$, $M(2;1;1)$. Suy ra $AM = \sqrt{(2-2)^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{2} > 1$.

Do đó, vị trí của điểm M không thuộc vùng phủ sóng.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành Bài tập 5.30.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức để giải Bài tập 5.30 trang 59, SGK.

Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập kiến thức về: Phương trình mặt cầu; Điều kiện xác định phương trình mặt cầu; Cách xác định tâm, bán kính mặt cầu; Cách xác định một điểm nằm trong, nằm ngoài hay thuộc mặt cầu.
- HS về nhà làm từ Bài tập 5.40 đến Bài tập 5.44 trang 62, SGK để tiết sau “Ôn tập chương V”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Phần I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) lần lượt là:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| A. $I(-1;3;0)$, $R=3$ | B. $I(1;-3;0)$, $R=9$ |
| C. $I(-1;3;0)$, $R=9$ | D. $I(1;-3;0)$, $R=3$ |

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(1;-2;1)$ và bán kính $R=5$ có phương trình là:

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$ | B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$ |
| C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$ | D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$ |

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) lần lượt là:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| A. $I(3;-2;4)$, $R=25$ | B. $I(-3;2;-4)$, $R=5$ |
|-------------------------|-------------------------|

C. $I(3; -2; 4), R = 5$

D. $I(-3; 2; -4), R = 25$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(1; -3; 2)$ và đi qua $A(5; -1; 4)$ có phương trình là:

A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{24}$

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 24$

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{24}$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 24$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 0)$ và $B(2; -1; 2)$. Phương trình của mặt cầu (S) có đường kính AB là:

A. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$

B. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = \sqrt{24}$

C. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 24$

D. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{6}$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, HS chỉ chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 13$ có tâm là điểm I .

Gọi B là điểm trên tia Oz sao cho B thuộc mặt cầu (S) .

a) Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2; 0; -1)$.

b) Bán kính của mặt cầu (S) bằng $R = \sqrt{13}$.

c) Tọa độ của điểm $B(0; 0; -2)$.

d) Phương trình đường thẳng $IB: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6; -1; 4)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là 2 km.

a) Phương trình mặt cầu (S) biểu diễn ranh giới của vùng phủ sóng

là $(x+6)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 4$.

b) Điểm $M(-5; -2; 5)$ nằm trong mặt cầu (S) .

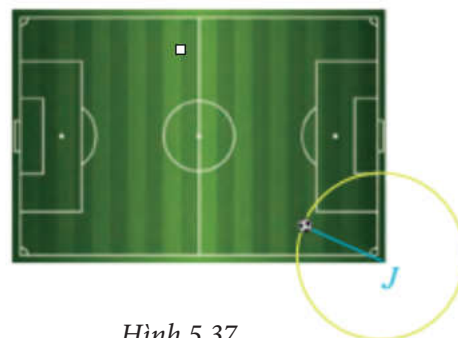
c) Người sử dụng điện thoại tại điểm $M(-5; -2; 5)$ nằm ngoài vùng phủ sóng.

d) Người sử dụng điện thoại tại điểm $N(-1; 0; 1)$ nằm trong vùng phủ sóng.

Câu 3. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí của quả bóng M . Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z = 0$, đồng thời thuộc mặt cầu:



Hình 5.36



Hình 5.37

$$(S): (x-32)^2 + (y-50)^2 + (z-10)^2 = 109 \text{ (đơn vị độ dài tính theo mét).}$$

- a) Tâm I của mặt cầu (S) có toạ độ là $(32;50;10)$.
 b) Bán kính của mặt cầu (S) bằng $R = \sqrt{109}$.
 c) Toạ độ hình chiếu vuông góc J của tâm $I(32;50;10)$ trên mặt sân là $(32;50;0)$.
 d) Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J bằng 3,5 m.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Đầu in phun của một máy in 3D như Hình 5.38 đang in bề mặt của một mặt cầu có phương trình:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 + \frac{1}{8}x - \frac{1}{8}y - z + \frac{1}{16} = 0.$$

Tính khoảng cách từ đầu in phun đến tâm mặt cầu.

Đáp số:



Hình 5.38

Câu 2. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng (H.5.39) đặt ở vị trí $I(21;35;50)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km.

Nếu người đi biển ở vị trí $C(42;37;0)$ thì có thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng hay không?

Đáp số:



Hình 5.39

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Phần I.

Câu 1. D **Câu 2.** D **Câu 3.** C **Câu 4.** B **Câu 5.** A

Phần II.

Câu 1. a) S b) Đ c) Đ d) S
Câu 2. a) Đ b) Đ c) S d) S
Câu 3. a) Đ b) Đ c) Đ d) S

Phần III.

Câu 1. $R = \frac{5\sqrt{2}}{16}$.

Câu 2. Người đi biển ở vị trí $C(42;37;0)$ có thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

CHƯƠNG VI. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 12 bộ “Kết nối tri thức với cuộc sống”)

BÀI 18. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

(Thời gian thực hiện: 4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

Học xong bài này, HS cần đạt được các yêu cầu sau:

- Nhận biết định nghĩa xác suất có điều kiện và ý nghĩa của khái niệm này trong những tình huống thực tiễn quen thuộc.
- Biết tính xác suất có điều kiện từ công thức, từ bảng dữ liệu thống kê 2×2 và từ sơ đồ hình cây.
- Nắm được và biết vận dụng công thức nhân xác suất.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp và năng lực mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **GV:** Máy tính, máy chiếu, các hình ảnh minh hoạ, phiếu học tập.
2. **HS:** Kiến thức về tính xác suất cổ điển và kiến thức về thống kê.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Hoạt động 1. HĐ Khởi động (5 phút)

- Mục tiêu:** Giới thiệu trò chơi “Ô cửa bí mật”, một trò chơi trên truyền hình nổi tiếng ở Mỹ.
- Nội dung:** GV trình chiếu nội dung trò chơi được nêu trong SGK trang 64 và đặt ra các yêu cầu:
Giả sử người chơi chọn cửa số 1.
 - Tính xác suất để ô cửa số 1 có ô tô.
 - Tính xác suất để ô cửa số 2 có ô tô.Nếu người quản trò mở ô cửa số 3 – là ô cửa đã có con lừa, thì lúc này xác suất có ô tô ở cửa số 1 và cửa số 2 có bằng nhau hay không?
- Sản phẩm:** Các câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:
 - Xác suất để ô cửa số 1 có ô tô và xác suất để ô cửa số 2 có ô tô là bằng nhau và cùng bằng $\frac{1}{3}$.
 - Nếu như quản trò mở ô cửa số 3 – ô cửa có con lừa thì lúc này xác suất có ô tô ở cửa số 1 và cửa số 2 không còn bằng nhau nữa.
- Tổ chức thực hiện:**
HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.

Hoạt động 2. HD hình thành khái niệm xác suất có điều kiện (15 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS có cái nhìn trực quan về xác suất có điều kiện trước khi chính xác hoá khái niệm này.

b) Nội dung: GV đưa ra **Ví dụ 1**.

Ví dụ 1. Lớp 12A có 15 bạn bị cận thị và 25 bạn không bị cận thị. Trong 15 bạn bị cận thị có 7 bạn nữ và 8 bạn nam, trong 25 bạn không bị cận thị có 11 bạn nữ và 14 bạn nam.

7 bạn nữ bị cận thị	8 bạn nam bị cận thị
11 bạn nữ không bị cận thị	14 bạn nam không bị cận thị

Chọn ngẫu nhiên một HS từ trong lớp.

Câu hỏi 1. Tính xác suất của biến cố A : “Học sinh được chọn là bạn nữ bị cận thị”.

Câu hỏi 2. Tính xác suất của biến cố B : “Học sinh được chọn bị cận thị, biết học sinh đó là nữ”.

Câu hỏi 3. Tính xác suất của biến cố C : “Học sinh được chọn là bạn nữ, biết học sinh đó bị cận thị”.

c) Sản phẩm: Các câu trả lời của các nhóm HS. Kết quả mong đợi:

$$P(A) = \frac{7}{40}; P(B) = \frac{7}{18}; P(C) = \frac{7}{15}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp học thành 4 nhóm, nêu nhiệm vụ học tập và yêu cầu các nhóm trình bày lời giải vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện nhiệm vụ theo nhóm học tập.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu các nhóm treo bảng phụ và gọi ngẫu nhiên 1 nhóm lên báo cáo kết quả thực hiện nhiệm vụ. Sau đó GV tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả.
- Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận và dẫn dắt vào khái niệm xác suất có điều kiện.

Hoạt động 3. HD chính xác hoá khái niệm xác suất có điều kiện và công thức tính (7 phút)

a) Mục tiêu: Trình bày khái niệm xác suất có điều kiện và công thức tính.

b) Nội dung: Định nghĩa xác suất có điều kiện và công thức tính trong SGK trang 65:

Định nghĩa: Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A , được tính khi biết biến cố B đã xảy ra, được gọi là xác suất của A với điều kiện B và kí hiệu là $P(A|B)$.

Công thức tính: Với hai biến cố bất kì A và B , với $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

- GV nhấn mạnh trong công thức $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ thể hiện mối liên hệ giữa ba đại lượng

$P(A|B)$, $P(AB)$ và $P(B)$. Muốn tính được một trong ba đại lượng cần phải tính được hai đại lượng còn lại.

- GV nêu vấn đề và yêu cầu HS giải quyết: Nếu $P(A) > 0$ thì hãy viết công thức tính $P(B|A)$.

Hoạt động 4. Củng cố khái niệm xác suất có điều kiện và công thức tính (15 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố khái niệm xác suất có điều kiện và công thức tính.

b) Nội dung: GV yêu cầu giải quyết **Ví dụ 2**.

Ví dụ 2. Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó.

1) Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”; B là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính $P(A|B)$ bằng định nghĩa và bằng công thức tính $P(A|B)$ ở trên.

2) Gọi C là biến cố: “An lấy được viên bi đen”; D là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính $P(C|D)$ bằng định nghĩa và bằng công thức tính $P(C|D)$ ở trên.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

1) *Tính bằng định nghĩa:* Khi Bình lấy được viên bi trắng thì trong hộp còn lại 29 viên bi, trong đó có 19 viên bi trắng và 10 viên bi đen. Xác suất để An lấy được viên bi trắng là $P(A|B) = \frac{C_{19}^1}{C_{29}^1} = \frac{19}{29}$.

Tính bằng công thức: Ta có $P(B) = \frac{20}{30}$ và $P(AB) = \frac{20 \times 19}{30 \times 29}$ nên $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{19}{29}$.

2) *Tính bằng định nghĩa:* Khi Bình lấy được viên bi trắng thì trong hộp còn lại 29 viên bi, trong đó có 19 viên bi trắng và 10 viên bi đen. Xác suất để An lấy được viên bi đen là $P(C|D) = \frac{C_{10}^1}{C_{29}^1} = \frac{10}{29}$.

Tính bằng công thức: Ta có $P(D) = \frac{20}{30}$ và $P(CD) = \frac{20 \times 10}{30 \times 29}$ nên $P(C|D) = \frac{10}{29}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV cho HS làm việc cặp đôi và nêu nhiệm vụ học tập. Yêu cầu HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện nhiệm vụ theo yêu cầu của GV.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi ngẫu nhiên một cặp đôi trình bày kết quả làm việc đối với ý a) và một cặp đôi trình bày kết quả làm việc đối với ý b). Sau đó tổ chức cho lớp trao đổi, thảo luận.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá thái độ làm việc của các cặp đôi và kết quả làm việc của mỗi cặp đôi.
- GV chốt kiến thức.

* Củng cố và dặn dò (3 phút)

- GV hướng dẫn HS giải quyết **Bài tập 6.1** và **6.2** trang 70, SGK.
- GV yêu cầu HS nghiên cứu trước những nội dung lí thuyết còn lại trong SGK.

TIẾT 2. HÌNH THÀNH CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT

Hoạt động 5. Luyện tập 1 (20 phút)

a) Mục tiêu: Tính xác suất có điều kiện từ định nghĩa và từ công thức.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS giải quyết **Ví dụ 3**.

Ví dụ 3. Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố “An lấy được viên bi trắng”; B là biến cố “Bình lấy được viên bi trắng”.

- 1) Tính $P(A|\bar{B})$ bằng định nghĩa và bằng công thức tính.
- 2) Tính xác suất để An và Bình lấy được hai viên bi cùng màu.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

1) *Tính bằng định nghĩa:* Ta có $n(\Omega) = 10 \times 29$.

- *Hướng 1.* Khi Bình không lấy được viên bi trắng, nghĩa là Bình lấy được viên bi đen. Số cách lấy một viên bi đen là 10. Khi ấy, số cách lấy một viên bi trắng là 20. Suy ra $n(A|\bar{B}) = 10 \times 20$ và $P(A|\bar{B}) = \frac{10 \times 20}{10 \times 29} = \frac{20}{29}$.
- *Hướng 2.* Khi Bình lấy được một viên bi đen thì trong hộp còn 29 viên bi với 20 viên bi trắng và 9 viên bi đen. Lúc này, xác suất để An lấy được viên bi trắng là $P(A|\bar{B}) = \frac{20}{29}$.

Tính bằng công thức: Ta có $P(\bar{B}) = \frac{n(\bar{B})}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ và $P(A\bar{B}) = \frac{n(A\bar{B})}{30 \times 29} = \frac{10 \times 20}{30 \times 29} = \frac{20}{87}$.

$$\text{Do đó } P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{20}{87}}{\frac{1}{3}} = \frac{20}{29}.$$

2) Ta có $P(A|B) = \frac{19}{29}$ và $P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{9}{29}$ nên xác suất để An và Bình lấy được hai viên bi cùng màu

$$\text{là: } p = P(A|B) + P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{28}{29}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS nghiên cứu từng nhiệm vụ và thực hiện nhiệm vụ theo yêu cầu.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS làm việc theo cặp đôi.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV chọn ngẫu nhiên 2 cặp đôi, mỗi cặp đôi gọi một HS lên bảng trình bày kết quả thực hiện nhiệm vụ (mỗi nhóm trình bày một cách). Sau đó tổ chức cho lớp trao đổi, thảo luận.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá thái độ làm việc của HS và kết quả làm việc của mỗi nhóm HS.
- GV chốt kiến thức, đồng thời nhấn mạnh thông qua các ví dụ nêu trên, việc tính xác suất có điều kiện bằng định nghĩa có 2 cách tiếp cận.

- GV nêu vấn đề: *Tính xác suất để An và Bình lấy được hai viên bi khác màu nhau.*

Hoạt động 6. Củng cố khái niệm xác suất có điều kiện và công thức tính (12 phút)

a) Mục tiêu: Minh họa việc tính xác suất có điều kiện từ định nghĩa và công thức tính.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện các nhiệm vụ trong **Phiếu học tập 1**.

Nhiệm vụ 1. Nhắc lại các tính chất đã được học về hai biến cố độc lập A và B .

Nhiệm vụ 2. Từ công thức tính $P(A|B)$ trong định nghĩa, với giả thiết A, B là hai biến cố độc lập và $P(A) > 0, P(B) > 0$ hãy khẳng định hoặc bác bỏ nhận định $P(A|B) = P(A)$ và $P(B|A) = P(B)$.

Nhiệm vụ 3. Cho A và B là hai biến cố độc lập, bằng định nghĩa xác suất có điều kiện hãy kiểm nghiệm các nhận định sau đây:

$$P(A|B) = P(A); P(B|A) = P(B); P(\bar{A}|B) = P(\bar{A}); P(A|\bar{B}) = P(A).$$

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Mong đợi câu trả lời như trong SGK.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS nghiên cứu **Ví dụ 2** trang 66, SGK, thực hiện nhiệm vụ theo yêu cầu nêu trong ví dụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện nhiệm vụ theo yêu cầu của GV.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi ngẫu nhiên 2 HS lên bảng trình bày lời giải. Sau đó tổ chức cho lớp trao đổi, thảo luận.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá thái độ làm việc của HS và kết quả làm việc của mỗi HS.

- GV chốt kiến thức, nhấn mạnh với HS kết quả rút ra từ **Phiếu học tập 1**: $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$.

Hoạt động 7. Luyện tập, củng cố công thức tính xác suất có điều kiện (10 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố, khắc sâu công thức tính xác suất có điều kiện.

b) Nội dung: Giải quyết **Ví dụ 4**.

Ví dụ 4. Từ một hộp chứa m quả cầu trắng và n quả cầu đen (m, n là các số nguyên dương), người ta rút ngẫu nhiên hai lần, mỗi lần rút một quả và không hoàn lại. Tính xác suất để lần thứ hai rút được quả cầu trắng.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

Kí hiệu A_k là biến cố: “lần thứ k rút được quả cầu trắng”, với $k = 1, 2$.

Theo công thức nhân xác suất, ta có $P(\bar{A}_1 A_2) = P(\bar{A}_1).P(A_2 | \bar{A}_1) = \frac{n}{m+n} \cdot \frac{m}{m+n-1}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu nội dung **Ví dụ 4**. Yêu cầu HS nghiên cứu kĩ và hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân và tích cực thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV chọn ngẫu nhiên 2 HS báo cáo kết quả thực hiện nhiệm vụ. Tổ chức cho lớp trao đổi, thảo luận về kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá thái độ làm việc của từng HS và kết quả làm việc của từng HS.
- GV chốt kiến thức và đặt thêm vấn đề: *Tính xác suất để lần thứ hai rút được quả cầu trắng.*

* **Củng cố, dặn dò (3 phút)**

- GV yêu cầu HS hệ thống lại kiến thức đã học bằng sơ đồ và nghiên cứu trước những nội dung còn lại trong SGK.
- GV hướng dẫn HS giải quyết **Bài tập 6.4 và 6.6** trang 70, SGK.

TIẾT 3. BẢNG DỮ LIỆU THỐNG KÊ 2×2

Hoạt động 8. Luyện tập 2 (20 phút)

a) Mục tiêu: Minh họa việc tính xác suất có điều kiện từ bảng dữ liệu thống kê 2×2 .

b) Nội dung: Giải quyết **Phiếu học tập 2**.

Một Viện Nghiên cứu về An toàn giao thông muốn tìm hiểu về mối quan hệ giữa việc thắt dây an toàn khi lái xe và nguy cơ tử vong của người lái xe khi xảy ra tai nạn giao thông. Giả sử viện đã xem xét 577 006 vụ tai nạn giao thông ô tô và việc thắt dây an toàn của người lái xe khi xảy ra tai nạn giao thông. Kết quả cho thấy:

- Trong số những người lái xe có thắt dây an toàn, có 510 người tử vong và 412 368 người sống sót;
- Trong số những người lái xe không thắt dây an toàn, có 1 601 người tử vong và 162 527 người sống sót.

Nhiệm vụ 1. Căn cứ dữ liệu trong đề bài, hãy hoàn thành bảng dữ liệu thống kê sau đây:

Thắt dây an toàn \ Kết quả	Tử vong	Sống sót
Không		
Có		

Nhiệm vụ 2. Xét các biến cố:

A là biến cố: “Người lái xe đó tử vong khi xảy ra tai nạn giao thông”;

B là biến cố: “Người lái xe đó không thắt dây an toàn khi xảy ra tai nạn giao thông”;

C là biến cố: “Người lái xe đó tử vong và không thắt dây an toàn khi xảy ra tai nạn giao thông”;

D là biến cố: “Người lái xe đó tử vong và có thắt dây an toàn khi xảy ra tai nạn giao thông”;

E là biến cố: “Người lái xe đó tử vong khi xảy ra tai nạn giao thông trong trường hợp không thắt dây an toàn”;

F là biến cố: “Người lái xe đó tử vong khi xảy ra tai nạn giao thông trong trường hợp có thắt dây an toàn”.

Tính $P(C)$, $P(D)$, $P(E)$ và $P(F)$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

• **Nhiệm vụ 1:**

	Kết quả	Từ vong	Sống sót
Thắt dây an toàn			
Không		1 601	162 527
Có		510	412 368

• **Nhiệm vụ 2:** Không gian mẫu Ω là tập hợp gồm 577 006 người lái xe xảy ra tai nạn giao thông

$$+ P(C) = P(AB) = \frac{1601}{577006}.$$

$$+ P(D) = P(\overline{AB}) = \frac{510}{577006}.$$

$$+ P(E) = P(A|B) = \frac{1601}{164128}.$$

$$+ P(F) = P(A|\overline{B}) = \frac{510}{412878}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu nội dung **Ví dụ 3** trang 66, SGK và từng nhiệm vụ. Sau đó yêu cầu HS làm việc nhóm để hoàn thành các nhiệm vụ trong phiếu học tập. Kết quả được ghi vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện nhiệm vụ theo nhóm (lớp học được chia thành 4 nhóm) và theo yêu cầu của GV.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu các nhóm treo bảng phụ lên vị trí quy định và gọi ngẫu nhiên 1 nhóm lên trình bày kết quả làm việc của nhóm. GV tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận và đánh giá, nhận xét kết quả làm việc của các nhóm.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá thái độ làm việc của từng HS và kết quả làm việc của mỗi nhóm HS.
- GV chốt kiến thức, yêu cầu HS so sánh giữa $P(E)$ và $P(F)$ rồi rút ra kết luận.

Hoạt động 9. Luyện tập 4 (12 phút)

a) Mục tiêu: củng cố và rèn kỹ năng lập bảng thống kê dữ liệu 2×2 .

b) Nội dung: Giải quyết **Ví dụ 5**.

Ví dụ 5. Một công ty dược phẩm muốn so sánh tác dụng điều trị bệnh X của hai loại thuốc M và N. Công ty đã tiến hành thử nghiệm với 4 000 bệnh nhân mắc bệnh X, trong đó số bệnh nhân dùng thuốc M khỏi bệnh là 1 600 người, không khỏi bệnh là 800 người; số bệnh nhân dùng thuốc N khỏi bệnh là 1 200 người, không khỏi bệnh là 400 người.

• **Nhiệm vụ 1.** Hoàn thành bảng dữ liệu thống kê sau đây:

	Uống thuốc M	Uống thuốc N
Khỏi bệnh		
Không khỏi bệnh		

• **Nhiệm vụ 2.** Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân trong số 4 000 bệnh nhân thử nghiệm sau khi uống thuốc. Tính xác suất để bệnh nhân đó

- + Uống thuốc M, biết rằng bệnh nhân đó khỏi bệnh.
- + Uống thuốc N, biết rằng bệnh nhân đó không khỏi bệnh.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

• *Nhiệm vụ 1.*

	Uống thuốc M	Uống thuốc N
Khỏi bệnh	1 600	1 200
Không khỏi bệnh	800	400

• *Nhiệm vụ 2.*

+ Xác suất để bệnh nhân uống thuốc M, biết bệnh nhân đó khỏi bệnh là $p_1 = \frac{4}{7}$.

+ Xác suất để bệnh nhân uống thuốc N, biết bệnh nhân đó không khỏi bệnh là $p_2 = \frac{1}{3}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu nội dung **Ví dụ 4**. Yêu cầu HS nghiên cứu kĩ và hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân và tích cực thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV chọn ngẫu nhiên 2 HS báo cáo kết quả thực hiện nhiệm vụ. Tổ chức cho lớp trao đổi, thảo luận về kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá thái độ làm việc của từng HS và kết quả làm việc của từng HS.
- GV chốt kiến thức.

Hoạt động 10. Luyện tập 5 (10 phút)

a) Mục tiêu: Rèn luyện kĩ năng tính xác suất có điều kiện dựa vào bảng thống kê dữ liệu 2×2 .

b) Nội dung: GV trình chiếu **Ví dụ 6**.

Ví dụ 6. Một cửa hàng bán hoa quả khảo sát 400 người xem họ thích hay không thích hai loại quả cam và chuối. Kết quả khảo sát được cho ở bảng thống kê dưới đây:

Loại quả		Chuối		
Cam	Sở thích	Thích	Không thích	
	Thích	191	34	225
	Không thích	149	26	175
		340	60	400

Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm. Tính xác suất để người này:

- 1) Thích chuối, biết rằng người này thích cam.
- 2) Không thích cam, biết rằng người này thích chuối.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

Gọi A là biến cố: “Người đó thích chuối” và B là biến cố: “Người đó thích cam”.

- 1) Xác suất để người đó thích chuối, biết người đó thích cam là $P(A|B) = \frac{191}{225}$.

2) Xác suất để người đó không thích cam, biết người đó thích chuối là $P(\overline{B} | A) = \frac{149}{340}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu **Ví dụ 6**, đồng thời phát nội dung **Ví dụ 6** đã in trên giấy A4 cho HS. Yêu cầu HS đọc kĩ nội dung và thực hiện nhiệm vụ theo yêu cầu.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân, sau đó làm việc theo cặp đôi.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi ngẫu nhiên một số HS và chiếu kết quả thực hiện nhiệm vụ.
- GV tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá thái độ làm việc của từng HS và kết quả làm việc của mỗi nhóm HS.
- GV chốt kiến thức.

*** Củng cố, dặn dò (3 phút)**

- GV hướng dẫn HS làm các **Bài tập 6.3** và **6.5** trang 70, SGK.
- GV yêu cầu HS hệ thống hoá kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

TIẾT 4. CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT

Hoạt động 11. Khởi động hình thành công thức nhân xác suất (12 phút)

a) Mục tiêu: Khởi động hình thành công thức nhân xác suất.

b) Nội dung: GV trình chiếu **Phiếu học tập 3**.

Với hai biến cố A và B bất kì, hãy khẳng định hoặc bác bỏ nhận định $P(AB) = P(B) \cdot P(A | B)$ thông qua hai trường hợp sau đây:

1) $P(B) > 0$.

2) $P(B) = 0$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

- Khi $P(B) > 0$ thì theo định nghĩa xác suất có điều kiện ta có $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ nên

$$P(AB) = P(B) \cdot P(A | B).$$

- Khi $P(B) = 0$ thì hiển nhiên $P(AB) = 0$ nên $P(AB) = P(B) \cdot P(A | B)$ cũng đúng.

Vậy với hai biến cố bất kì A và B , ta có: $P(AB) = P(B) \cdot P(A | B)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu đồng thời phát **Phiếu học tập 3** cho HS. Yêu cầu HS đọc kĩ nội dung phiếu học tập và thực hiện nhiệm vụ theo yêu cầu.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân, sau đó làm việc theo cặp đôi.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi ngẫu nhiên một số HS và chiếu kết quả thực hiện nhiệm vụ. Tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận.

Bước 4: Kết luận, nhận định

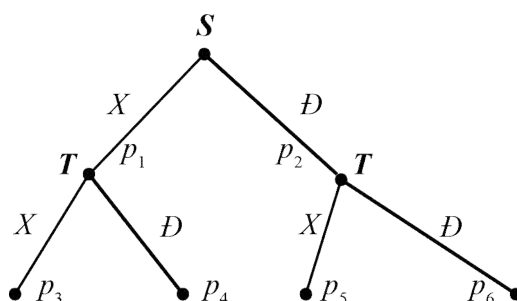
- GV nhận xét, đánh giá thái độ làm việc của từng HS và kết quả làm việc của mỗi nhóm HS.
- GV chốt kiến thức.

Hoạt động 12. Hình thành kĩ năng thiết lập sơ đồ hình cây và củng cố công thức nhân xác suất (25 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành kĩ năng thiết lập sơ đồ hình cây và củng cố công thức nhân xác suất

b) **Nội dung:** GV trình chiếu **Ví dụ 7** và yêu cầu HS thực hiện nhiệm vụ.

Ví dụ 7. Trong một hộp kín có 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một chiếc bút bi từ trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một chiếc bút trong 11 chiếc bút còn lại.



Hoàn thành sơ đồ hình cây ở trên, biết X là kí hiệu lấy được chiếc bút bi xanh, $Đ$ là kí hiệu lấy được chiếc bút bi đen và $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6$ là các giá trị xác suất cần tính.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

$$p_1 = \frac{7}{12}, p_2 = \frac{5}{12}, p_3 = \frac{6}{11}, p_4 = \frac{5}{11}, p_5 = \frac{7}{11}, p_6 = \frac{4}{11}.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu nội dung ví dụ và phát tờ giấy đã in nội dung **Ví dụ 4** cho từng HS. Yêu cầu HS đọc kĩ nhiệm vụ và hoàn thành nhiệm vụ. HS làm việc cá nhân, sau đó thảo luận theo cặp đôi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện nhiệm vụ theo yêu cầu của GV.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi ngẫu nhiên 2 HS lên bảng báo cáo kết quả thực hiện nhiệm vụ.
- GV tổ chức cho HS trong lớp trao đổi, thảo luận.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá thái độ làm việc của từng HS và kết quả làm việc của mỗi nhóm HS.
- GV chốt kiến thức và nhấn mạnh đến kĩ năng lập sơ đồ hình cây.

Hoạt động 13. Luyện tập 6 (10 phút)

a) **Mục tiêu:** củng cố kỹ năng tính xác suất có điều kiện dựa vào sơ đồ cây.

b) **Nội dung:** Giải quyết **Ví dụ 8**.

Ví dụ 8. Một lô sản phẩm có 20 sản phẩm, trong đó có 5 sản phẩm chất lượng thấp. Lấy liên tiếp hai sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không được bỏ lại vào lô sản phẩm. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu nội dung **Ví dụ 8** và phát tờ giấy đã in nội dung **Ví dụ 8** cho từng HS. Yêu cầu HS đọc kỹ và hoàn thành nhiệm vụ.
- HS làm việc cá nhân, sau đó thảo luận theo cặp đôi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện nhiệm vụ theo yêu cầu của GV.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi ngẫu nhiên 2 HS lên bảng báo cáo kết quả thực hiện nhiệm vụ. Tổ chức cho HS trong lớp trao đổi, thảo luận.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá thái độ làm việc của từng HS và kết quả làm việc của mỗi nhóm HS.
- GV chốt kiến thức và nhấn mạnh đến kỹ năng lập sơ đồ hình cây.

* **Củng cố, dặn dò (3 phút)**

- GV hướng dẫn HS làm các bài tập trong sách bài tập.
- GV yêu cầu HS đọc trước nội dung **Bài 19: “Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes”**.
- GV yêu cầu HS hoàn thành câu hỏi kiểm tra, đánh giá cuối bài trên hệ thống trực tuyến hoặc trên giấy.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hai biến cố độc lập A, B với $P(A) = 0,8, P(B) = 0,25$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng:

- A. 0,2 B. 0,8 C. 0,25 D. 0,75

Câu 2. Trong một khu phố có 100 nhà, tại đó có 60 nhà gắn biển số chẵn và 40 nhà gắn biển số lẻ. Bên cạnh đó, có 50 nhà gắn biển số chẵn và 20 nhà gắn biển số lẻ đều có ô tô. Chọn ngẫu nhiên một nhà trong khu phố đó. Xác suất nhà được chọn có ô tô, biết rằng nhà đó gắn biển số chẵn là:

- A. $\frac{7}{10}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

Câu 3. Một lớp 12 có 40 học sinh. Qua khảo sát nhu cầu đăng kí tham gia các kì thi đánh giá năng lực và đánh giá tư duy, kết quả thu được có 22 học sinh đăng kí thi đánh giá năng lực của Đại học Quốc gia Hà Nội, 25 học sinh đăng kí thi đánh giá tư duy của Đại học Bách khoa Hà Nội và có 3 học sinh không đăng kí thi của cả hai Đại học này. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Biết rằng học sinh đó đăng kí thi đánh giá năng lực của Đại học Quốc gia Hà Nội, xác suất để học sinh đó đăng kí thi đánh giá năng lực của Đại học Bách khoa Hà Nội là:

A. $\frac{6}{11}$

B. $\frac{7}{12}$

C. $\frac{8}{13}$

D. $\frac{5}{11}$

Câu 4. Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán và 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ trong lớp. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”.

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán”.

Trong mỗi ý a), b), c), d) dưới đây hãy chọn vào “đúng” hoặc “sai”.

	Đúng	Sai
a) $P(A) = 0,4$.		
c) $P(A B) = 0,75$.		
b) $P(B) = 0,625$.		
d) $P(B A) = 0,48$.		

Câu 5. Trong túi có một số cái kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. An lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó An lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất An lấy được cả hai cái kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?

BÀI 19. CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN VÀ CÔNG THỨC BAYES

(Thời gian thực hiện: 4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức, kĩ năng

Học xong bài này, HS cần đạt được các yêu cầu sau:

- Nắm được công thức xác suất toàn phần.
- Sử dụng sơ đồ hình cây để mô tả công thức xác suất toàn phần.
- Vận dụng công thức tính xác suất toàn phần trong một số bài toán có nội dung thực tế và trong Sinh học.
- Nắm được công thức Bayes. Biết được ý nghĩa của công thức này.
- Vận dụng công thức Bayes trong một số bài toán có nội dung thực tế, đặc biệt là chẩn đoán bệnh trong Y học.

2. Về năng lực, phẩm chất

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **GV:** Máy tính, máy chiếu, các hình ảnh minh hoạ, phiếu học tập.
2. **HS:** Kiến thức về tính xác suất cổ điển và kiến thức về thống kê.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN

Hoạt động 1. HĐ khởi động hình thành công thức xác suất toàn phần (32 phút)

a) Mục tiêu: Giới thiệu 3 bài toán mở đầu khơi dậy trí tò mò của HS nhằm hình thành công thức xác suất toàn phần.

b) Nội dung: GV trình chiếu lần lượt 3 bài toán và nêu vấn đề đối với mỗi bài toán để HS suy nghĩ, tìm hướng giải quyết, sau đó GV yêu cầu HS giải quyết **Bài toán 3**.

Bài toán 1 (Bán vé). Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,9; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé chỉ là 0,4. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,75. Nhà tổ chức sự kiện quan tâm đến xác suất để bán được hết vé là bao nhiêu?

Bài toán 2 (Kiểm tra linh kiện đạt tiêu chuẩn). Dây chuyền lắp ráp ô tô điện gồm các linh kiện là sản phẩm do hai nhà máy sản xuất ra. Số linh kiện nhà máy I sản xuất ra chiếm 55% tổng số linh kiện, số linh kiện nhà máy II sản xuất ra chiếm 45% tổng số linh kiện; tỉ lệ linh kiện đạt tiêu chuẩn của nhà máy I là 90%, của nhà máy II là 87%. Lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ dây chuyền lắp ráp đó để kiểm tra. Xác suất để linh kiện được lấy ra đạt tiêu chuẩn là bao nhiêu?

Bài toán 3. Một hộp có 24 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được đánh một trong các số 1, 2, ..., 24; hai thẻ khác nhau thì đánh hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ trong hộp. Xét biến cố A : “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3” và biến cố B : “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 4”.

1) Viết các tập con của không gian mẫu tương ứng với các biến cố $A, B, AB, \overline{AB}$.

2) Tính $P(A), P(AB)$ và $P(\overline{AB})$.

3) Chứng tỏ rằng $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B})$.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

- Đối với **Bài toán 1, Bài toán 2**, HS được nêu vấn đề và gặp vướng mắc trong việc tìm ra xác suất.
- Đối với **Bài toán 3**:

1) Không gian mẫu là: $\Omega = \{1; 2; \dots; 24\}$.

$$A = \{3; 6; 9; \dots; 24\}; B = \{4; 8; 12; \dots; 24\}; AB = \{12; 24\} \text{ và } \overline{AB} = \{3; 6; 9; 15; 18; 21\}.$$

2) Ta có $n(A) = 8; n(B) = 6; n(AB) = 2; n(\overline{AB}) = 6$. Suy ra $P(A) = \frac{8}{24}; P(AB) = \frac{2}{24}$ và $P(\overline{AB}) = \frac{6}{24}$.

3) Do đó $P(A) = \frac{8}{24} = \frac{2}{24} + \frac{6}{24} = P(AB) + P(\overline{AB})$ hay $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\overline{B})P(A|\overline{B})$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu từng bài toán, dành thời gian để HS suy nghĩ, trao đổi và thảo luận. Sau đó chuyển sang bài toán tiếp theo. Đối với **Bài toán 3**, GV yêu cầu HS hoàn thành nhiệm vụ vào phiếu làm việc cá nhân.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực trao đổi, thảo luận và thực hiện nhiệm vụ theo yêu cầu của GV.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận hướng giải quyết đối với từng bài toán. Đối với **Bài toán 3**, GV gọi HS lên bảng trình bày lời giải và tổ chức cho các HS còn lại nhận xét, đánh giá.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét về tinh thần, thái độ làm việc của HS.
- GV chốt kiến thức và chuẩn hoá kiến thức:

Công thức xác suất toàn phần: Cho hai biến cố A và B . Khi đó ta có công thức sau:

$$P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}).$$

Công thức trên đây là công thức xác suất toàn phần.

- GV yêu cầu HS viết công thức tính xác suất toàn phần khi tính $P(B)$.

Hoạt động 2. Vận dụng công thức xác suất toàn phần vào bài toán có nội dung thực tiễn (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng công thức xác suất toàn phần trong bài toán có nội dung thực tiễn.

b) **Nội dung:** Giải quyết **Bài toán 1** nêu trong phần khởi động.

Bài toán 1 (Bán vé). Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,9; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé chỉ là 0,4. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,75. Nhà tổ chức sự kiện quan tâm đến xác suất để bán được hết vé là bao nhiêu?

Để giải quyết bài toán, hãy thực hiện các nhiệm vụ sau:

1) Gọi A là biến cố: “Trời mưa” và B là biến cố: “Bán hết vé”. Viết công thức tính $P(B)$.

2) Tính $P(B)$.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

Bài toán 1 (Bán vé).

$$1) P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}).$$

2) Ta có $P(A) = 0,75$; $P(\bar{A}) = 0,25$; $P(B|A) = 0,4$ và $P(B|\bar{A}) = 0,9$. Suy ra $P(B) = 0,525$.

GV có thể yêu cầu HS vẽ sơ đồ hình cây để tính xác suất.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu lại nội dung **Bài toán 1** và bổ sung thêm 2 nhiệm vụ nhằm gợi mở cho HS tìm hướng giải quyết **Bài toán 1**. HS làm việc cá nhân sau đó làm việc cặp đôi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận và báo cáo kết quả thực hiện từng nhiệm vụ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét về tinh thần, thái độ làm việc của HS và chốt kiến thức.

* Củng cố, dặn dò (3 phút)

- GV yêu cầu HS nghiên cứu cách giải **Bài toán 2** và đọc trước nội dung còn lại của bài học.
- GV hướng dẫn HS giải **Bài tập 6.7** trang 77, SGK.

TIẾT 2. VẬN DỤNG CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN

Hoạt động 3. Vận dụng công thức xác suất toàn phần vào bài toán có nội dung thực tiễn (22 phút)

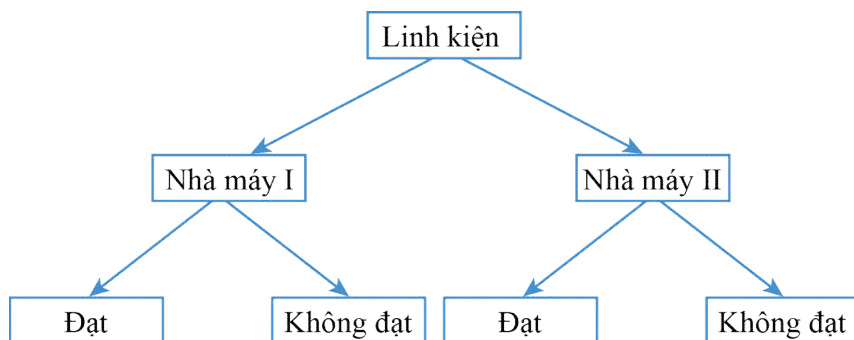
a) **Mục tiêu:** Vận dụng công thức xác suất toàn phần trong bài toán có nội dung thực tiễn.

b) **Nội dung:** Giải quyết **Bài toán 2** nêu trong phần khởi động.

Bài toán 2 (Kiểm tra linh kiện đạt tiêu chuẩn).

Dây chuyền lắp ráp ô tô điện gồm các linh kiện là sản phẩm do hai nhà máy sản xuất ra. Số linh kiện nhà máy I sản xuất ra chiếm 55% tổng số linh kiện, số linh kiện nhà máy II sản xuất ra chiếm 45% tổng số linh kiện; tỉ lệ linh kiện đạt tiêu chuẩn của nhà máy I là 90%, của nhà máy II là 87%. Lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ dây chuyền lắp ráp đó để kiểm tra. Xác suất để linh kiện được lấy ra đạt tiêu chuẩn là bao nhiêu?

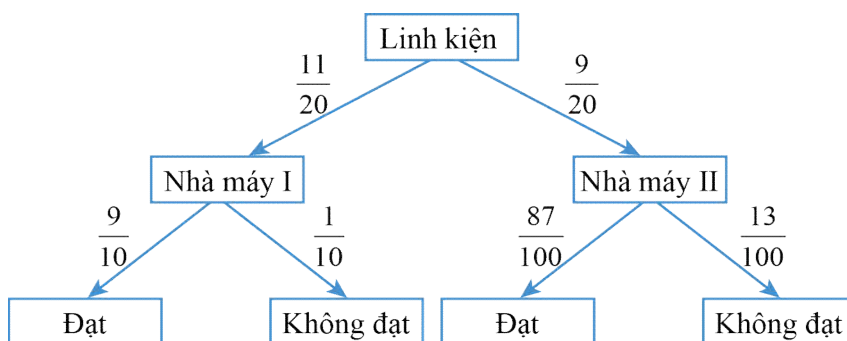
Để giải quyết bài toán, hãy thực hiện các nhiệm vụ sau:



- 1) Hoàn thành sơ đồ hình cây thể hiện việc lấy linh kiện có liên quan đến nhà máy I và nhà máy II.
- 2) Dựa vào sơ đồ hình cây nói trên, tính xác suất để linh kiện được lấy ra đạt tiêu chuẩn.
- 3) Hãy tính xác suất để linh kiện được lấy ra đạt tiêu chuẩn bằng công thức xác suất toàn phần.

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

- 1) Sơ đồ hình cây:



2) Từ sơ đồ hình cây, ta có xác suất để linh kiện lấy ra đạt tiêu chuẩn là $\frac{11}{20} \cdot \frac{9}{10} + \frac{9}{20} \cdot \frac{87}{100} = \frac{1773}{2000}$.

3) Gọi A là biến cố: “Linh kiện lấy ra từ nhà máy I” và B là biến cố: “Linh kiện lấy ra đạt tiêu chuẩn”. Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “Linh kiện lấy ra từ nhà máy II”.

$$\text{Do đó } P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = \frac{11}{20} \cdot \frac{9}{10} + \frac{9}{20} \cdot \frac{87}{100} = \frac{1773}{2000}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu lại nội dung **Bài toán 2** và đặt ra các nhiệm vụ để HS nghiên cứu, thực hiện.
- GV yêu cầu HS làm việc cá nhân, sau đó làm việc cặp đôi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi ngẫu nhiên 1 HS lên bảng trình bày kết quả thực hiện nhiệm vụ. Sau đó tổ chức HS trao đổi, thảo luận.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc của HS và chốt kiến thức.

Hoạt động 4. Vận dụng công thức xác suất toàn phần để giải bài toán di truyền (20 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng công thức xác suất toàn phần để giải bài toán về di truyền.

b) Nội dung: Giải quyết phần **Vận dụng** và **Luyện tập 3** trang 74, SGK.

Vận dụng: Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b.

Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%.

1) Tính xác suất để cây con có kiểu gene bb.

2) Hãy ước lượng tỉ lệ cây con có kiểu gene BB.

3) Sử dụng kết quả các ý trên, hãy ước lượng tỉ lệ cây con có kiểu gene Bb.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

- 1) Gọi A là biến cố: “Cây bố có kiểu gene bb ”; M là biến cố: “Cây con lấy gene b từ cây bố”; N là biến cố: “Cây con lấy gene b từ cây mẹ”; E là biến cố: “Cây con có kiểu gene bb ”.

Theo giả thiết, M và N độc lập nên $P(E) = P(M) \cdot P(N)$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có $P(M) = P(A) \cdot P(M | A) + P(\bar{A}) \cdot P(M | \bar{A})$.

Ta có $P(A) = 0,4; P(\bar{A}) = 0,6$.

- 2) Gọi K là biến cố: “Cây con nhận gene B từ bố”; H là biến cố: “Cây con nhận gene B từ mẹ”; F là biến cố: “Cây con có kiểu gene BB ”.

Theo giả thiết, K và H độc lập nên $P(F) = P(K) \cdot P(H)$.

Tính được $P(F) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$.

- 3) Tỷ lệ cây con có kiểu gen Bb là khoảng 42%.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu nội dung **Vận dụng** và yêu cầu HS làm việc cá nhân. Sau đó làm việc cặp đôi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi ngẫu nhiên 1 HS lên bảng và tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận bài làm.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá tinh thần, thái độ và kết quả làm việc của HS.
- GV chốt kiến thức và tổng kết lại phương pháp giải.

*** Củng cố, dặn dò (3 phút)**

- GV hướng dẫn HS giải **Bài tập 6.8** và **6.9** trang 78, SGK.
- GV yêu cầu HS đọc trước nội dung kiến thức còn lại của bài học.

TIẾT 3. CÔNG THỨC BAYES

Hoạt động 5. Khởi động (Mở đầu)(10 phút)

a) Mục tiêu: Khởi động cho nhu cầu cần có công thức Bayes.

b) Nội dung: GV trình chiếu nội dung **HĐ2** trang 75, SGK.

Trong Y học, để chẩn đoán bệnh X nào đó, người ta thường dùng một xét nghiệm. Xét nghiệm dương tính, tức là xét nghiệm đó kết luận một người mắc bệnh X . Xét nghiệm âm tính, tức là xét nghiệm đó kết luận một người không mắc bệnh X . Vì không có một xét nghiệm nào tuyệt đối đúng nên trên thực tế có thể xảy ra hai sai lầm sau:

- Xét nghiệm dương tính nhưng thực tế người xét nghiệm không mắc bệnh. Ta gọi đây là dương tính giả.
- Xét nghiệm âm tính nhưng thực tế người xét nghiệm lại mắc bệnh. Ta gọi đây là âm tính giả.

Ông M đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo X . Biết rằng, nếu một người mắc bệnh X thì với xác suất 0,95 xét nghiệm cho dương tính; nếu một người không mắc bệnh X thì với xác suất 0,01 xét

nghiệm cho dương tính. Xét nghiệm của ông M cho kết quả dương tính. Ông M hoảng hốt khi nghĩ rằng mình có xác suất 0,95 mắc bệnh hiểm nghèo X. Gọi A là biến cố: “Ông M mắc bệnh hiểm nghèo X”; B là biến cố: “Xét nghiệm cho kết quả dương tính”.

1) Hãy diễn đạt bằng lời các kí hiệu $P(A|B)$ và $P(B|A)$.

2) $P(A|B) = 0,95$ hay $P(B|A) = 0,95$?

Có phải ông M có xác suất 0,95 mắc bệnh hiểm nghèo X không?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

1) $P(A|B)$ là xác suất để ông M mắc bệnh hiểm nghèo X với điều kiện xét nghiệm cho kết quả là dương tính. Còn $P(B|A)$ là xác suất để xét nghiệm cho kết quả dương tính với điều kiện ông M mắc bệnh hiểm nghèo X.

2) $P(B|A) = 0,95$. Kết luận ông M có xác suất 0,95 mắc bệnh hiểm nghèo X là không đúng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu nội dung HD khởi động và yêu cầu HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi ngẫu nhiên 1 HS trả lời câu hỏi. Tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá câu trả lời của HS và chốt kiến thức.
- GV giới thiệu về công thức Bayes và ý nghĩa của nó (yêu cầu HS ghi công thức ở trang 75, SGK và nêu ý nghĩa của công thức đó).
- GV nhấn mạnh đến các yếu tố trong công thức Bayes.

Công thức Bayes: Cho A và B là hai biến cố, với $P(B) > 0$. Khi đó, ta có công thức sau:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} \text{ hoặc } P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}.$$

Hoạt động 6. Vận dụng công thức Bayes để tính xác suất có điều kiện (32 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng công thức Bayes để tính xác suất có điều kiện.

b) Nội dung: Giải quyết Ví dụ 2 và Luyện tập 4 trang 76, SGK.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

• **Ví dụ 2:** Như SGK trang 76.

• **Luyện tập 4.** Gọi A là biến cố: “Chai rượu là rượu loại I”; B là biến cố: “Ông Tùng xác nhận đây là rượu loại I”.

Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có $P(A) = 0,3$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,7$.

$P(B|A)$ là xác suất để chai rượu loại I được ông Tùng xác nhận là rượu loại I.

Theo giả thiết ta có $P(B|A) = 0,9$.

$P(B|\bar{A})$ là xác suất để chai rượu không phải loại I được ông Tùng xác nhận nhầm là rượu loại I.

Theo giả thiết ta có $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,95 = 0,05$. Từ đó ta tính được $P(A|B) \approx 0,8852$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS giải **Ví dụ 2** và **Luyện tập 4**. Giải quyết xong nhiệm vụ này mới chuyển sang nhiệm vụ khác. HS làm việc cá nhân.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi ngẫu nhiên 1 HS lên bảng và tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận kết quả.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá tinh thần, thái độ và kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức và tổng kết lại phương pháp giải.

*** Củng cố, dặn dò (3 phút)**

GV nhấn mạnh đến các yếu tố trong công thức Bayes và lưu ý việc lựa chọn biến cố đối với những bài tập chưa có sẵn biến cố.

TIẾT 4. VẬN DỤNG

Hoạt động 7. Vận dụng công thức Bayes để giải quyết bài toán về Y học (27 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được công thức Bayes để giải quyết bài toán về Y học thông qua **Ví dụ 3** và **Luyện tập 5**.

b) Nội dung: Giải quyết một số vấn đề có liên quan đến tình huống mở đầu.

PHIẾU HỌC TẬP

Trong Y học, để chẩn đoán bệnh X nào đó, người ta thường dùng một xét nghiệm. Xét nghiệm dương tính, tức là xét nghiệm đó kết luận một người mắc bệnh X. Xét nghiệm âm tính, tức là xét nghiệm đó kết luận một người không mắc bệnh X. Vì không có một xét nghiệm nào tuyệt đối đúng nên trên thực tế có thể xảy ra hai sai lầm sau:

- Xét nghiệm dương tính nhưng thực tế người xét nghiệm không mắc bệnh. Ta gọi đây là dương tính giả.
- Xét nghiệm âm tính nhưng thực tế người xét nghiệm lại mắc bệnh. Ta gọi đây là âm tính giả.

Ông M đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo X. Biết rằng, nếu một người mắc bệnh X thì với xác suất 0,95 xét nghiệm cho dương tính; nếu một người không mắc bệnh X thì với xác suất 0,01 xét nghiệm cho dương tính. Xét nghiệm của ông M cho kết quả dương tính. Ông M hoảng hốt khi nghĩ rằng mình có xác suất 0,95 mắc bệnh hiểm nghèo X. Gọi A là biến cố: “Ông M mắc bệnh hiểm nghèo X”; B là biến cố: “Xét nghiệm cho kết quả dương tính”.

- 1) Giả sử p là tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo X. Tính xác suất để ông M mắc bệnh hiểm nghèo X nếu xét nghiệm cho kết quả dương tính.

2) Thống kê cho thấy, tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo X là 0,2%.

- Trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất mắc bệnh hiểm nghèo X của ông M là bao nhiêu?
- Sau khi xét nghiệm cho kết quả dương tính, xác suất mắc bệnh hiểm nghèo X của ông M là bao nhiêu?

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi:

1) Như trong SGK trang 76.

2) - Trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất mắc bệnh hiểm nghèo X của ông M là $0,2\% = 0,002$.

- Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có
$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})},$$

trong đó: $P(A) = 0,002$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,998$ và $P(B|A) = 0,95$; $P(B|\bar{A}) = 0,01$.

Do đó, $P(A|B) \approx 0,16$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 4 nhóm và phát phiếu học tập cho từng HS. Yêu cầu HS làm việc cá nhân, sau đó trao đổi thảo luận nhóm và ghi kết quả vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động thực hiện nhiệm vụ theo yêu cầu của GV.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu cả 4 nhóm treo bảng phụ lên vị trí quy định. Sau đó gọi ngẫu nhiên một nhóm và gọi ngẫu nhiên thành viên của nhóm đó lên bảng báo cáo kết quả. GV tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận kết quả của các nhóm và đánh giá đồng đẳng.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá tinh thần, thái độ và kết quả làm việc của HS và của các nhóm.
- GV chốt kiến thức và tổng kết phương pháp giải.

Hoạt động 8. Vận dụng công thức Bayes trong chẩn đoán bệnh (15 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng công thức Bayes trong chẩn đoán bệnh thông qua Ví dụ 4.

b) Nội dung: Giải quyết Ví dụ 4 trang 77, SGK.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của HS. Kết quả mong đợi như trong SGK.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS đọc kĩ nội dung Ví dụ 4 và gạch chân các từ khoá để lựa chọn biến cố cho phù hợp. Sau đó yêu cầu HS làm việc cặp đôi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động thực hiện nhiệm vụ theo yêu cầu của HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS bất kì lên bảng trình bày lời giải. Sau đó tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá tinh thần, thái độ và kết quả làm việc của các cặp đôi.
- GV chốt kiến thức và tổng kết phương pháp giải.
- GV hướng dẫn HS giải quyết **Bài tập 6.10** và **Bài tập 6.11** trang 78, SGK.

* **Củng cố, dặn dò (3 phút)**

- GV yêu cầu HS vẽ sơ đồ tư duy để hệ thống hoá các kiến thức đã học của toàn bộ chương này.
- GV hướng dẫn HS thực hiện các HĐ học tập.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó, $P(A)$ bằng:

- A. 0,7 B. 0,4 C. 0,58 D. 0,52

Câu 2. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A|B) = P(A)$. Tỉ số $\frac{P(B)}{P(B|A)}$ là:

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. 2

Câu 3. Một mảnh đất chia thành hai khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên một cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B là:

- A. $\frac{5}{14}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 4. Trong một hộp có 10 quả bóng màu xanh và 12 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có khối lượng và kích thước như nhau. Bạn Tuấn lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng, mỗi lần lấy 1 quả và không hoàn lại. Xét các biến cố:

A : “Lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh”; B : “Lần thứ hai lấy được quả bóng màu xanh”.

Xét tính đúng sai của mỗi khẳng định dưới đây.

- a) $P(A) = \frac{5}{11}$. b) $P(B|A) = \frac{10}{21}$. c) $P(B|\bar{A}) = \frac{3}{7}$. d) $P(B) = \frac{5}{11}$.

Câu 5. Năm 2001, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm A, cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 70%, còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1 000 000 con. Hỏi khi một con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm A thì xác suất để nó bị mắc bệnh bò điên là bao nhiêu?

Đáp số:

MỤC LỤC

		Trang
Các từ viết tắt		2
Lời nói đầu		3
PHẦN I	QUAN ĐIỂM VỀ PHƯƠNG ÁN MỞ	4
PHẦN II	NỘI DUNG	10
CHƯƠNG I	ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ	10
Bài 1	Tính đơn điệu và cực trị của hàm số	10
Bài 2	Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số	28
Bài 3	Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	42
Bài 4	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số	60
Bài 5	Ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn	83
CHƯƠNG II	VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN	89
Bài 6	Vectơ trong không gian	89
Bài 7	Hệ trục toạ độ trong không gian	115
Bài 8	Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ	127
CHƯƠNG III	CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM	150
Bài 9	Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị	150
Bài 10	Phương sai và độ lệch chuẩn	157
CHƯƠNG IV	NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN	166
Bài 11	Nguyên hàm	166
Bài 12	Tích phân	173
Bài 13	Ứng dụng hình học của tích phân	181
CHƯƠNG V	PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN	191
Bài 14	Phương trình mặt phẳng	191
Bài 15	Phương trình đường thẳng trong không gian	218
Bài 16	Công thức tính góc trong không gian	242
Bài 17	Phương trình mặt cầu	252
CHƯƠNG VI	XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN	266
Bài 18	Xác suất có điều kiện	266
Bài 19	Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes	277

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Tổng Giám đốc NGUYỄN TIẾN THANH

Chịu trách nhiệm nội dung:

Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Tổ chức và chịu trách nhiệm bản thảo:

Phó Tổng biên tập TRẦN QUANG VINH

Viện trưởng Viện nghiên cứu Sách và Học liệu Giáo dục PHAN XUÂN THÀNH

Biên tập nội dung:

HỒ QUANG VINH – TRẦN THỊ KIM THANH

Thiết kế – Chế bản:

Chế bản tại Viện nghiên cứu Sách và Học liệu Giáo dục

Trình bày bìa:

LƯƠNG QUỐC HIỆP

Sửa bản in:

HỒ QUANG VINH – TRẦN THỊ KIM THANH

Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam

Thiết kế bài dạy theo phương án mở môn Toán lớp 12

Mã số: D1LGZT001I24

In bản, khổ 19 x 26,5 cm

Đơn vị in:

Địa chỉ:

Số ĐKXB: 4986-2024/CXBIPH/5-2342/GD

Số QĐXB: .../QĐ-GD, Hà Nội ngày ... tháng ... năm

In xong và nộp lưu chiểu tháng ... năm

Mã số ISBN: 978-604-0-45130-9