

TRƯỜNG THỊ HỒNG THANH (Chủ biên) - NGUYỄN VĂN CƯỜNG
NGUYỄN NGỌC DUYỆT - PHẠM LÊ THÀNH ĐẠT - PHẠM BÌNH NGUYỄN
HUỲNH THẾ PHONG - LÊ HỒ QUÝ - HÀ VĂN THẮNG - NGUYỄN TIÊN TIẾN

THIẾT KẾ BÀI DẠY THEO PHƯƠNG ÁN MỞ

MÔN

TOÁN

Lớp

11

TRƯỜNG THỊ HỒNG THANH (Chủ biên) – NGUYỄN VĂN CƯỜNG
NGUYỄN NGỌC DUYỆT – PHẠM LÊ THÀNH ĐẠT
PHẠM BÌNH NGUYỄN – HUỲNH THẾ PHONG – LÊ HỒ QUÝ
HÀ VĂN THẮNG – NGUYỄN TIÊN TIẾN

THIẾT KẾ BÀI DẠY
THEO PHƯƠNG ÁN MỞ
MÔN TOÁN LỚP 11

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

CÁC TỪ VIẾT TẮT

SGK :	Sách giáo khoa
GV :	Giáo viên
HS :	Học sinh
GDPT :	Giáo dục phổ thông
MTCT :	Máy tính cầm tay
HĐ :	Hoạt động

LỜI NÓI ĐẦU

Để đáp ứng yêu cầu triển khai chương trình, SGK Trung học phổ thông mới, tiếp nối cuốn “*Thiết kế bài giảng theo phương án mở môn Toán lớp 10*”, chúng tôi xin trân trọng gửi tới các thầy cô giáo dạy lớp 11 cuốn “*Thiết kế bài giảng theo phương án mở môn Toán lớp 11*” theo chuẩn kiến thức, kỹ năng được quy định trong chương trình.

Cuốn sách gồm 33 bài soạn, mỗi bài gồm từ một tới ba tiết, được biên soạn bám sát bộ sách SGK “*Kết nối tri thức với cuộc sống*” của NXBGD Việt Nam, và theo tinh thần của Công văn số 5512 của Bộ Giáo dục và Đào tạo về tổ chức thực hiện kế hoạch giáo dục trong trường học. Cuối mỗi bài soạn, các tác giả có đề xuất một số bài tập kiểm tra đánh giá nhỏ, hi vọng hữu ích đối với các thầy cô giáo trong việc đánh giá nhanh sự nắm bắt bài học của HS.

Các bài soạn trong cuốn sách được thiết kế theo định hướng lấy HS là trung tâm và theo phương án mở, đáp ứng tinh thần đổi mới phương pháp dạy học. Trong mỗi bài soạn, các tác giả đã cân nhắc, lựa chọn các đối tượng và các ví dụ minh họa sao cho chúng vừa thể hiện bài học một cách chính xác, trực quan, vừa gần gũi với đời sống thực tế, tạo sự hứng thú cho HS, đồng thời giúp các em nhận ra sự gần gũi giữa Toán học và đời sống. Cũng cần nói thêm rằng, tuy các bài soạn được thiết kế theo tiến trình với các HĐ rất cụ thể của HS và thầy cô, có dự kiến thời gian cho từng HĐ, nhưng các kế hoạch giảng dạy này chỉ là những gợi ý, dựa trên đặc điểm số đông các lớp học. Trong thực tế giảng dạy, tùy vào đối tượng HS và cơ sở vật chất của nhà trường, các thầy cô có thể điều chỉnh linh hoạt để có được hiệu quả tốt nhất cho tiết học của mình.

Các tác giả hi vọng rằng, cuốn sách sẽ là công cụ thiết thực, góp phần hỗ trợ các thầy cô giáo trong giảng dạy Toán 11. Mặc dù đã dành tâm huyết biên soạn một cách cẩn thận, nhưng chắc chắn cuốn sách sẽ khó tránh khỏi những thiếu sót. Chúng tôi mong nhận được những ý kiến góp ý của các thầy cô giáo và bạn đọc để cuốn sách hoàn thiện hơn trong các lần tái bản sau.

Mọi ý kiến góp ý xin gửi về địa chỉ:

Ban Biên tập Toán, Viện Nghiên cứu Sách và Học liệu Giáo dục: 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, thành phố Hà Nội.

Chúng tôi trân trọng cảm ơn!

CÁC TÁC GIẢ

PHẦN I. QUAN ĐIỂM VỀ PHƯƠNG ÁN MỞ

1. Phương án mở trong thiết kế bài dạy

Chúng ta đều biết, không có một phương án dạy học nào phù hợp với mọi đối tượng HS và mọi trường học. Để có một tiết dạy hiệu quả nói riêng và cả một quá trình dạy học hiệu quả nói chung, ngoài việc nghiên cứu kĩ nội dung bài học, người GV cần nghiên cứu kĩ đặc điểm về tâm lí và nhận thức của HS lớp mình đang dạy, cũng như dựa trên điều kiện cơ sở vật chất của trường học, sĩ số HS,... để đưa ra những phương án tốt nhất. Ngoài ra, ngay cả khi đã chuẩn bị một kế hoạch trước khi lên lớp, trong tiết dạy thực tế, người GV vẫn có thể linh hoạt thay đổi theo tình huống diễn ra và sự đáp ứng của HS.

Phương án mở trong thiết kế bài dạy là những gợi ý về cách thức tổ chức một tiết dạy học. Các kế hoạch bài dạy được các tác giả biên soạn dựa trên đặc điểm chung của số đông HS các vùng miền trên cả nước để GV có thể tham khảo. Trong mỗi bài dạy, các tình huống, các ví dụ, các phiếu học tập, các phương án tổ chức,... được đưa ra chỉ là những ví dụ minh hoạ tiêu biểu, để từ đó, GV có thể thay đổi và áp dụng vào bài giảng của mình.

Thiết kế bài dạy theo phương án mở còn có ý nghĩa “mở” về mặt nội dung. Các tình huống và các ví dụ được đưa ra đều cố gắng gắn liền với các HĐ thực tiễn. Điều này giúp GV đưa được nhiều nội dung Toán học có ứng dụng trong thực tế cuộc sống vào trong bài học, tạo hứng thú học tập cho HS, giúp các em nhận ra sự gần gũi giữa Toán học và đời sống.

2. Phân tích sự thể hiện của phương án mở trong một số thiết kế minh hoạ

Dựa trên các thiết kế trong cuốn sách này, GV có thể đưa ra các phương án dạy khác nhau. Dưới đây là một vài ví dụ minh hoạ về các phương án khác nhau trong mỗi HĐ.

a) Hoạt động mở đầu

BÀI: ĐỊNH NGHĨA VÀ Ý NGHĨA ĐẠO HÀM

Hoạt động mở đầu với mục tiêu tạo sự chú ý và tạo tình huống để HS tiếp cận với bài toán tính vận tốc tức thời, dẫn đến khái niệm đạo hàm.

Phương án 1. Thực hiện theo gợi ý trong SGK, GV cho HS quan sát các hình ảnh hoặc video (nếu có) và đặt câu hỏi để các nhóm HS thảo luận và tìm ra câu trả lời.



Hình 9.1



Hình 9.2

- **H1:** Theo em ở Hình 9.1, chú công an giao thông đang làm gì?
- **H2:** Vận tốc của vận động viên tại các thời điểm khác nhau có bằng nhau không? Có tính được vận tốc tại thời điểm t_0 cụ thể được không?

Câu trả lời:

➤ **H1:** Trong Hình 9.1 chú công an đang dùng máy đo tốc độ các loại xe.

➤ **H2:** Vận động viên trong Hình 9.2 chạy trên quãng đường được tính theo công thức $S = f(t)$.

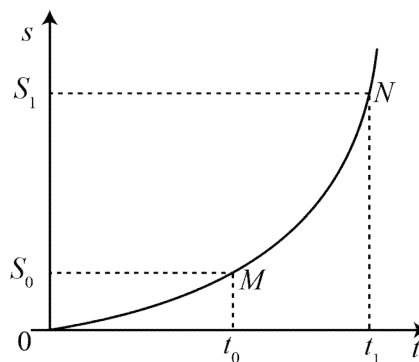
Giả sử tại thời điểm t_0 , vận động viên ở vị trí M có $S_0 = f(t_0)$; tại thời điểm t_1 ($t_1 > t_0$), vận động viên ở vị trí N có $S_1 = f(t_1)$. Khi đó, trong khoảng thời gian từ t_0 đến

t_1 , quãng đường vận động viên chạy được là $MN = f(t_1) - f(t_0)$.

Vậy vận tốc trung bình của vận động viên trong khoảng thời gian đó là $\frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$ (1). Nếu $t_1 - t_0$ càng nhỏ thì tỉ số (1) càng phản

ánh chính xác hơn sự nhanh chậm của vận động viên tại thời điểm t_0 . Từ đó, người ta xem giới hạn của tỉ số $\frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$ khi t_1

dần đến t_0 là vận tốc tức thời tại thời điểm t_0 của vận động viên, kí hiệu là $v(t_0)$.



Nói cách khác, $v(t_0) = \lim_{t_1 \rightarrow t_0} \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$.

➤ **H3:** Bài toán tìm vận tốc tức thời:

Quãng đường s của chuyển động là một hàm số của thời gian t : $s = s(t)$.

Giới hạn hữu hạn (nếu có) $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$ được gọi là vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t_0 .

Phương án 2. GV có thể đưa thêm các thông tin cụ thể của chuyển động để HS tính toán trên con số cụ thể. Chẳng hạn đưa ra một bảng, chỉ ra quãng đường ô tô di chuyển được sau mỗi phút (có sự thay đổi khác nhau) để HS tính vận tốc trung bình của ô tô trong những khoảng thời gian ngắn, có thể gọi ý công thức tính vận tốc trung bình nếu cần, giúp HS hình dung ra công thức tính vận tốc tức thời.

Như vậy cả hai phương án đều dùng hình ảnh để tạo sự chú ý và hứng thú cho HS. Trong **Phương án 1**, HS làm việc trên các công thức, tự thảo luận để tìm ra phương án tính vận tốc tức thời, cần sự tư duy tương đối khó. Ở **Phương án 2**, HS có thể đi từ những con số cụ thể, tính toán được vận tốc tại các thời điểm khác nhau, để từ đó tiến tới công thức tính vận tốc tức thời. Tùy đối tượng HS, GV có thể chọn phương án và có gợi ý phù hợp.

b) Hoạt động hình thành kiến thức mới

BÀI: LÔGARIT

Hoạt động hình thành khái niệm lôgarit

Sách đưa ra gợi ý là một phiếu học tập gồm ba nhiệm vụ, HS thực hiện lần lượt từng nhiệm vụ và có thể đi đến tự định nghĩa khái niệm lôgarit:

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Nhiệm vụ 1. Tìm x biết:

a) $3^x = 9$; b) $3^x = \frac{1}{27}$; c) $3^x = \sqrt[5]{3}$.

Nhiệm vụ 2. Từ kết quả $5^3 = 125$, ta nói “**3 là lôgarit cơ số 5 của 125**”, viết là $3 = \log_5 125$. Hãy điền vào chỗ trống để được những khẳng định đúng.

a) $3^2 = 9$, nên ta nói “**2 là lôgarit cơ số 3 của**”, viết là $2 = \log_3 \dots$.

b) Ta nói “**-3 là lôgarit cơ số 3 của $\frac{1}{27}$** ”, viết là $-3 = \log_3 \frac{1}{27}$, vì $3^{-3} = \dots$.

c) $\log_3 \frac{1}{27} = \dots$, vì $3^{-3} = \dots$. d) $\log_3 \dots = \frac{1}{5}$, vì $3^{\dots} = \sqrt[5]{3}$.

e) $\log_a N = b$, vì $a^b = \dots$.

Nhiệm vụ 3. Cho a là số thực dương, khác 1 và N là một số thực dương. Sử dụng cách viết $\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$, hãy điền vào chỗ trống để được cách viết đúng.

a) $\log_3 9 = 2 \Leftrightarrow \dots$ b) $\log_3 \frac{1}{27} = \dots \Leftrightarrow \dots$.

c) $\log_3 \dots = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \dots$ d) $\log_a \dots = 1 \Leftrightarrow \dots$.

e) $\log_a 1 = \dots \Leftrightarrow \dots$.

Theo em, $\log_a N$ là một số x như thế nào? Hãy định nghĩa $\log_a N$.

Câu trả lời:

- **Nhiệm vụ 1.** a) $x = 2$. b) $x = -3$. c) $x = \frac{1}{5}$.

- **Nhiệm vụ 2.**

a) $3^2 = 9$, nên ta nói “**2 là lôgarit cơ số 3 của 9**”, viết là $2 = \log_3 9$.

b) Ta nói “**-3 là lôgarit cơ số 3 của $\frac{1}{27}$** ”, viết là $-3 = \log_3 \frac{1}{27}$, vì $3^{-3} = \frac{1}{27}$.

c) $\log_3 \frac{1}{27} = -3$, vì $3^{-3} = \frac{1}{27}$. d) $\log_3 \sqrt[5]{3} = \frac{1}{5}$, vì $3^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{3}$. e) $\log_a N = b$, vì $a^b = N$.

- **Nhiệm vụ 3.**

a) $\log_3 9 = 2 \Leftrightarrow 3^2 = 9$. b) $\log_3 \frac{1}{27} = -3 \Leftrightarrow 3^{-3} = \frac{1}{27}$.

c) $\log_3 \sqrt[5]{3} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{3}$. d) $\log_a a = 1 \Leftrightarrow a^1 = a$. e) $\log_a 1 = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$.

GV có thể linh hoạt thay đổi nội dung phiếu học tập để phù hợp với HS lớp mình và lựa chọn một trong hai phương án sau:

Phương án 1. GV trình chiếu và phát phiếu học tập gồm cả ba nhiệm vụ cho HS thảo luận theo nhóm hoặc theo cặp để thực hiện nhiệm vụ. Kết thúc HĐ đại diện HS báo cáo kết quả trước lớp.

Phương án 2. GV có thể đưa từng nhiệm vụ để HS thảo luận theo cặp, tùy tốc độ làm bài của HS, GV có thể gợi ý và đưa ra nhiệm vụ tiếp theo, thay đổi mức độ khó dễ nếu cần. HS báo cáo kết quả từng nhiệm vụ theo tiến trình và sự điều hành của GV.

Như vậy, trong cả hai phương án, sau khi thực hiện thành công nhiệm vụ, kết quả mong muốn đạt được là HS tự định nghĩa được khái niệm lôgarit: $\log_a N$ là một số thực x thỏa mãn $a^x = N$. Trong *Phương án 1*, HS tự thảo luận và tự thực hiện đến nhiệm vụ cuối cùng, giúp HS phát huy tính chủ động, khả năng làm việc nhóm của HS. Trong *Phương án 2*, HS thực hiện nhiệm vụ theo sự dẫn dắt của GV, GV có thể gợi ý, tạo thêm sự hào hứng cho HS trong cả quá trình diễn ra HĐ.

c) Hoạt động thực hành

BÀI: MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Hoạt động thực hành ghép nhóm mẫu số liệu từ mẫu số liệu chi tiết cho trước

Thực hành 1. GV đưa ra các mẫu số liệu có sẵn theo gợi ý trong sách hoặc có thể lấy những mẫu số liệu theo đặc trưng của địa phương, của trường sở tại để HS thực hiện các yêu cầu ghép nhóm khác nhau. Mỗi nhóm HS làm việc với các mẫu số liệu khác nhau, và có thể cùng số liệu nhưng với yêu cầu khác nhau và cử đại diện thuyết trình về kết quả của mình.

Các mẫu số liệu được gợi ý trong sách là:

- Mẫu số liệu trong **Luyện tập 2** SGK trang 60: Cân nặng (kg) của 35 người trưởng thành tại một khu dân cư:

43	51	47	62	48	40	50	62	53	56	40	48	56	53	50	42	55	
52	48	46	45	54	52	50	47	44	54	55	60	63	58	55	60	58	53

- Mẫu số liệu về số lượng đơn hàng của một cửa hàng trong 30 ngày của một tháng:

10	13	15	10	16	20	11	13	18	15	21	7	18	16	11
15	9	25	15	12	14	16	18	17	20	14	12	21	23	17

Yêu cầu 1: chuyển mẫu số liệu thành mẫu số liệu ghép nhóm với 4 nhóm có độ dài bằng nhau.

Yêu cầu 2: chuyển mẫu số liệu thành mẫu số liệu ghép nhóm với 5 nhóm có độ dài bằng nhau.

Câu trả lời:

- Mẫu 1: Giá trị nhỏ nhất là 40, giá trị lớn nhất là 63, nên khoảng biến thiên là $63 - 40 = 23$. Nếu chia thành 4 nhóm thì mỗi nhóm có độ dài là 6, tổng độ dài sẽ là 24. Nếu chia thành 5 nhóm thì mỗi nhóm có độ dài là 5, tổng độ dài sẽ là 25.

Yêu cầu 1:

Cân nặng	[40; 46)	[46; 52)	[52; 58)	[58; 64)
Số người	6	10	12	7

Yêu cầu 2:

Cân nặng	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Số người	5	7	11	7	5

- Mẫu 2: Giá trị nhỏ nhất là 7, giá trị lớn nhất là 25, nên khoảng biến thiên là $25 - 7 = 18$. Nếu chia thành 4 nhóm thì mỗi nhóm có độ dài là 5, tổng độ dài sẽ là 20. Nếu chia thành 5 nhóm thì mỗi nhóm có độ dài là 4, tổng độ dài sẽ là 20, để cân bằng, ta lấy giá trị đầu là 6, giá trị cuối là 26.

Yêu cầu 1:

Cân nặng	[6; 11)	[11; 16)	[16; 21)	[21; 26)
Số người	4	12	10	4

Yêu cầu 2:

Cân nặng	[6; 10)	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)
Số người	2	8	11	7	2

Thực hành 2. GV có thể chiếu một mẫu số liệu duy nhất lên và cả lớp cùng thảo luận để ghép nhóm theo nhiều yêu cầu khác nhau, từ dễ đến khó.

Thực hành 3. GV có thể tổ chức (hoặc HS tự tổ chức) lấy mẫu số liệu ngay tại lớp, sau đó thực hành ghép nhóm số liệu vừa nhận được theo các yêu cầu khác nhau.

Như vậy, trong cả ba phương án thực hành, HS đều tự thực hiện việc ghép nhóm một mẫu số liệu chi tiết cho trước để có được mẫu số liệu ghép nhóm theo yêu cầu đặt ra. Trong *Thực hành 1*, sẽ có nhiều mẫu số liệu được đưa ra, HS rèn luyện thêm kỹ năng làm việc nhóm và kỹ năng thuyết trình. Phương án thực hành thứ hai cả lớp cùng làm theo sự dẫn dắt của GV sẽ tạo lên không khí hào hứng, sôi nổi trong lớp, GV có thể nâng yêu cầu từ dễ đến khó phù hợp sự đáp ứng của HS. Nếu có nhiều thời gian và tạo sự hào hứng hơn nữa cho HS, GV có thể chọn phương án *Thực hành 3*, để HS tự tạo ra bảng thống kê thực tế, có thật ngay tại lớp.

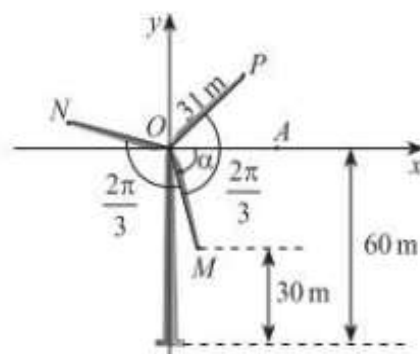
d) Hoạt động vận dụng

BÀI: CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Hoạt động vận dụng công thức lượng giác để tính khoảng cách trong thực tế

Trong HĐ vận dụng, GV có thể chọn những bài toán vận dụng khác nhau, chọn theo đặc điểm địa phương, hoặc những đối tượng có ngay trong trường hoặc trong lớp. Sách đã đưa ra hình ảnh cánh đồng tua-bin gió, với những cánh quạt kích thước lớn, việc đo đạc trực tiếp là khó khăn.

Trong hình dưới đây, ba điểm M, N, P nằm ở đầu các cánh quạt của tua-bin gió. Biết các cánh quạt dài 31 m, độ cao của điểm M so với mặt đất là 30 m, góc giữa các cánh quạt là $\frac{2\pi}{3}$ và số đo góc (OA, OM) là α .



➤ **H6:** Tính $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$.

➤ **H7:** Tính sin của các góc lượng giác (OA, OP) và (OA, ON) , từ đó tính chiều cao của các điểm P và N so với mặt đất (theo đơn vị mét). Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Câu trả lời:

- Ta có $\sin \alpha = \frac{30}{31}$, suy ra $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{61}}{31}$.

- Ta có $(OA, OP) = \frac{2\pi}{3} - \alpha$ nên $\sin(OA, OP) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) = \sin \frac{2\pi}{3} \cos \alpha - \cos \frac{2\pi}{3} \sin \alpha$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{61}}{31} - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{30}{31} = \frac{30 + \sqrt{183}}{62}.$$

- Ta có $(OA, ON) = 2 \cdot \frac{2\pi}{3} - \alpha = \pi + \frac{\pi}{3} - \alpha$.

Nên $\sin(OA, ON) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3} - \alpha\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$
$$= -\left(\sin \frac{\pi}{3} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{3} \sin \alpha\right) = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{61}}{31} - \frac{1}{2} \cdot \frac{30}{31}\right) = \frac{30 - \sqrt{183}}{62}.$$

- Ta suy ra khoảng cách từ điểm P đến trục Ox bằng:

$$OP \cdot \sin(OA, OP) = 31 \cdot \frac{30 + \sqrt{183}}{62} = \frac{30 + \sqrt{183}}{2} \approx 21,76.$$

Nên khoảng cách từ điểm P đến mặt đất xấp xỉ bằng $21,76 + 60 = 81,76$ (m).

- Và khoảng cách từ điểm N đến trục Ox bằng:

$$ON \cdot \sin(OA, ON) = 31 \cdot \frac{30 - \sqrt{183}}{62} = \frac{30 - \sqrt{183}}{2} \approx 8,24.$$

Nên khoảng cách từ điểm N đến mặt đất xấp xỉ bằng $8,24 + 60 = 68,24$ (m).

Phương án 1. GV đưa ra HĐ như gợi ý trên để HS cả lớp tự làm theo cá nhân và thảo luận theo cặp để thực hiện nhiệm vụ.

Phương án 2. GV có thể đưa thêm những bài toán vận dụng tương tự như bài toán đã đề nghị ở trên, chia lớp thành các nhóm, để HS mỗi nhóm thực hiện một bài toán khác nhau.

Phương án 3. GV có thể sử dụng những sự vật sẵn có trong trường, trong lớp, có hình ảnh tương tự như ví dụ, gợi ý trong sách, có thể tính toán được bằng cách vận dụng công thức lượng giác, để HS thực hành tính toán.

Với cả ba phương án, đều hướng tới mục tiêu HS vận dụng được các công thức đã học một cách hiệu quả vào bài toán thực tế. Mỗi phương án sẽ khác nhau về phương thức tổ chức HĐ, và các bài toán thực tế cũng có thể thay đổi để tăng thêm sự hào hứng cho HS. Nếu có thời gian và điều kiện thực tế, GV có thể cho HS thực hành đo đạc trên các vật có thật, giúp HS nhận ra sự gần gũi giữa Toán học và đời sống.

PHẦN II. NỘI DUNG

CHƯƠNG I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 11 bộ “Kết nối tri thức với cuộc sống”)

BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Hiểu khái niệm góc lượng giác và số đo của góc lượng giác.
- Hiểu khái niệm đơn vị độ và đơn vị radian, mối quan hệ giữa hai đơn vị này.
- Biết cách đổi giữa đơn vị độ và đơn vị radian, tính được độ dài cung tròn.
- Hiểu khái niệm đường tròn lượng giác và các giá trị lượng giác của một góc lượng giác.
- Biểu diễn được điểm trên đường tròn lượng giác khi biết số đo của góc lượng giác.
- Dựa vào đường tròn lượng giác xác định được dấu của các giá trị lượng giác.
- Sử dụng MTCT tính được giá trị của các góc lượng giác.
- Hiểu và vận dụng được hệ thức cơ bản giữa các giá trị lượng giác của một góc lượng giác.
- Hiểu và vận dụng được quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc lượng giác có liên quan đặc biệt: bù nhau, phụ nhau, đối nhau, hơn kém nhau π .

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: HS xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập, tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập, tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- *Năng lực tự quản lí*: Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lí nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.
- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua HĐ nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: HS nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề Toán học một cách lôgic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.

- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Chăm học, chăm chỉ đọc SGK, tài liệu và thực hiện các nhiệm vụ cá nhân nhằm tìm hiểu về đường tròn lượng giác và các công thức liên quan.
- Thông qua thực hiện bài học cung cấp cho HS kiến thức về đường tròn lượng giác và các công thức liên quan, qua đó giúp HS hiểu sâu hơn các bài toán Vật lí có liên quan đến kiến thức lượng giác.
- Năng động, trung thực, sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, làm bài tập nhóm.
- Hình thành tư duy lôgic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Giáo viên:** Máy tính, máy chiếu, các hình ảnh minh họa, phiếu học tập.

2. **Học sinh:** Kiến thức về giá trị lượng giác của góc từ 0° đến 180° ;

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. GÓC LƯỢNG GIÁC VÀ ĐƠN VỊ ĐO GÓC LƯỢNG GIÁC

Hoạt động 1: Khởi động (mở đầu) (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành khái niệm góc lượng giác.

b) **Nội dung:** GV hướng dẫn, tổ chức HS quan sát hình ảnh một chiếc đồng hồ và giúp HS bước đầu hình dung khái niệm góc lượng giác.

➤**H1:** Khi kim phút chuyển động từ số 12 đến số 5, số 8, số 9 thì nó tạo ra các góc có số đo lần lượt bằng bao nhiêu?

➤**H2:** Khi kim phút đi từ số 12 đến số 3, rồi tiếp tục quay đến số 3 lần hai thì dừng thì ta thu được một góc có số đo bằng bao nhiêu?

➤**H3:** Dự đoán số đo các góc tương ứng khi kim phút di chuyển đến số 3 lần 3, lần 4....

c) **Sản phẩm:**

➤**H1:** Các góc tạo thành có số đo lần lượt là $150^\circ, 240^\circ, 270^\circ \dots$

➤**H2:** Góc thu được có số đo là 450° .

➤**H3:** Các góc tương ứng có số đo là: $810^\circ, 1170^\circ \dots$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận để đưa ra được câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS đại diện cho nhóm trình bày, nhóm khác theo dõi và nêu nhận xét.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả.
- Các cung tương ứng trên là các hình ảnh về góc lượng giác.

Hoạt động 2: Góc lượng giác (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Nhận biết khái niệm góc lượng giác.

b) **Nội dung:** Trên hình đồng hồ bên, kim phút đang chỉ đúng số 2.

➤**H4:** Phải quay kim phút mấy phần của một vòng tròn theo chiều quay ngược chiều kim đồng hồ để nó chỉ đúng số 12?



Hình 1.1

➤ **H5:** Phải quay kim phút mấy phần của một vòng tròn theo chiều quay của kim đồng hồ để nó chỉ đúng số 12?

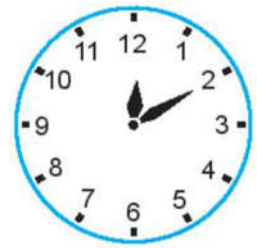
➤ **H6:** Có bao nhiêu cách quay kim phút theo một chiều xác định để kim phút từ vị trí chỉ đúng số 2 về vị trí chỉ đúng số 12?

c) Sản phẩm:

➤ **H4:** Quay 2 phần.

➤ **H5:** Quay 10 phần.

➤ **H6:** Có vô số cách quay (tùy theo số vòng quay).



12 giờ 10 phút

Hình 1.2

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Trình chiếu các yêu cầu và giao nhiệm vụ, HS HĐ theo nhóm 2 em cùng bàn.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát, hỗ trợ, giải thích câu hỏi nếu có em chưa hiểu rõ nội dung vấn đề nêu ra.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS thảo luận và trả lời các câu hỏi của GV.
- Các nhóm HS khác nhận xét, hoàn chỉnh câu trả lời.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS
- Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận và dẫn dắt HS hình thành kiến thức mới.

Hoạt động 3: Đơn vị đo góc và độ dài cung tròn (10 phút)

a) Mục tiêu: HS hiểu được đơn vị radian và biết cách quy đổi giữa đơn vị độ và đơn vị radian

b) Nội dung:

- Để đo góc, ta dùng đơn vị độ. Ta đã biết góc 1° bằng $\frac{1}{180}$ góc bẹt.
- Đối với các góc lượng giác, khi mà số vòng quay trong chuyển động tương ứng từ tia đầu đến tia cuối là khá lớn thì số đo của chúng tính bằng độ sẽ trở nên cồng kềnh. Do đó, trong khoa học và kỹ thuật, bên cạnh việc đo bằng độ, người ta còn sử dụng đơn vị đo góc bằng radian.
- Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = R\alpha$.

c) Sản phẩm: $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$ và $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV giới thiệu hai đơn vị đo độ và radian.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS chú ý lắng nghe.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Đặt câu hỏi, nếu thấy chưa hiểu.

Bước 4: Kết luận, nhận định

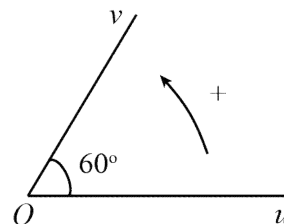
Chốt lại kiến thức.

Hoạt động 4: Luyện tập (12 phút)

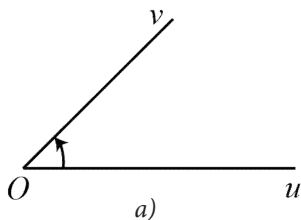
a) Mục tiêu: Củng cố khái niệm cung và góc lượng giác, cách quy đổi giữa đơn vị độ và đơn vị radian.

b) Nội dung:

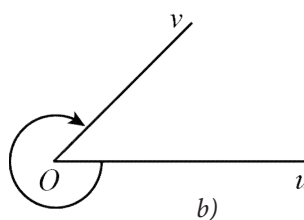
- a) Cho góc hình học uOv có số đo 60° (Hình 1.3). Xác định số đo của các góc lượng giác (Ou, Ov) và (Ov, Ou) .
- b) Cho góc hình học $\widehat{uOv} = 45^\circ$. Xác định số đo của góc lượng giác (Ou, Ov) trong trường hợp sau:



Hình 1.3



a)



b)

Hình 1.4

- c) Đổi từ đơn vị radian các số đo sau: $45^\circ, 150^\circ$. Đổi từ radian sang độ các số đo sau: $\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{4}$.

c) Sản phẩm:

- a) - Các góc lượng giác tia đầu Ou , tia cuối Ov có số đo là $\text{sđ}(Ou, Ov) = 60^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
 - Các góc lượng giác tia đầu Ov , tia cuối Ou có số đo là $\text{sđ}(Ov, Ou) = -60^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
- b) Các góc lượng giác tia đầu Ou , tia cuối Ov có số đo là $\text{sđ}(Ou, Ov) = 45^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$ hoặc $\text{sđ}(Ou, Ov) = -315^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

c) Ta có: $45^\circ = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$ và $150^\circ = 150 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}$.

Ta có: $\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ = 60^\circ$ và $\frac{5\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ = 225^\circ$.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

GV phân chia các nhóm, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (có thể nhóm 4-6 HS) hoàn thành yêu cầu. GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm, gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài.

Hoạt động 5: Vận dụng (5 phút)**a) Mục tiêu:** Tính độ dài cung tròn.

b) Nội dung: Trạm Vũ trụ Quốc tế ISS (tên Tiếng Anh: International Space Station) nằm trong quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất khoảng 400 km. Nếu trạm mặt đất theo dõi được trạm vũ trụ ISS khi nó nằm trong góc 45° ở tâm của quỹ đạo tròn này phía trên ăng-ten theo dõi, thì trạm vũ trụ ISS đã di chuyển được bao nhiêu kilômét trong khi nó đang được trạm mặt đất theo dõi? Giả sử rằng bán kính của Trái Đất là 6400 km. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

c) Sản phẩm:

Bán kính quỹ đạo của trạm Vũ trụ Quốc tế là:

$$R = 6400 + 400 = 6800 \text{ (km)}.$$

$$\text{Đổi } 45^\circ = 45 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4} \text{ (rad)}.$$

Vậy trong khi được trạm mặt đất theo dõi, trạm ISS đã di chuyển một quãng đường có độ dài là:

$$l = R\alpha = 6800 \cdot \frac{\pi}{4} \approx 5340,708 \approx 5341 \text{ (km)}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu. GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

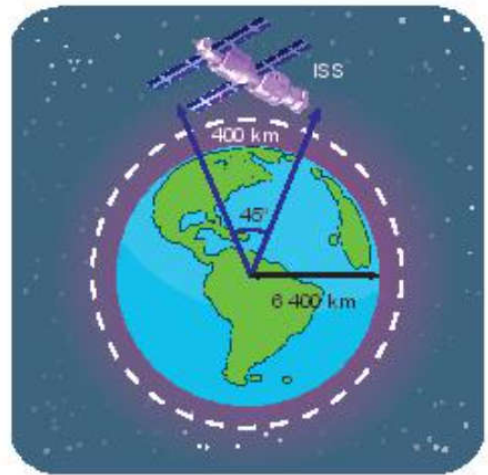
GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, giao nhiệm vụ về nhà.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại kiến thức về: cung và góc lượng giác, cách quy đổi giữa đơn vị độ và đơn vị radian, cách tính độ dài cung tròn.
- Làm **Bài tập 1.1; 1.2** trang 16, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tiếp tục tìm hiểu các đơn vị kiến thức còn lại của bài “*Giá trị lượng giác của góc lượng giác*”.



Hình 1.5

TIẾT 2. ĐƯỜNG TRÒN LƯỢNG GIÁC VÀ CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (8 phút) Đường tròn lượng giác

a) Mục tiêu: Hình thành khái niệm đường tròn lượng giác.

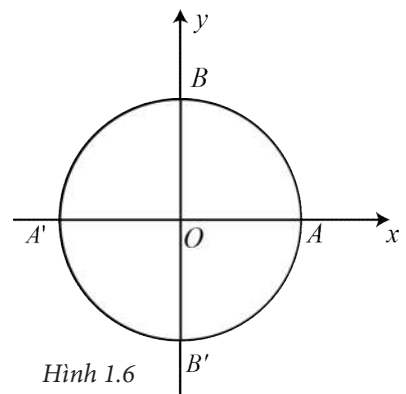
b) Nội dung:

➤H1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ đường tròn tâm O bán kính $R=1$. Chọn điểm gốc của đường tròn là giao điểm $A(1;0)$ của đường tròn với trục Ox .

➤H2: Xác định các điểm M và N trên đường tròn lượng giác lần lượt biểu diễn các góc lượng giác có số đo bằng $\frac{13\pi}{4}$ và -150° .

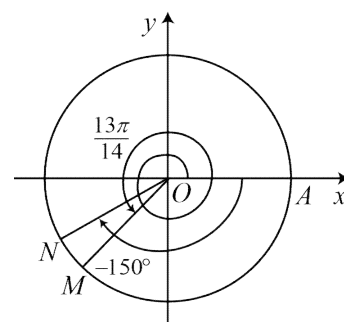
c) Sản phẩm:

➤H1: Hình 1.6.



Hình 1.6

➤**H2:** Điểm M và N lần lượt biểu diễn các góc lượng giác có số đo bằng $\frac{13\pi}{4}$ và -150° trên đường tròn lượng giác được xác định trong Hình 1.7.



Hình 1.7

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận để đưa ra được câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS đại diện cho nhóm trình bày, nhóm khác theo dõi và nêu nhận xét.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả, từ đó phát biểu định nghĩa đường tròn lượng giác:

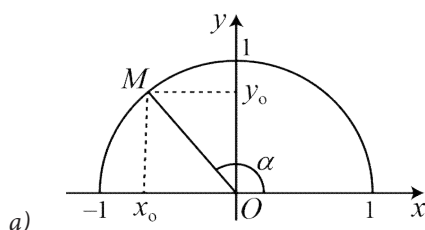
- Đường tròn lượng giác là đường tròn có tâm tại gốc toạ độ, bán kính bằng 1, được định hướng và lấy điểm $A(1;0)$ làm điểm gốc của đường tròn (ta quy ước chiều dương của đường tròn là chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ và chiều âm là chiều quay của kim đồng hồ).
- Điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo α (độ hoặc radian) là điểm M trên đường tròn lượng giác sao cho $sđ(OA, OM) = \alpha$.

Hoạt động 2: Các giá trị lượng giác của góc lượng giác (20 phút)

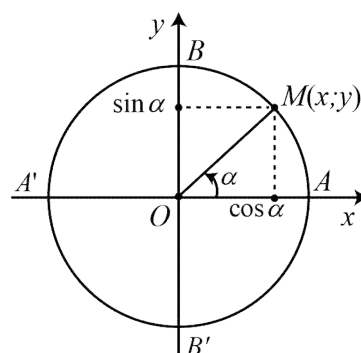
a) **Mục tiêu:** Hiểu khái niệm các giá trị lượng giác của một góc lượng giác.

b) **Nội dung:** Nhắc lại khái niệm các giá trị lượng giác $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$ của góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) đã học ở lớp 10.

c) **Sản phẩm:** HS nhắc lại (Hình 1.8).



Hình 1.8



d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Trình chiếu các yêu cầu và giao nhiệm vụ, HS HĐ theo nhóm 2 em cùng bàn.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát, hỗ trợ, giải thích câu hỏi nếu có em chưa hiểu rõ nội dung vấn đề nêu ra.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS thảo luận và trả lời các câu hỏi của GV, các nhóm HS khác nhận xét, hoàn chỉnh câu trả lời.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS.
- Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận và dẫn dắt HS hình thành kiến thức mới.
- GV chốt kiến thức: Ta có thể mở rộng khái niệm giá trị lượng giác cho các góc lượng giác có số đo tùy ý như sau:

- + Giả sử $M(x;y)$ là điểm trên đường tròn lượng giác, biểu diễn góc lượng giác có số đo α .
- Hoành độ x của điểm M được gọi là **côsin** của α , kí hiệu là $\cos \alpha$, nghĩa là $\cos \alpha = x$.
 - Tung độ y của điểm M được gọi là **sin** của α , kí hiệu là $\sin \alpha$, nghĩa là $\sin \alpha = y$.
 - Nếu $\cos \alpha \neq 0$, tỉ số $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ được gọi là **tang** của α , kí hiệu là $\tan \alpha$.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y}{x} \quad (x \neq 0).$$

- Nếu $\sin \alpha \neq 0$, tỉ số $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ được gọi là **côtang** của α , kí hiệu là $\cot \alpha$.

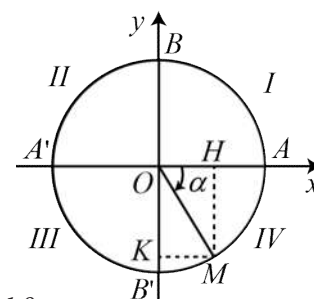
$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y} \quad (y \neq 0).$$

- Các giá trị $\cos \alpha, \sin \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ được gọi là các giá trị lượng giác của α . Ta còn gọi trục tung là **trục sin**, trục hoành là **trục côsin**.
- + Từ định nghĩa ta suy ra:
- $\sin \alpha, \cos \alpha$ xác định với mọi giá trị của α và ta có:

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1; \quad -1 \leq \cos \alpha \leq 1; \quad \sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha; \quad \cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

- $\tan \alpha$ xác định khi $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.
- $\cot \alpha$ xác định khi $\alpha \neq k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.
- Dấu của các giá trị lượng giác của một góc lượng giác phụ thuộc vào vị trí điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

Giá trị lượng giác \ Góc phần tư	I	II	III	IV
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-



Hình 1.9

Hoạt động 3: Sử dụng MTCT để đổi số đo góc và tìm giá trị lượng giác của góc (7 phút)

a) Mục tiêu: Sử dụng MTCT tính được giá trị của các góc lượng giác.

b) Nội dung: Sử dụng MTCT để tính: $\sin\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$; $\tan(63^\circ 52' 41'')$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ tư).

c) Sản phẩm:

Tính	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả
$\sin\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$	<code>MODE MODE MODE 2 sin ((-) 9 SHIFT (pi) ÷ 4) =</code>	-0.7071067	-0,7071
$\tan(63^\circ 52' 41'')$	<code>MODE MODE MODE 1 tan 6 3 ° ' " 5 2 ° ' " 4 1 ° ' " =</code>	2.0392766	2,0393

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV nêu yêu cầu đối với các em HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS chú ý lắng nghe.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Đặt câu hỏi, nếu thấy chưa hiểu.

Bước 4: Kết luận, nhận định

Thực hành lại một lần nữa các bước bấm máy.

Hoạt động 4: Luyện tập và vận dụng (8 phút)

a) Mục tiêu: Biểu diễn được điểm trên đường tròn lượng giác khi biết số đo của góc lượng giác.

b) Nội dung: Biểu diễn trên đường tròn lượng giác các góc lượng giác có số đo là:

$$i) 865^\circ;$$

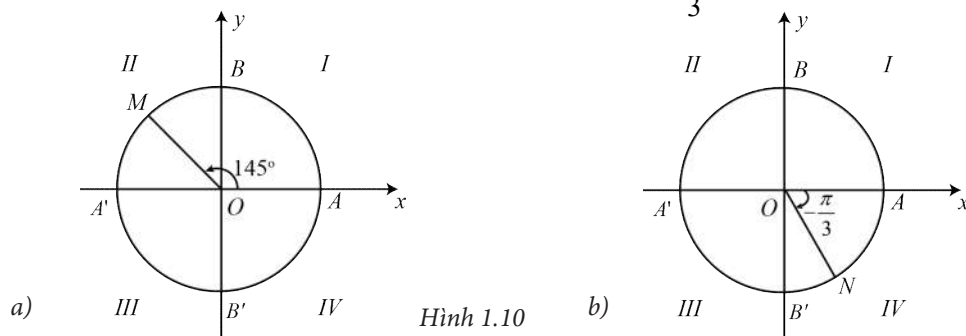
$$ii) -\frac{7\pi}{3}.$$

c) Sản phẩm:

i) Ta có $865^\circ = 145^\circ + 2.360^\circ$. Vậy điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo 865° là điểm M trên phần đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ II sao cho $\widehat{AOM} = 145^\circ$ (Hình 1.10a).

ii) Ta có $-\frac{7\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + (-1).2\pi$. Vậy điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo $-\frac{7\pi}{3}$ là điểm N trên phần

đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ IV sao cho $\widehat{AON} = -\frac{\pi}{3}$ (Hình 1.10b).

**d) Tổ chức thực hiện:****Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

GV phân chia các nhóm, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (có thể nhóm 4-6 HS) hoàn thành yêu cầu. GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm, gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài, giao nhiệm vụ về nhà.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại kiến thức về: cung và góc lượng giác, cách quy đổi giữa đơn vị độ và đơn vị radian, cách tính độ dài cung tròn.
- Làm Bài tập 1.3 trang 16, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tiếp tục tìm hiểu các đơn vị kiến thức còn lại của bài “Giá trị lượng giác của góc lượng giác”.

TIẾT 3. CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (12 phút) Các công thức lượng giác cơ bản

a) **Mục tiêu:** Hiểu được hệ thức cơ bản giữa các giá trị lượng giác của một góc lượng giác.

b) **Nội dung:**

➤H1: Dựa vào định nghĩa của $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$, hãy tính $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.

➤H2: Sử dụng kết quả của H1 và định nghĩa của $\tan \alpha$, hãy tính $1 + \tan^2 \alpha$.

c) **Sản phẩm:**

➤H1: Ta có $\sin^2 \alpha = y^2 = OK^2$ và $\cos^2 \alpha = x^2 = OH^2$.

Nên $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = OK^2 + OH^2 = OM^2 = 1^2 = 1$.

➤H2: Ta có $1 + \tan^2 \alpha = 1 + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận để đưa ra được câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS đại diện cho nhóm trình bày, nhóm khác theo dõi và nêu nhận xét.

Bước 4. Kết luận, nhận định

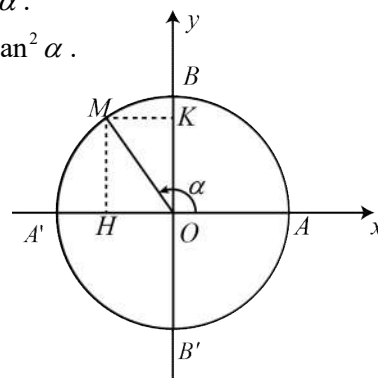
- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả.
- Đối với các giá trị lượng giác, ta có các hệ thức cơ bản sau:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2} \right)$$



Hình 1.11

Hoạt động 2: Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt (18 phút)

a) **Mục tiêu:** Hiểu được quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc lượng giác có liên quan đặc biệt: bù nhau, phụ nhau, đối nhau, hơn kém nhau π .

b) **Nội dung:** Xét hai điểm M, N trên đường tròn lượng giác xác định bởi hai góc đối nhau.

➤H3: Có nhận xét gì về vị trí của hai điểm M, N đối với hệ trục Oxy .

Từ đó rút ra mối liên hệ giữa: $\cos(-\alpha)$ và $\cos \alpha$; $\sin(-\alpha)$ và $\sin \alpha$.

➤H4: Từ kết quả H3, rút ra mối liên hệ giữa: $\tan(-\alpha)$ và $\tan \alpha$; $\cot(-\alpha)$ và $\cot \alpha$.

c) **Sản phẩm:**

➤H3: Ta có: $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ và $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$.

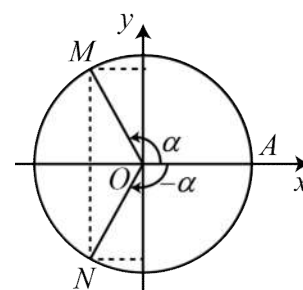
➤H4: Ta có: $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ và $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Trình chiếu các yêu cầu và giao nhiệm vụ, HS HĐ theo nhóm 2 em cùng bàn.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ



Hình 1.12

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ. GV quan sát, hỗ trợ, giải thích câu hỏi nếu có em chưa hiểu rõ nội dung vấn đề nêu ra.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

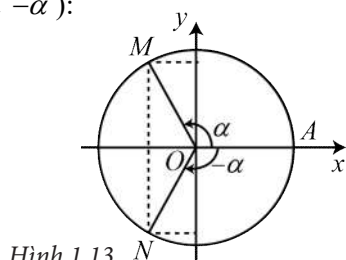
HS thảo luận và trả lời các câu hỏi của GV. Các nhóm HS khác nhận xét, hoàn chỉnh câu trả lời.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS.
- Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận, và dẫn dắt HS hình thành kiến thức mới.

Góc đối nhau (α và $-\alpha$):

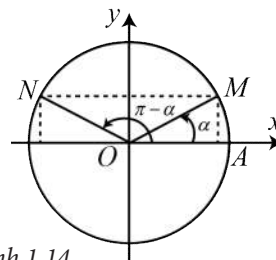
$$\begin{aligned}\cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ \tan(-\alpha) &= -\tan \alpha \\ \cot(-\alpha) &= -\cot \alpha\end{aligned}$$



Hình 1.13

Góc bù nhau (α và $\pi - \alpha$):

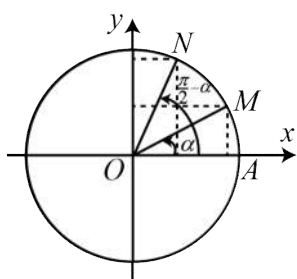
$$\begin{aligned}\sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi - \alpha) &= -\tan \alpha \\ \cot(\pi - \alpha) &= -\cot \alpha\end{aligned}$$



Hình 1.14

Góc phụ nhau (α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$):

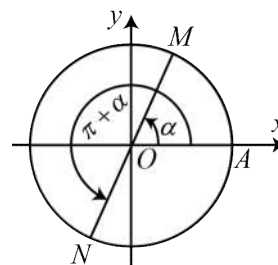
$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \sin \alpha \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \cot \alpha \\ \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \tan \alpha\end{aligned}$$



Hình 1.15

Góc hơn kém π (α và $\pi + \alpha$):

$$\begin{aligned}\sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi + \alpha) &= \tan \alpha \\ \cot(\pi + \alpha) &= \cot \alpha\end{aligned}$$



Hình 1.16

Hoạt động 3: Luyện tập (6 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng được hệ thức cơ bản giữa các giá trị lượng giác của một góc lượng giác.

b) **Nội dung:** Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$, $\left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0\right)$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α .

c) **Sản phẩm:** Ta có $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{7}{16}$. Do đó $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ hoặc $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

Vì $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên điểm biểu diễn của các góc α trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ IV, do đó $\sin \alpha < 0$.

$$\text{Suy ra } \sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}.$$

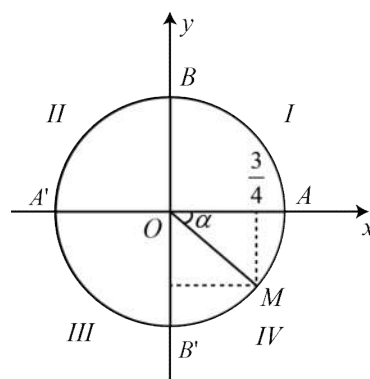
$$\text{Do đó } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{7}}{3} \text{ và } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{3\sqrt{7}}{7}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV nêu yêu cầu đối với các em HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ



Hình 1.17

HS chú ý lắng nghe, HĐ độc lập.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Trao đổi với bạn, đặt câu hỏi, nếu thấy chưa hiểu.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS và kết luận.

Hoạt động 4: Vận dụng (7 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng được quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc lượng giác có liên quan đặc biệt: bù nhau, phụ nhau, đối nhau, hơn kém nhau π .

b) **Nội dung:** Trong hình bên, vị trí cabin mà Bình và Cường ngồi trên vòng quay được đánh dấu với điểm B và C . Khi điểm B cách mặt đất 4 m thì điểm C cách mặt đất bao nhiêu mét? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

c) **Sản phẩm:** Khi điểm B cách mặt đất 4 m thì $HK = 4$, suy ra $OK = 13 - 4 = 9$ (m). Khi đó $\sin \alpha = -0,9 \Rightarrow \alpha \approx -64,158^\circ$.

Suy ra $(OA, OC) = -64,158^\circ - 90^\circ$.

Ta có: $\sin(OA, OC) = \sin(-64,158^\circ - 90^\circ) = \sin[-(90^\circ + 64,158^\circ)]$
 $= -\sin(90^\circ + 64,158^\circ) = -\cos 64,158^\circ = -0,436$.

Nghĩa là khi đó, điểm C cách mặt đất $13 - 4,36 = 8,64$ (m).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (hoặc nhóm 4-6 HS) hoàn thành yêu cầu. GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm, gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài, giao nhiệm vụ về nhà.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về: hệ thức cơ bản giữa các giá trị lượng giác của một góc lượng giác; quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc lượng giác có liên quan đặc biệt: bù nhau, phụ nhau, đối nhau, hơn kém nhau π .
- Làm **Bài tập 1.4; 1.5; 1.6** trang 16, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tìm hiểu trước nội dung đơn vị kiến thức Bài 2: “Công thức lượng giác”.

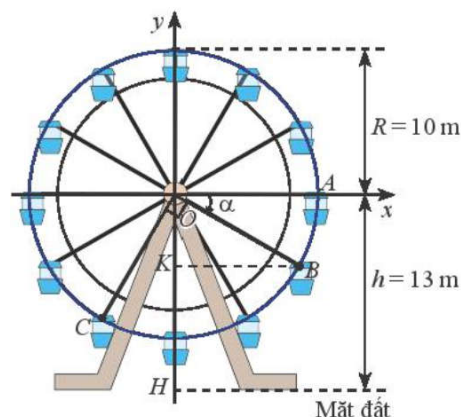
BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

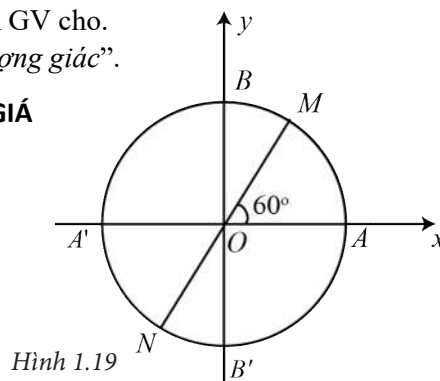
Câu 1. Cho góc $\widehat{AOM} = 60^\circ$ như Hình 1.19.

Số đo của góc lượng giác (OA, ON) bằng

- A. 120° . B. -120° .
 C. 60° . D. -60° .



Hình 1.18



Hình 1.19

Câu 2. Số đo radian của góc 150° là

- A. $\frac{3\pi}{4}$. B. $\frac{5\pi}{6}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 3. Có một đường tròn có bán kính 15 cm. Độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là

- A. $\frac{5\pi}{2}$ (cm). B. $\frac{\pi}{3}$ (cm). C. $\frac{5\pi}{3}$ (cm). D. $\frac{2\pi}{5}$ (cm).

Câu 4. Cho $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Kết quả nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cot \alpha > 0$. C. $\cos \alpha < 0$. D. $\tan \alpha < 0$.

Câu 5. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị $\tan \alpha$ bằng

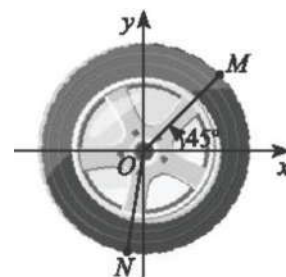
- A. $\tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$. B. $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. D. $\tan \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 6. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $\cos(\pi - x) = -\cos x$. B. $\sin(\pi - x) = -\sin x$.
C. $\cos(-x) = -\cos x$. D. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$.

Câu 7. Trong Hình 1.20, mâm bánh xe ô tô được chia thành năm phần bằng nhau. Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, ON) là

- A. $\frac{11\pi}{20} + k2\pi$. B. $\frac{3\pi}{4} + k2\pi$.
C. $-\frac{11\pi}{20} + k2\pi$. D. $\frac{9\pi}{20} + k2\pi$.



Hình 1.20

B. Tự luận

Câu 8. Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục Ox theo chiều kim đồng hồ với tốc độ góc không đổi là 11 rad/s.

Ban đầu van nằm ở vị trí A . Hỏi sau một phút di chuyển, khoảng cách từ van đến mặt đất là bao nhiêu, biết bán kính $OA = 58$ cm? Giả sử độ dày của lốp xe không đáng kể và làm tròn kết quả đến hàng phần mười.



Hình 1.21

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. B

Câu 2. B

Câu 3. A

Câu 4. D

Câu 5. A

Câu 6. A

Câu 7. C

Câu 8. Sau 1 phút, giả sử van ở vị trí A_0 ; và có góc quay là $-11.60 = -660$ (rad).

Ta có : $-660\text{rad} = -105.2\pi - 0,0422624.2\pi$.

Gọi điểm B là hình chiếu của A_0 trên trục Oy thì:

$$\overline{OB} = OA_0 \sin(-660) = OA \sin(-105.2\pi - 0,0422624.2\pi) = 58 \sin(-0,0422624.2\pi) = -15,2.$$

Suy ra khoảng cách từ van đến mặt đất là: $58 - 15,2 = 42,8$ (cm).

BÀI 2. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Hiểu và vận dụng được công thức cộng, công thức góc nhân đôi.
- Mô tả được các phép biến đổi lượng giác cơ bản: công thức biến đổi tích thành tổng và công thức biến đổi tổng thành tích.
- Hiểu và vận dụng được công thức biến đổi tích thành tổng và công thức biến đổi tổng thành tích.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với giá trị lượng giác của góc lượng giác và các phép biến đổi lượng giác.

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: HS xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập, tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập, tự nhận ra sai sót và khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp cận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- *Năng lực tự quản lí*: Làm chủ bản thân trong quá trình học tập và trong cuộc sống, trưởng nhóm biết quản lí nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên của nhóm và các thành viên ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành nhiệm vụ đó.
- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức, trau dồi học hỏi bạn bè thông qua HĐ nhóm, có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp để hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: HS nghe, nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- Chăm học, chịu khó đọc SGK, tài liệu và thực hiện các nhiệm vụ cá nhân nhằm tìm hiểu về các công thức lượng giác, qua đó giải quyết được các bài toán thực tiễn có vận dụng công thức lượng giác.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, năng động, trung thực, sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Trung thực trong HĐ động nhóm và giải quyết vấn đề.
- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.
- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách logic và hệ thống.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy tính, máy chiếu, các hình ảnh minh họa, phiếu học tập.

2. Học sinh: Kiến thức về quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc lượng giác có liên quan đặc biệt: bù nhau, phụ nhau, đối nhau, hơn kém nhau π .

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. CÔNG THỨC CỘNG VÀ CÔNG THỨC GÓC NHÂN ĐÔI

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (15 phút) Công thức cộng

a) **Mục tiêu:** Tạo sự thích thú, khơi gợi trí tò mò cho HS về kiến thức bài mới và hình thành công thức cộng.

b) **Nội dung:**

➤H1: Cho $a = 45^\circ$, $b = 30^\circ$. Tính $\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$.

➤H2: Biết $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

Sử dụng kết quả của H1, nêu mối quan hệ giữa các góc $a = 45^\circ$, $b = 30^\circ$ và $a - b = 15^\circ$.

➤H3: Bằng cách viết $a + b = a - (-b)$ và từ công thức ở H1, hãy tính $\cos(a + b)$.

c) **Sản phẩm:**

➤H1: Ta có $\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

➤H2: Từ đó suy ra $\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b = \cos(a - b)$.

➤H3: Ta có $\cos(a + b) = \cos[a - (-b)] = \cos a \cdot \cos(-b) + \sin a \cdot \sin(-b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận để đưa ra được câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS đại diện cho nhóm trình bày, nhóm khác theo dõi và nêu nhận xét.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả, từ đó dẫn dắt vào bài mới.

Đối với các giá trị lượng giác, ta có các công thức sau, gọi là công thức cộng (với giả thiết các biểu thức đều có nghĩa):

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

Hoạt động 2: Công thức góc nhân đôi (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành công thức góc nhân đôi từ công thức cộng.

b) **Nội dung:** Lấy $b = a$ trong các công thức cộng, hãy tìm công thức tính: $\sin 2a$; $\cos 2a$; $\tan 2a$.

c) **Sản phẩm:** Từ công thức: $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$, thay $b = a$, ta được:

$$\cos(a + a) = \cos a \cos a - \sin a \sin a \Leftrightarrow \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a.$$

Ta lại có: $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ nên: $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$ hoặc $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Từ công thức: $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$, thay $b = a$, ta được:

$$\sin(a + a) = \sin a \cos a + \cos a \sin a \Leftrightarrow \sin 2a = 2\sin a \cos a.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Trình chiếu các yêu cầu và giao nhiệm vụ, HS HĐ theo nhóm 2 em cùng bàn.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát, hỗ trợ, giải thích câu hỏi nếu có em chưa hiểu rõ nội dung vấn đề nêu ra.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- HS thảo luận và trả lời các câu hỏi của GV.
- Các nhóm HS khác nhận xét, hoàn chỉnh câu trả lời.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS.
- Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận, và dẫn dắt HS hình thành kiến thức mới.
- Từ công thức cộng, ta suy ra được các công thức sau, gọi là công thức góc nhân đôi:

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a \qquad \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

- Từ công thức góc nhân đôi, ta suy ra được các công thức sau, gọi là công thức hạ bậc:

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

Hoạt động 3: Luyện tập (10 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được công thức cộng và công thức góc nhân đôi.

b) Nội dung: Không dùng máy tính, hãy tính:

➤H4: $\cos 75^\circ$.

➤H5: $\tan \frac{\pi}{12}$.

➤H6: $\sin \frac{\pi}{8}$.

c) Sản phẩm:

➤H4: $\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

➤H5: $\tan \frac{\pi}{12} = \tan\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \frac{\pi}{3} \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{3 - 1} = 2 - \sqrt{3}$.

➤H6: $\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} = \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{8}$.

Suy ra $\sin^2 \frac{\pi}{8} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$. Vì $0 < \frac{\pi}{8} < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \frac{\pi}{8} > 0$. Suy ra $\sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV nêu yêu cầu đối với các em HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS chú ý lắng nghe, HĐ độc lập.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Trao đổi với bạn, đặt câu hỏi, nếu thấy chưa hiểu.

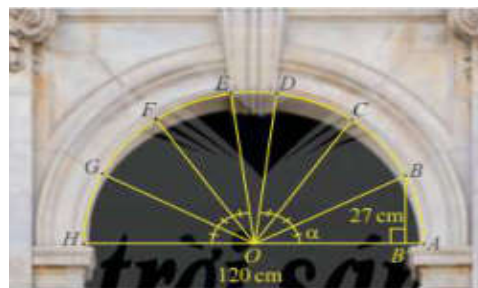
Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS và kết luận.

Hoạt động 4: Vận dụng (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng được các công thức đã học.

b) **Nội dung:** Trong hình bên, cho biết vòm cổng rộng 120 cm và khoảng cách từ B đến đường kính AH là 27 cm. Tính $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$, từ đó tính khoảng cách từ điểm C đến đường kính. Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.



Hình 1.22

c) **Sản phẩm:**

- Ta có $OB = 60$ cm nên $\sin \alpha = \frac{BB'}{OB} = \frac{27}{60} = \frac{9}{20}$.

- Ta lại có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{9}{20}\right)^2 = \frac{319}{400}$.

- Vì góc α là góc nhọn nên $\cos \alpha > 0$, suy ra $\cos \alpha = \frac{\sqrt{319}}{20}$.

- Khi đó ta có $(OA, OC) = 2\alpha$, nên $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{\sqrt{319}}{20} = \frac{9\sqrt{319}}{200}$.

- Suy ra khoảng cách từ điểm C đến đường kính AH bằng:

$$OC \cdot \sin 2\alpha = 60 \cdot \frac{9\sqrt{319}}{200} = \frac{27\sqrt{319}}{10} \approx 48,2 \text{ (cm)}.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (có thể nhóm 4-6 HS) hoàn thành yêu cầu. GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm, gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài, giao nhiệm vụ về nhà.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về: công thức cộng, công thức góc nhân đôi.
- Làm **Bài tập 1.7; 1.8; 1.9** trang 21, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tìm hiểu trước bài học “*Công thức biến đổi tổng thành tích và công thức biến đổi tích thành tổng*”.

TIẾT 2. CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TỔNG THÀNH TÍCH VÀ TÍCH THÀNH TỔNG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (15 phút) Công thức biến đổi tích thành tổng

a) **Mục tiêu:** Tạo sự thích thú, khơi gợi trí tò mò cho HS về kiến thức của bài mới và hình thành công thức biến đổi tích thành tổng từ công thức cộng.

b) **Nội dung:**

➤H1: Từ các công thức cộng $\cos(a+b)$ và $\cos(a-b)$, hãy tìm: $\cos a \cos b$; $\sin a \sin b$.

➤H2: Từ các công thức cộng $\sin(a+b)$ và $\sin(a-b)$, hãy tìm: $\sin a \cos b$.

c) **Sản phẩm:**

►H1: Ta có:
$$\begin{cases} \cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b & (1) \\ \cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b & (2) \end{cases}$$

Cộng (1) và (2) về theo về ta được: $2 \cos a \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$

$$\Leftrightarrow \cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)].$$

Lấy (1) trừ cho (2) về theo về ta được: $2 \sin a \sin b = \cos(a-b) - \cos(a+b)$

$$\Leftrightarrow \sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)].$$

►H2: Ta có:
$$\begin{cases} \sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \\ \sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \end{cases} \Rightarrow 2 \sin a \cos b = \sin(a-b) + \sin(a+b)$$

$$\Leftrightarrow \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)].$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận để đưa ra được câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS đại diện cho nhóm trình bày, nhóm khác theo dõi và nêu nhận xét.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả, từ đó dẫn dắt vào bài mới.

Đối với các giá trị lượng giác, ta có các công thức sau, gọi là công thức biến đổi tích thành tổng:

$$\begin{aligned} \cos a \cos b &= \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)] & \sin a \sin b &= \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)] \\ \sin a \cos b &= \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)] \end{aligned}$$

Hoạt động 2: Công thức biến đổi tổng thành tích (10 phút)

a) Mục tiêu: Hình thành công thức biến đổi tổng thành tích từ công thức biến đổi tích thành tổng.

b) Nội dung: Áp dụng công thức biến đổi tổng thành tích cho hai góc lượng giác $u = a-b$ và $v = a+b$, ta được các đẳng thức nào?

c) Sản phẩm:

$$\begin{aligned} \cos u + \cos v &= 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2} & \cos u - \cos v &= -2 \sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2} \\ \sin u + \sin v &= 2 \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2} & \sin u - \sin v &= 2 \cos \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2} \end{aligned}$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Trình chiếu các yêu cầu và giao nhiệm vụ, HS HĐ theo nhóm 2 em cùng bàn.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát, hỗ trợ, giải thích câu hỏi nếu có em chưa hiểu rõ nội dung vấn đề nêu ra.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS thảo luận và trả lời các câu hỏi của GV. Các nhóm HS khác nhận xét, hoàn chỉnh câu trả lời.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS. Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận, và dẫn dắt HS hình thành kiến thức mới.

Hoạt động 3: Luyện tập (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng được công thức cộng và công thức góc nhân đôi.

b) **Nội dung:** Không dùng máy tính, tính giá trị của biểu thức:

$$\text{➤H3: } A = \cos \frac{5\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12} \quad \text{➤H4: } B = \cos 75^\circ \sin 15^\circ \quad \text{➤H5: } C = \sin \frac{\pi}{9} - \sin \frac{5\pi}{9} + \sin \frac{7\pi}{9}.$$

c) **Sản phẩm:**

$$\begin{aligned} \text{➤H3: Ta có: } A &= \cos \frac{5\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12} = \frac{1}{2} \left[\cos \left(\frac{5\pi}{12} - \frac{7\pi}{12} \right) + \cos \left(\frac{5\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + \cos \pi \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) = \frac{\sqrt{3} - 2}{4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{➤H4: Ta có: } B &= \frac{1}{2} [\sin(15^\circ - 75^\circ) + \sin(15^\circ + 75^\circ)] \\ &= \frac{1}{2} [\sin(-60^\circ) + \sin(90^\circ)] = \frac{1}{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right) = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{➤H5: Ta có } C = \left(\sin \frac{\pi}{9} + \sin \frac{7\pi}{9} \right) - \sin \frac{5\pi}{9} = 2 \sin \frac{4\pi}{9} \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{5\pi}{9} = \sin \frac{4\pi}{9} - \sin \frac{5\pi}{9} = 0.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV nêu yêu cầu đối với các em HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS chú ý lắng nghe, HĐ độc lập.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Trao đổi với bạn, đặt câu hỏi, nếu thấy chưa hiểu.

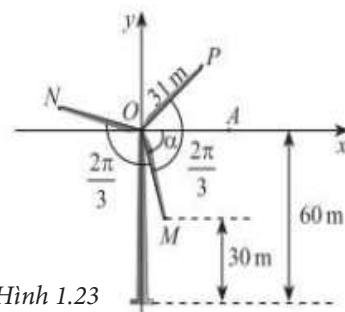
Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS và kết luận.

Hoạt động 4: Vận dụng (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng được các công thức đã học.

b) **Nội dung:** Trong hình dưới đây, ba điểm M, N, P nằm ở đầu các cánh quạt của tua-bin gió. Biết các cánh quạt dài 31 m, độ cao của điểm M so với mặt đất là 30 m, O cách mặt đất 60 m, góc giữa các cánh quạt là $\frac{2\pi}{3}$ và số đo góc (OA, OM) là α .



Hình 1.23

►H6: Tính $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$.

►H7: Tính sin của các góc lượng giác (OA, OP) và (OA, ON) , từ đó tính chiều cao của các điểm P và N so với mặt đất (theo đơn vị mét). Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

c) Sản phẩm:

- Ta có $\sin \alpha = \frac{30}{31}$, suy ra $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{61}}{31}$.

- Ta có $(OA, OP) = \frac{2\pi}{3} - \alpha$ nên $\sin(OA, OP) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) = \sin \frac{2\pi}{3} \cos \alpha - \cos \frac{2\pi}{3} \sin \alpha$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{61}}{31} - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{30}{31} = \frac{30 + \sqrt{183}}{62}.$$

- Ta có $(OA, ON) = 2 \cdot \frac{2\pi}{3} - \alpha = \pi + \frac{\pi}{3} - \alpha$.

Nên $\sin(OA, ON) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3} - \alpha\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$

$$= -\left(\sin \frac{\pi}{3} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{3} \sin \alpha\right) = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{61}}{31} - \frac{1}{2} \cdot \frac{30}{31}\right) = \frac{30 - \sqrt{183}}{62}.$$

- Ta suy ra khoảng cách từ điểm P đến trục Ox bằng:

$$OP \cdot \sin(OA, OP) = 31 \cdot \frac{30 + \sqrt{183}}{62} = \frac{30 + \sqrt{183}}{2} \approx 21,76.$$

Nên khoảng cách từ điểm P đến mặt đất xấp xỉ bằng $21,76 + 60 = 81,76$ (m).

- Và khoảng cách từ điểm N đến trục Ox bằng:

$$ON \cdot \sin(OA, ON) = 31 \cdot \frac{30 - \sqrt{183}}{62} = \frac{30 - \sqrt{183}}{2} \approx 8,24.$$

Nên khoảng cách từ điểm N đến mặt đất xấp xỉ bằng $8,24 + 60 = 68,24$ (m).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm, chiếu đề bài lên màn hình, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi (có thể nhóm 4-6 HS) hoàn thành yêu cầu. GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm, gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài, giao nhiệm vụ về nhà.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về: công thức biến đổi tích thành tổng và công thức biến đổi tổng thành tích.
- Làm **Bài tập 1.10; 1.11; 1.12, 1.13** trang 21, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tìm hiểu trước nội dung kiến thức Bài 3 “Hàm số lượng giác”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

- A. $\cos(a+b) = \cos a \cdot \sin b - \sin a \cdot \cos b$. B. $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$.
C. $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$. D. $\sin(a+b) = \sin a \cdot \sin b + \cos a \cdot \cos b$.

Câu 2. Trong các công thức sau, công thức nào sai?

- A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$. B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$.
C. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$. D. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

Câu 3. Biểu thức $M = \sin 2x \cdot \cos x - \cos 2x \cdot \sin x$ được rút gọn bằng

- A. $M = \sin 3x$. B. $M = \sin x$. C. $M = \cos 3x$. D. $M = \cos x$.

Câu 4. Biểu thức $\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ được rút gọn bằng

- A. $\cot x$. B. $\tan x$. C. $\sin 2x$. D. $\sin x$.

Câu 5. Biết $\frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3} \sin 250^\circ} = \frac{a\sqrt{b}}{c}$, trong đó $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ tối giản và $a, b, c \in \mathbb{N}^*$. Tính abc .

- A. 15. B. 45. C. 32. D. 36.

B. Tự luận

Câu 6. Trong Hình 1.23 (trang 28), ba điểm M, N, P nằm ở đầu các cánh quạt của tua-bin gió. Biết các cánh quạt dài 31 m, độ cao của điểm M so với mặt đất là 30 m, O cách mặt đất 60 m, góc giữa các cánh quạt là $\frac{2\pi}{3}$ và số đo góc (OA, OM) là α . Khoảng cách từ điểm P so với mặt đất bằng bao nhiêu mét?

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. B **Câu 2.** B **Câu 3.** B **Câu 4.** D **Câu 5.** D

Câu 6. Ta có: $\sin \alpha = \frac{30}{31}$, suy ra $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{61}}{31}$; $(OA, OP) = \frac{2\pi}{3} - \alpha$.

$$\text{Nên } \sin(OA, OP) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) = \sin \frac{2\pi}{3} \cos \alpha - \cos \frac{2\pi}{3} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{61}}{31} - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{30}{31} = \frac{30 + \sqrt{183}}{62}.$$

Ta suy ra khoảng cách từ điểm P đến trục Ox bằng:

$$OP \cdot \sin(OA, OP) = 31 \cdot \frac{30 + \sqrt{183}}{62} = \frac{30 + \sqrt{183}}{2} \approx 21,76.$$

Nên khoảng cách từ điểm P đến mặt đất xấp xỉ bằng $21,76 + 60 = 81,76$ (m).

BÀI 3. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nắm được định nghĩa, tính tuần hoàn, chu kì, tính chẵn lẻ của các hàm số lượng giác.
- Tìm được tập xác định của các hàm số đơn giản.
- Vẽ đồ thị của các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.
- Giải thích tập xác định; tập giá trị; tính chẵn lẻ; tính tuần hoàn; chu kì; khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ dựa vào đồ thị.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hàm số lượng giác (một số bài toán có liên quan đến dao động điều hoà trong Vật lí,...).

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: HS xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập, tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập, tự nhận ra sai sót và khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp cận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được tình huống trong học tập để giải quyết vấn đề.
- *Năng lực tự quản lí*: Làm chủ bản thân trong quá trình học tập và trong cuộc sống, trưởng nhóm biết quản lí nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên của nhóm và các thành viên ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành nhiệm vụ đó.
- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức, trau dồi học hỏi bạn bè thông qua HĐ nhóm; biết đặt câu hỏi cho nhóm khác hoặc trao đổi với GV; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp, kết hợp giữa các thành viên để hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: HS nghe, nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- Thông qua bài học cung cấp cho HS các kiến thức về hàm số lượng giác, khái niệm về chu kì, tính tuần hoàn của hàm số lượng giác, giúp HS hiểu thêm các hiện tượng tự nhiên, qua đó hiểu rằng có một số hiện tượng trong tự nhiên dao động tuần hoàn theo một chu kì nhất định, giúp HS càng yêu thích môn Toán.
- Chăm học, chăm chỉ đọc SGK, tài liệu và thực hiện các nhiệm vụ cá nhân nhằm tìm hiểu về tính tuần hoàn, chu kì, tính chẵn lẻ của các hàm số lượng giác, từ đó giải quyết được các bài toán thực tiễn liên quan đến hàm số lượng giác.
- Có trách nhiệm trong HĐ nhóm, chủ động nhận thức và thực hiện nhiệm vụ làm bài tập nhóm.
- Trung thực trong HĐ động nhóm và giải quyết vấn đề.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Giáo viên**: Kế hoạch bài giảng, máy tính, máy chiếu, các hình ảnh minh hoạ, phiếu học tập.
2. **Học sinh**: Kiến thức về công thức cộng, công thức góc nhân đôi, bút viết bảng, khăn lau bảng ...

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

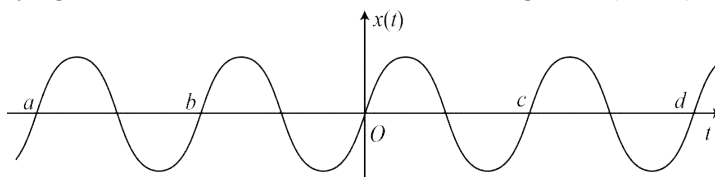
TIẾT 1. KHÁI NIỆM HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ CÁC KIẾN THỨC LIÊN QUAN

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (7 phút)

- a) **Mục tiêu**: Tạo tình huống để HS tiếp cận với khái niệm hàm số lượng giác.

b) Nội dung: Cho HS quan sát hiện tượng:

Khi ta gõ trống, gảy đàn, thổi sáo hay mở miệng ra nói chuyện, tai ta sẽ nghe và cảm nhận được âm thanh phát ra. Vật tạo ra âm thanh được gọi là nguồn phát âm, hay nguồn âm. Âm thanh (sound) là dao động cơ lan truyền trong môi trường và tai ta cảm nhận được. Âm thanh nói riêng và các dao động cơ nói chung không lan truyền qua chân không vì không có gì để truyền sóng. Âm thanh là phương tiện trao đổi thông tin, liên lạc với nhau (communication media) phổ biến nhất của con người, bên cạnh phương tiện hình ảnh. Như vậy nghiên cứu âm thanh có hai mặt: đặc trưng vật lí (lí tính) và đặc trưng sinh học.



Hình 1.24

Biểu diễn tín hiệu theo thời gian: Nếu ta biểu diễn tín hiệu của âm thanh gắn vào hệ trục tọa độ như hình vẽ trên (giả thiết $[a; d]$, $[b; c]$ là các tập đối xứng và $a = 2b$).

►H1: Các em có nhận xét gì về đồ thị hàm số trên các đoạn $[a; b]$; $[b; 0]$; $[0; c]$; $[c; d]$?

►H2: Các em có thể cho biết một số hiện tượng khác mà khi dao động có hình dạng (đồ thị) được mô tả như trên.

c) Sản phẩm:

►H1: Trên các đoạn đó đồ thị có hình dạng giống nhau.

Qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (b - a; 0)$ biến đồ thị trên đoạn $[a; b]$ thành đồ thị trên đoạn $[b; 0]$; biến đồ thị trên đoạn $[b; 0]$ thành đồ thị trên đoạn $[0; c]$; biến đồ thị trên đoạn $[0; c]$ thành đồ thị trên đoạn $[c; d]$.

►H2: Sóng nước trên mặt hồ (Hình 1.25).



Hình 1.25

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm học tập và nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi, thảo luận để đưa ra được câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS đại diện cho nhóm trình bày, nhóm khác theo dõi và nêu nhận xét.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả, từ đó dẫn dắt HS vào bài mới.

Hoạt động 2: Định nghĩa hàm số lượng giác (15 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết được định nghĩa các hàm lượng giác $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ thông qua đường tròn lượng giác.

b) Nội dung: GV hướng dẫn, tổ chức HS tự đọc trước ở nhà, tìm tòi các kiến thức liên quan đến hàm số lượng giác trình bày vào phiếu học tập và lên lớp thuyết trình.

c) Sản phẩm:

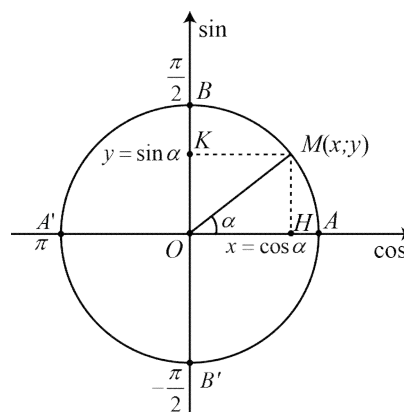
- Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $\sin x$ được gọi là hàm số **sin**, kí hiệu là $y = \sin x$.

Tập xác định của hàm số sin là $\mathbb{R}$.

- Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $\cos x$ được gọi là hàm số **côsin** kí hiệu là $y = \cos x$. Tập xác định của hàm số côsin là $\mathbb{R}$.

- Hàm số cho bằng công thức $y = \frac{\sin x}{\cos x}$ được gọi là hàm số **tang**, kí hiệu là $y = \tan x$. Tập xác định của hàm số tang là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

- Hàm số cho bằng công thức $y = \frac{\cos x}{\sin x}$ được gọi là hàm số **côtang**, kí hiệu là $y = \cot x$. Tập xác định của hàm số côtang là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.



Hình 1.26

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Trình chiếu các yêu cầu và giao nhiệm vụ, HS HĐ theo nhóm 2 em cùng bàn.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ. GV quan sát, hỗ trợ, giải thích câu hỏi nếu có em chưa hiểu rõ nội dung vấn đề nêu ra.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS thảo luận và trả lời các câu hỏi của GV. Các nhóm HS khác nhận xét, hoàn chỉnh câu trả lời.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS.
- Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận và dẫn dắt HS hình thành kiến thức mới.

Hoạt động 3: Hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn (13 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết được tính chẵn lẻ, tính tuần hoàn và xác định được chu kì của các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.

b) Nội dung: GV hướng dẫn, tổ chức HS tự đọc trước ở nhà, tìm tòi các kiến thức liên quan đến hàm số lượng giác trình bày vào phiếu học tập và lên lớp thuyết trình.

➤H3: Em hãy nêu khái niệm hàm số chẵn, hàm số lẻ.

➤H4: Em hãy nêu khái niệm hàm số tuần hoàn.

c) Sản phẩm:

➤H3: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D .

- Hàm số $f(x)$ được gọi là hàm số chẵn nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.

Đồ thị của một hàm số chẵn nhận trục tung là trục đối xứng.

- Hàm số $f(x)$ được gọi là hàm số lẻ nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.

Đồ thị của một hàm số lẻ nhận gốc toạ độ là tâm đối xứng.

➤H4: Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D được gọi là hàm số tuần hoàn nếu tồn tại số $T \neq 0$ sao cho với mọi $x \in D$ ta có:

$$i) x + T \in D \text{ và } x - T \in D;$$

$$ii) f(x + T) = f(x).$$

Số T dương nhỏ nhất thoả mãn các điều kiện trên (nếu có) được gọi là chu kì của hàm số tuần hoàn đó.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV phân chia các nhóm, trình chiếu yêu cầu, hướng dẫn HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trình bày sản phẩm ra bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS đại diện cho nhóm trình bày, nhóm khác theo dõi và nêu nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

Hoạt động 4: Luyện tập và vận dụng (8 phút)

a) Mục tiêu: Giải thích được: tập xác định; tập giá trị; tính chất chẵn, lẻ; tính tuần hoàn; chu kì của các hàm số đơn giản.

b) Nội dung:

➤**H5:** Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $f(x) = x \sin x$. ➤**H6:** Xét tính tuần hoàn của hàm số $y = \sin 2x$.

c) Sản phẩm:

➤**H5:** Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$. Do đó, nếu x thuộc tập xác định D thì $-x$ cũng thuộc tập xác định D .

Ta có: $f(-x) = (-x) \sin(-x) = x \sin x = f(x), \forall x \in D$. Vậy $f(x) = x \sin x$ là hàm số chẵn.

➤**H6:** Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ và với mọi số thực x .

Ta có: $x - \pi \in \mathbb{R}, x + \pi \in \mathbb{R}$ và $\sin 2(x + \pi) = \sin(2x + 2\pi) = \sin 2x$.

Vậy $y = \sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì là π .

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

GV nêu yêu cầu đối với các em HS, phân chia nhóm, giao nhiệm vụ: nhóm 1, 2 hoàn thành câu hỏi **H5**; nhóm 3, 4 hoàn thành câu hỏi **H6**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS chú ý lắng nghe, HĐ theo nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- Các nhóm HS treo bảng phụ viết câu trả lời. GV gọi 2 HS của 2 nhóm lên trình bày lời giải cho nhóm.
- HS khác quan sát, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm của các nhóm.
- HS đặt câu hỏi cho các nhóm bạn để hiểu hơn về câu trả lời.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài, giao nhiệm vụ về nhà.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại kiến thức về: định nghĩa các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$; hàm số chẵn, hàm số lẻ, hàm số tuần hoàn.
- Làm **Bài tập 1.15; 1.16** trang 30, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tìm hiểu trước nội dung bài học “Đồ thị của các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ ”.

TIẾT 2. ĐỒ THỊ VÀ TÍNH CHẤT CỦA CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC**Hoạt động 1: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \sin x$ (15 phút)**

a) Mục tiêu: Nắm được sự biến thiên của hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ và trên $\mathbb{R}$.

b) Nội dung: Cho hàm số $y = \sin x$.

➤H1: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số.

➤H2: Hoàn thành bảng giá trị của hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ bằng cách tính giá trị $\sin x$ với những x không âm, sau đó sử dụng kết quả HĐ H1 để suy ra giá trị tương ứng của $\sin x$ với những x âm.

x	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$\sin x$									

➤H3: Bằng cách lấy nhiều điểm $M(x; \sin x)$ với $x \in [-\pi; \pi]$ từ đó nối lại để được đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$. Từ chu kỳ của hàm số $y = \sin x$, suy ra đồ thị của hàm số $y = \sin x$ trên $\mathbb{R}$.

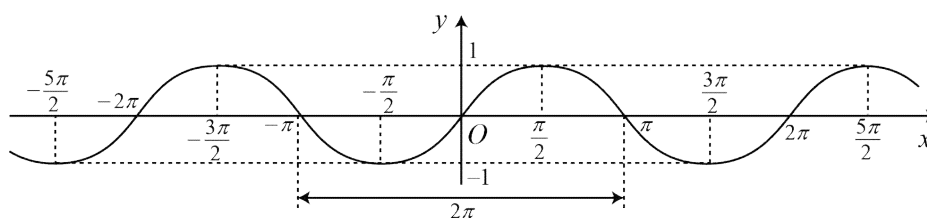
c) Sản phẩm:

➤H1: Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ 2π .

➤H2:

x	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$\sin x$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0

➤H3:



Hình 1.27

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS hoàn thành các HĐ H1, H2, H3.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ:

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận đưa ra phương án, lên bảng trình bày, nhận xét, ...
- GV quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Yêu cầu các nhóm báo cáo kết quả, nhận xét chéo, bổ sung cho nhau.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung, chốt lại kiến thức cần nhớ.

Hoạt động 2: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \cos x$ (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Nắm được sự biến thiên của hàm số $y = \cos x$ trên $\mathbb{R}$.

b) **Nội dung:** Cho hàm số $y = \cos x$.

➤H4: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số.

➤H5: Hoàn thành bảng giá trị của hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ bằng cách tính giá trị $\cos x$ với những x không âm, sau đó sử dụng kết quả HĐ H4 để suy ra giá trị tương ứng của $\cos x$ với những x âm.

x	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$\sin x$									

►H6: Bằng cách lấy nhiều điểm $M(x; \cos x)$ với $x \in [-\pi; \pi]$ từ đó nối lại để được đồ thị hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$. Từ chu kì của hàm số $y = \cos x$, suy ra đồ thị của hàm số $y = \cos x$ trên $\mathbb{R}$.

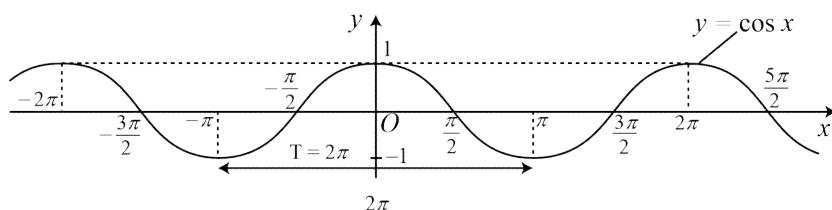
c) Sản phẩm:

►H4: Là hàm số chẵn và tuần hoàn với chu kì 2π .

►H5:

x	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$\cos x$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1

►H6:



d) Tổ chức thực hiện:

Hình 1.28

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS hoàn thành các bài tập **H4, H5, H6**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận đưa ra đáp án, lên bảng trình bày, nhận xét, ... GV quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Các nhóm báo cáo kết quả, nhận xét chéo, bổ sung cho nhau.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung, chốt lại kiến thức cần nhớ.

Hoạt động 3: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \tan x$ (8 phút)

a) Mục tiêu: Xác định được: tập xác định; tính chất chẵn, lẻ; tính tuần hoàn; chu kì; khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = \tan x$.

b) Nội dung: Cho hàm số $y = \tan x$.

►H7: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số.

►H8: Hoàn thành bảng giá trị sau của hàm số $y = \tan x$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

x	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\tan x$							

►H9: Bằng cách lấy nhiều điểm $M(x; \tan x)$ với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ từ đó nối lại để được đồ thị hàm số

$y = \tan x$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Từ chu kì của hàm số $y = \tan x$, suy ra đồ thị của hàm số $y = \tan x$ trên toàn bộ tập xác định.

c) Sản phẩm:

➤ **H7:** Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ π .

➤ **H8:**

x	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\tan x$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

➤ **H9:** Đồ thị hàm số $y = \tan x$ (Hình 1.29).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS hoàn thành các bài tập

H7, H8, H9.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

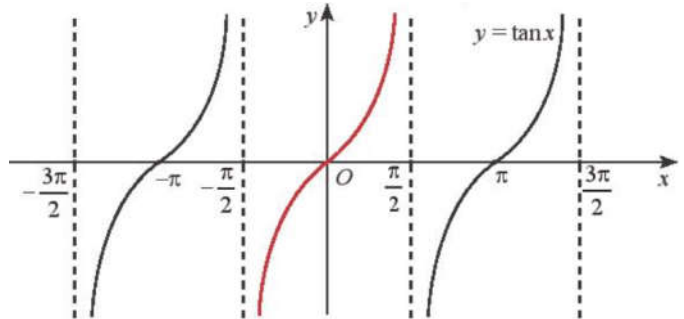
- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận đưa ra đáp án, lên bảng trình bày, nhận xét.
- GV quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Các nhóm báo cáo kết quả, nhận xét chéo, bổ sung cho nhau.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung, chốt lại kiến thức cần nhớ.



Hình 1.29

Hoạt động 4: Đồ thị và tính chất của hàm số $y = \cot x$ (6 phút)

a) Mục tiêu: Xác định được: tập xác định; tính chất chẵn, lẻ; tính tuần hoàn; chu kỳ; khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = \cot x$.

b) Nội dung: Cho hàm số $y = \cot x$.

➤ **H10:** Xét tính chẵn, lẻ của hàm số.

➤ **H11:** Hoàn thành bảng giá trị sau của hàm số $y = \cot x$ trên khoảng $(0; \pi)$.

x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
$y = \cot x$							

➤ **H12:** Bằng cách lấy nhiều điểm $M(x; \cot x)$ với $x \in (0; \pi)$ từ đó hãy nói lại để được đồ thị hàm số $y = \cot x$ trên khoảng $(0; \pi)$. Từ chu kỳ của hàm số $y = \cot x$, hãy suy ra đồ thị của hàm số $y = \cot x$ trên toàn bộ tập xác định.

c) Sản phẩm:

➤ **H10:** Là hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kỳ π .

➤ **H11:**

x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
$y = \cot x$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$

➤ **H12:** Đồ thị hàm số $y = \cot x$ (Hình 1.30).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS hoàn thành các bài tập

H10, H11, H12.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận đưa ra đáp án, lên bảng trình bày, nhận xét, ...
- GV quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Các nhóm báo cáo kết quả, nhận xét chéo, bổ sung cho nhau.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung, chốt lại kiến thức cần nhớ.

Hoạt động 5: Luyện tập và Vận dụng (6 phút)

a) Mục tiêu: Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với hàm số lượng giác.

b) Nội dung: Trong Địa lí, phép chiếu hình trụ được sử dụng để vẽ một bản đồ hình phẳng như trong hình bên. Trên bản đồ phẳng lấy đường xích đạo làm trục hoành và kinh tuyến 0° làm trục tung. Khi đó tung độ của một điểm có vĩ độ φ° ($-90 < \varphi < 90$)

được cho bởi hàm số $y = 20 \tan\left(\frac{\pi}{180}\varphi\right)$ (cm). Sử dụng đồ thị

hàm số tang, hãy cho biết những điểm ở vĩ độ nào nằm cách xích đạo không quá 20 cm trên bản đồ.

(Theo <https://geologyscience.com/geology/type-of-maps/>)

c) Sản phẩm: Vì điểm nằm cách xích đạo không quá 20 cm trên bản đồ nên ta có $-20 \leq y \leq 20$.

Khi đó $-20 \leq 20 \tan\left(\frac{\pi}{180}\varphi\right) \leq 20$ hay $-1 \leq \tan\left(\frac{\pi}{180}\varphi\right) \leq 1$.

Ta có $-90^\circ < \varphi < 90^\circ$ khi và chỉ khi $-\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{180}\varphi < \frac{\pi}{2}$.

Xét đồ thị hàm số $y = \tan x$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ (Hình 1.32).

Ta thấy $-1 \leq \tan\left(\frac{\pi}{180}\varphi\right) \leq 1$ khi và chỉ khi $-\frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{180}\varphi \leq \frac{\pi}{4}$ hay $-45^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ$. Vậy trên bản đồ, các điểm cách xích đạo không quá 20 cm nằm ở vĩ độ từ -45° đến 45° .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

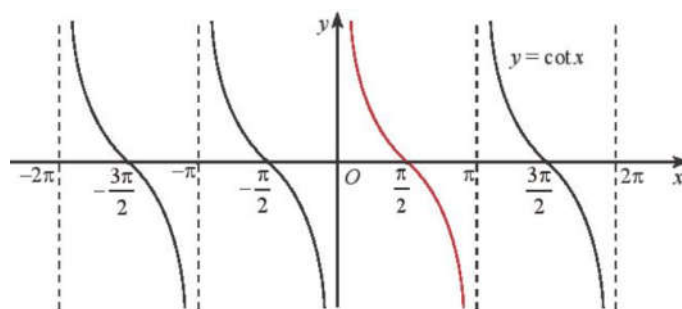
GV chia lớp thành 4 nhóm. Phát phiếu học tập.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

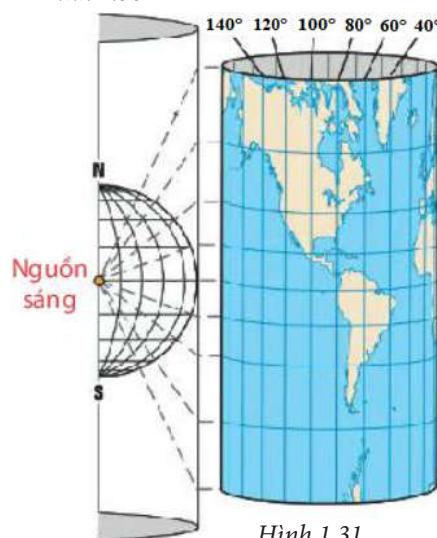
Các nhóm HS thảo luận, suy nghĩ, trình bày câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

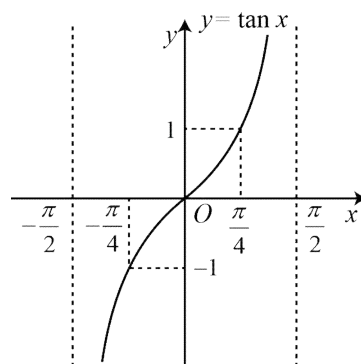
HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.



Hình 1.30



Hình 1.31



Hình 1.32

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất.
- Chốt kiến thức tổng thể trong bài học.
- Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.
- Làm **Bài tập 1.17; 1.18; 1.19** trang 30, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tìm hiểu trước nội dung Bài 4 “*Phương trình lượng giác*”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Chu kì của hàm số $y = \tan x$ là

- A. 3π . B. $\frac{\pi}{2}$. C. π . D. 2π .

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin|x|$ là

- A. 1. B. 0. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 4. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. B. $(0; \pi)$. C. $(\pi; 2\pi)$. D. $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

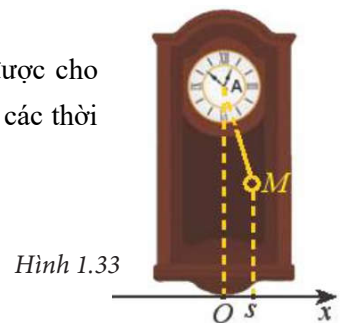
Câu 5. Khi x thay đổi trong khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$ thì $y = \cos x$ lấy mọi giá trị thuộc

- A. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right]$. B. $\left[-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$. C. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right]$. D. $[0; 1]$.

B. Tự luận

Câu 6. Li độ s (cm) của một con lắc đồng hồ theo thời gian t (giây) được cho bởi hàm số $s = 2\cos\pi t$. Dựa vào đồ thị của hàm số cosin, hãy xác định ở các thời điểm t nào trong 1 giây đầu thì li độ s nằm trong đoạn $[-1; 1]$ (cm).

(Theo <https://www.britannica.com/science/simple-harmonic-motion>).



Hình 1.33

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. C

Câu 2. B

Câu 3. C

Câu 4. A

Câu 5. A

Câu 6. Ta có $-1 \leq s \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2\cos\pi t \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos\pi t \leq \frac{1}{2}$.

Vì trong 1 giây đầu nên $-\frac{1}{2} \leq \cos\pi t \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} \leq \pi t \leq \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq \frac{2}{3}$.

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được các phương trình lượng giác cơ bản $\sin x = m$; $\cos x = m$, $\tan x = m$, $\cot x = m$ và công thức nghiệm của chúng.
- Nắm được điều kiện của m để các phương trình $\sin x = m$; $\cos x = m$, $\tan x = m$, $\cot x = m$ có nghiệm.
- Tính được nghiệm gần đúng của phương trình lượng giác cơ bản bằng MTCT.
- Giải được phương trình lượng giác ở dạng vận dụng trực tiếp phương trình lượng giác cơ bản (giải phương trình lượng giác dạng $\sin 2x = \sin 3x$, $\sin x = \cos 3x$).
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với phương trình lượng giác (một số bài toán liên quan đến dao động điều hoà trong Vật lý,...).

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: HS xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập, tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập, tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- *Năng lực tự quản lí*: Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập và trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lí nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.
- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua HĐ nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: HS nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách lôgic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới.
- Hình thành tư duy lôgic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Giáo viên**: Máy chiếu, bảng phụ, phiếu học tập

2. **Học sinh**: Đọc trước nội dung bài học, các kiến thức về công thức lượng giác.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

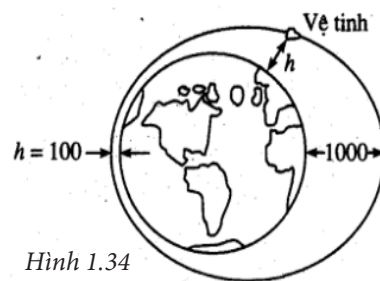
TIẾT 1. PHƯƠNG TRÌNH $\sin x = m$ VÀ $\cos x = m$

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) **Mục tiêu**: Tiếp cận phương trình lượng giác cơ bản.

b) **Nội dung**: Một vệ tinh nhân tạo bay quanh Trái Đất theo quỹ đạo hình elíp (Hình 1.34). Độ cao h

(tính bằng km) của vệ tinh so với bề mặt trái đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450 \cos \frac{\pi}{50} t$, trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất 250 km. Hãy tìm các thời điểm để có thể thực hiện thí nghiệm đó.



Hình 1.34

c) Sản phẩm:

Bài toán này dẫn đến việc giải phương trình: $550 + 450 \cos \frac{\pi}{50} t = 250 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{50} t = -\frac{2}{3}$.

Nếu đặt $x = \frac{\pi}{50} t$ thì phương trình trên có dạng $\cos x = -\frac{2}{3}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV nêu và trình chiếu câu hỏi, yêu cầu HS làm việc cá nhân để hoàn thành hệ thống câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

Yêu cầu HS suy nghĩ, trao đổi tích cực. GV gợi ý bằng cách đưa ra các câu hỏi:

- Câu hỏi 1: Nêu yêu cầu của bài toán này?

- Câu hỏi 2: Nếu đặt $x = \frac{\pi}{50} t$ thì hãy viết lại phương trình theo x ?

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi lần lượt 2 HS lên bảng trình bày câu trả lời của mình.

- Các HS khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, đánh giá phần trả lời của HS.

- GV nhấn mạnh kết quả “ tìm x để $\cos x = -\frac{2}{3}$ ”. Trong thực tế có nhiều bài toán dẫn đến việc giải

các phương trình có dạng: $\sin x = m$; $\cos x = m$; $\tan x = m$; $\cot x = m$ với x là ẩn, m là tham số.

Các phương trình trên gọi là phương trình **lượng giác cơ bản**.

Hoạt động 2: Phương trình $\sin x = m$ (15 phút)

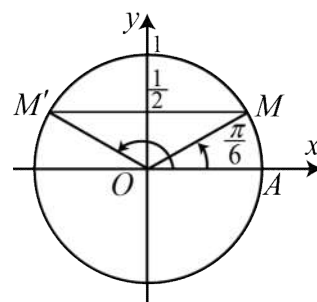
a) Mục tiêu: Hình thành công thức nghiệm và từ đó biết vận dụng giải phương trình $\sin x = m$.

b) Nội dung: Nhận biết công thức nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$.

➤H1: Quan sát hình trên, tìm các nghiệm của phương trình đã cho trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$.

➤H2: Dựa vào tính tuần hoàn của hàm số sin, hãy viết công thức nghiệm của phương trình đã cho.

➤H3: Vẽ đồ thị đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ và đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên cùng một hệ trục tọa độ.



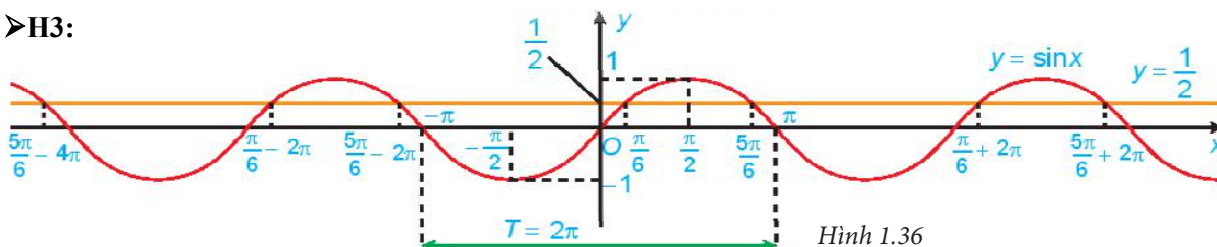
Hình 1.35

c) Sản phẩm:

➤H1: Trong nửa khoảng $[0; 2\pi)$, phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$.

➤H2: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

➤H3:



Hình 1.36

NGHIỆM của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là hoành độ các giao điểm của đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ và đồ thị hàm số $y = \sin x$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu câu hỏi và yêu cầu HS thực hiện.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ; GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS thảo luận và trả lời các câu hỏi của GV. Các HS khác theo dõi, nhận xét, hoàn thiện sản phẩm.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất. Động viên các HS còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các HĐ học tiếp theo.
- Chốt kiến thức và công thức nghiệm của phương trình $\sin x = m$.

Hoạt động 3: Phương trình $\cos x = m$ (13 phút)

a) Mục tiêu: Hình thành công thức nghiệm và từ đó biết vận dụng giải phương trình $\cos x = m$.

b) Nội dung: Nhận biết công thức nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$.

➤H4: Quan sát Hình 1.37, tìm các nghiệm của phương trình đã cho trong nửa khoảng $[-\pi; \pi)$.

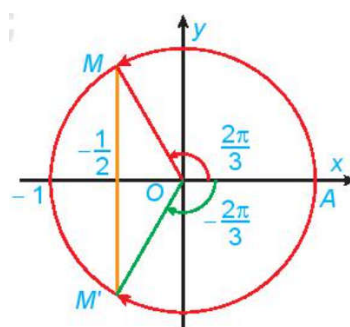
➤H5: Dựa vào tính tuần hoàn của hàm số cosin, hãy viết công thức nghiệm của phương trình đã cho.

➤H6: Vẽ đồ thị đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ và đồ thị hàm số $y = \cos x$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

c) Sản phẩm:

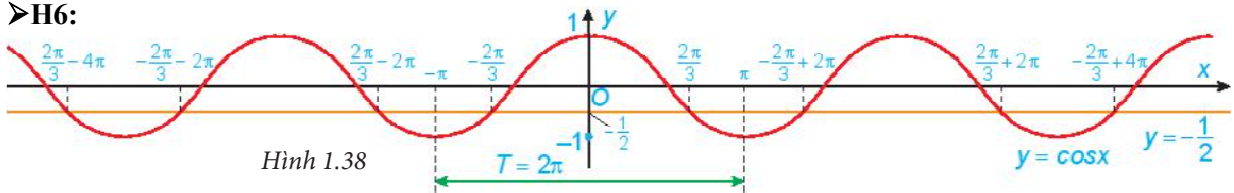
➤H4: Trong nửa khoảng $[-\pi; \pi)$, phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ có nghiệm là $x = \frac{2\pi}{3}$ và $x = -\frac{2\pi}{3}$.

➤H5: $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$



Hình 1.37

➤H6:



Hình 1.38

Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là hoành độ các giao điểm của đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ và đồ thị hàm số $y = \cos x$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu câu hỏi và yêu cầu HS thực hiện.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện nhiệm vụ của GV.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS thảo luận và trả lời các câu hỏi của GV, các nhóm HS khác nhận xét, hoàn chỉnh câu trả lời.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS.
- Chốt kiến thức và công thức nghiệm của phương trình $\cos x = m$.

Hoạt động 4: Luyện tập và vận dụng (10 phút)

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức về phương trình $\sin x = m$, $\cos x = m$ vào các dạng bài tập cụ thể.

b) Nội dung: Giải các phương trình sau:

➤H7: $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

➤H8: $\sin 2x = \sin(60^\circ - 3x)$;

➤H9: $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

➤H10: $\cos 2x = \cos(45^\circ - x)$.

c) Sản phẩm:

➤H7: $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

➤H8: $\sin 2x = \sin(60^\circ - 3x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 60^\circ - 3x + k360^\circ \\ 2x = 180^\circ - (60^\circ - 3x) + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 60^\circ + k360^\circ \\ -x = 120^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12^\circ + k72^\circ \\ x = -120^\circ - k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

➤H9: $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

➤H10: $\cos 2x = \cos(45^\circ - x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 45^\circ - x + k360^\circ \\ 2x = -(45^\circ - x) + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 45^\circ + k360^\circ \\ x = -45^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15^\circ + k120^\circ \\ x = -45^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 4 nhóm phát phiếu học tập. HS nhận nhiệm vụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm, các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS; ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất; chốt kiến thức tổng thể trong bài học.
- GV hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại các cách giải phương trình lượng giác.
- Làm **Bài tập 1.20; 1.21** trang 39 và các bài tập cuối chương trang 40, 41, SGK.
- Tìm hiểu các nội dung còn lại của bài “*Phương trình lượng giác*”.

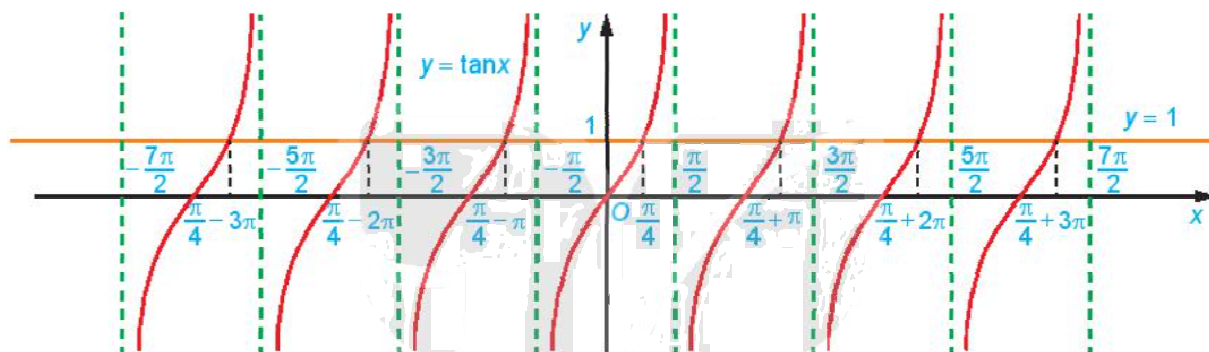
TIẾT 2. PHƯƠNG TRÌNH $\tan x = m$ VÀ $\cot x = m$

Hoạt động 1: Phương trình $\tan x = m$ (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành công thức nghiệm và từ đó biết vận dụng giải phương trình $\tan x = m$.

b) **Nội dung:** Nhận biết công thức nghiệm của phương trình $\tan x = 1$.

➤H1: Quan sát hình vẽ sau, hãy cho biết đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \tan x$ tại mấy điểm trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$?



Hình 1.39

➤H2: Dựa vào tính tuần hoàn của hàm tang, hãy viết công thức nghiệm của phương trình đã cho.

c) Sản phẩm:

➤H1: Đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \tan x$ tại một điểm có hoành độ $x = \frac{\pi}{4}$ trên khoảng

$$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$$

➤H2: $\tan x = 1 \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS hoàn thành các HĐ H1, H2.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận đưa ra phương án, lên bảng trình bày, nhận xét, ...
- GV quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Yêu cầu các nhóm báo cáo kết quả, nhận xét chéo, bổ sung cho nhau.

Bước 4. Kết luận, nhận định

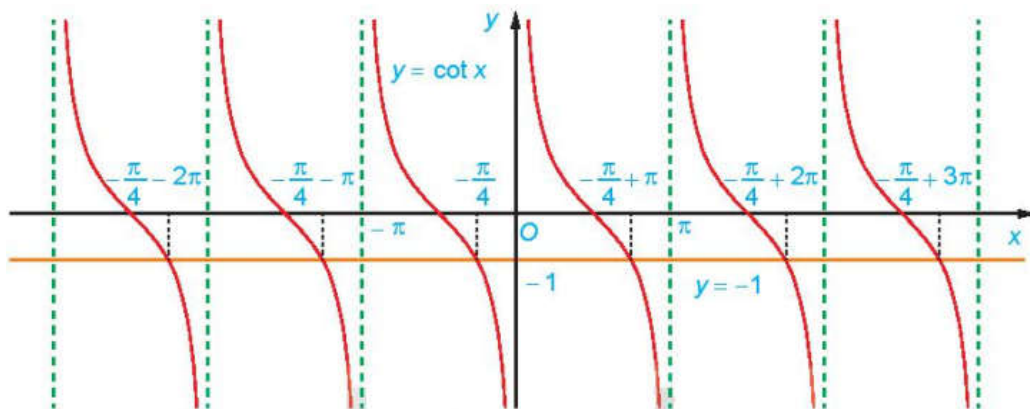
GV nhận xét, bổ sung, chốt lại kiến thức cần nhớ về phương trình $\tan x = m$.

Hoạt động 2: Phương trình $\cot x = m$ (15 phút)

a) Mục tiêu: Hình thành công thức nghiệm và từ đó biết vận dụng giải phương trình $\cot x = m$.

b) Nội dung: Nhận biết công thức nghiệm của phương trình $\cot x = -1$.

➤H3: Quan sát hình sau, hãy cho biết đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = \cot x$ tại mấy điểm trên khoảng $(0; \pi)$?



Hình 1.40

➤H4: Dựa vào tính tuần hoàn của hàm cotang, hãy viết công thức nghiệm của phương trình đã cho.

c) Sản phẩm:

➤H3: Đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = \cot x$ tại một điểm có hoành độ $x = -\frac{\pi}{4}$ trên $(0; \pi)$.

➤H4: $\cot x = -1 \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS hoàn thành các bài tập H3, H4.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận đưa ra đáp án, lên bảng trình bày, nhận xét, ...

- GV quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Các nhóm báo cáo kết quả, nhận xét chéo, bổ sung cho nhau.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung, chốt lại kiến thức cần nhớ về phương trình $\cot x = m$.

Hoạt động 3: Luyện tập (8 phút)

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức về phương trình $\tan x = m$, $\cot x = m$ vào các dạng bài tập cụ thể.

b) Nội dung: Giải các phương trình sau:

➤H5: $\tan x = -\sqrt{3}$; ➤H6: $\tan x = 2$; ➤H7: $\cot x = -\sqrt{3}$; ➤H8: $\tan 3x - \cot 5x = 0$.

c) Sản phẩm:

➤H5: $\tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

➤H6: Gọi $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là góc thoả mãn α ($0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$).

Khi đó ta có: $\tan x = 2 \Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

➤H7: $\cot x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

➤H8: Điều kiện:
$$\begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \sin 5x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 5x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \\ x \neq k\frac{\pi}{5} \end{cases}.$$

Khi đó ta có: $\tan 3x - \cot 5x = 0 \Leftrightarrow \tan 3x = \cot 5x \Leftrightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right)$

$$\Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} - 5x + k\pi \Leftrightarrow 8x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8}.$$

Nghiệm $x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8}$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy nghiệm của phương trình trên là $x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS hoàn thành các bài tập H5, H6, H7, H8.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận đưa ra đáp án, lên bảng trình bày, nhận xét, ...
- GV quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Các nhóm báo cáo kết quả, nhận xét chéo, bổ sung cho nhau.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung, chốt lại kiến thức cần nhớ.

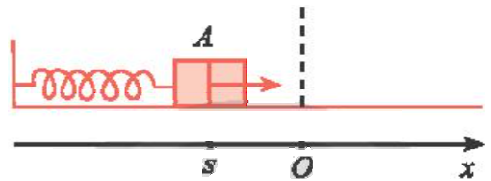
Hoạt động 4: Vận dụng (6 phút)

a) Mục tiêu: Ứng dụng phương trình lượng giác giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

b) Nội dung:

Trong hình bên, khi được kéo ra khỏi vị trí cân bằng ở điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O . Toạ độ s (cm) của A trên trục Ox vào thời điểm t (giây) sau khi

buông tay được xác định bởi công thức $s = 10 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$.



Hình 1.41

Vào các thời điểm nào thì $s = -5\sqrt{3}$ (cm)?

(Theo <https://www.britannica.com/science/simple-harmonic-motion>)

c) Sản phẩm:

$$\text{Ta có: } s = -5\sqrt{3} \Leftrightarrow 10 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = -5\sqrt{3} \Leftrightarrow \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 10t + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 10t + \frac{\pi}{2} = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10t = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ 10t = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{5} \\ t = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{5} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy $s = -5\sqrt{3}$ cm tại các thời điểm $t = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{5}$ và $t = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{5}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 4 nhóm phát phiếu học tập.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm HS thảo luận, suy nghĩ, trình bày câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất.
- Chốt kiến thức tổng thể trong bài học.
- Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại kiến thức: giá trị lượng giác của góc lượng giác, công thức lượng giác, hàm số lượng giác, phương trình lượng giác cơ bản.
- Làm **Bài tập 1.22; 1.23** trang 39 và bài tập Chương I trang 40, 41, SGK.
- Tìm hiểu trước nội dung Chương II “*Dãy số*”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Phương trình $\cos x = 1$ có công thức nghiệm là

- A. $x = k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = k2\pi$. D. $x = \pi + k2\pi$.

Câu 2. Phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - 60^\circ\right) = 0$ có công thức nghiệm là

- A. $x = \pm \frac{5\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}$. B. $x = k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}$.

Câu 3. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A. $3\sin x = 1$. B. $\tan 3x = 2$. C. $\cot 5x = 3$. D. $\cos 2x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 4. Phương trình $\sqrt{3} + 3\tan x = 0$ có công thức nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 5. Biểu diễn nghiệm của phương trình $2\cos 2x + 1 = 0$ trên đường tròn lượng giác ta được bao nhiêu điểm?

- A. 2 điểm. B. 4 điểm. C. 6 điểm. D. 8 điểm.

B. Tự luận

Câu 6. Khi Mặt Trăng quay quanh Trái Đất, mặt đối diện với Trái Đất thường chỉ được Mặt Trời chiếu sáng một phần. Các pha của Mặt Trăng mô tả mức độ phần bề mặt của nó được Mặt Trời chiếu sáng. Khi góc giữa Mặt Trời, Trái Đất và Mặt Trăng là α ($0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$) thì tỉ lệ F



Hình 1.42

của phần Mặt Trăng được chiếu sáng cho bởi công thức $F = \frac{1}{2}(1 - \cos \alpha)$ (Theo *usno.navy.mil*).

Xác định góc α tương ứng với các pha sau của Mặt Trăng khi $F = 0,25$ (trăng lưỡi liềm).

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. C **Câu 2.** D **Câu 3.** D **Câu 4.** C **Câu 5.** B

Câu 6. $F = 0,25 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(1 - \cos \alpha) = 0,25 \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

CHƯƠNG II. DÃY SỐ.

CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 11 bộ “Kết nối tri thức với cuộc sống”)

BÀI 5. DÃY SỐ

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được dãy số hữu hạn, dãy số vô hạn.
- Biết cách cho một dãy số: bằng cách liệt kê các số hạng (đối với dãy số hữu hạn và có ít số hạng); bằng công thức của số hạng tổng quát; bằng phương pháp truy hồi; bằng phương pháp mô tả.
- Nhận biết được tính chất tăng, giảm và bị chặn của dãy số trong những trường hợp đơn giản.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc thiết lập các dãy số liên quan đến thực tiễn trong bài học.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức làm việc nhóm.
- Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), bảng phụ, bút lông, các hình ảnh, đồ dùng dạy học minh hoạ cho phép thử ngẫu nhiên, biến cố.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. DÃY SỐ. DÃY SỐ VÔ HẠN. DÃY SỐ HỮU HẠN

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)

a) Mục tiêu: Giúp HS có hứng thú, gợi dậy ý thức tìm tòi với nội dung bài học.

b) Nội dung: Năm 2020, số dân của một thành phố trực thuộc tỉnh là khoảng 500 nghìn người. Người ta ước tính rằng số dân của thành phố đó sẽ tăng trưởng với tốc độ khoảng 2% mỗi năm. Khi đó số dân P_n (nghìn người) của thành phố đó sau n năm, kể từ năm 2020 được tính bằng công thức $P_n = 500(1 + 0,02)^n$.

- Nếu tăng trưởng theo quy luật như vậy thì vào năm 2021, 2022 thì số dân của thành phố đó khoảng bao nhiêu nghìn người?

- Nếu tăng trưởng theo quy luật như vậy thì vào năm 2030, số dân của thành phố đó là khoảng bao nhiêu nghìn người?

c) Sản phẩm:

- $P_1 = 500(1 + 0,02) = 510$ (nghìn người), $P_2 = 500(1 + 0,02)^2 \approx 520$ (nghìn người).
- Tạo sự kích thích lôi cuốn sự chú ý của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- Yêu cầu HS nghiên cứu tình huống mở đầu, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận, trao đổi theo yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt HS vào bài mới: Trong bài học này, chúng ta sẽ tìm hiểu một số khái niệm cơ bản, từ đó giúp chúng ta có cơ sở trả lời ý thứ hai của bài toán mở đầu trên.

Hoạt động 2: Nhận biết dãy số vô hạn

a) Mục tiêu: Giúp HS làm quen với dãy gồm tất cả các số chính phương, sắp xếp theo thứ tăng dần, để dẫn đến khái niệm dãy số tổng quát.

b) Nội dung: HĐ1, trang 42, SGK.

c) Sản phẩm:

➤HĐ1:

- Năm số chính phương đầu tiên theo thứ tự tăng dần là: 0;1;4;16;25 .
- Công thức tính số chính phương thứ n là: $(n-1)^2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân (có thể sử dụng điện thoại tra trên Google).
- Nhắc lại khái niệm: Số chính phương.
- Yêu cầu HS nghiên cứu HĐ1, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV.
- HS nghiên cứu HĐ1, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV chốt định nghĩa dãy số vô hạn:

- Mỗi hàm số u xác định trên tập các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số). Kí hiệu là $u = u(n)$.
 - Ta thường viết u_n thay cho $u(n)$ và kí hiệu dãy số $u = u(n)$ bởi (u_n) , do đó dãy số (u_n) được viết dưới dạng khai triển $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$.
- Số u_1 gọi là số hạng đầu, u_n là số hạng thứ n và gọi là số hạng tổng quát của dãy số.

Chú ý: Nếu $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = c$ thì (u_n) được gọi là dãy số không đổi.

Hoạt động 3: củng cố định nghĩa dãy số vô hạn

a) **Mục tiêu:** Minh họa cách xác định số hạng đầu và số hạng tổng quát của một vài dãy số đơn giản.

b) **Nội dung:** Ví dụ 1, trang 43, SGK.

c) **Sản phẩm:**

Ví dụ 1:

- Dãy số (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 1$ và số hạng tổng quát $u_n = 2n - 1$.
- Dãy số (v_n) có số hạng đầu $v_1 = 1$ và số hạng tổng quát $v_n = 5n$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân.
- Yêu cầu HS nghiên cứu **Ví dụ 1**, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV.
- HS nghiên cứu **Ví dụ 1**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 4: Nhận biết dãy số hữu hạn

a) **Mục tiêu:** Giới thiệu cho HS dãy hữu hạn gồm các số chính phương nhỏ hơn 50, để dẫn đến khái niệm dãy số hữu hạn tổng quát.

b) **Nội dung:** HĐ2 trang 43, SGK.

c) **Sản phẩm:**

➤ **HĐ2:**

- Các số chính phương nhỏ hơn 50 được sắp xếp theo thứ tự tăng dần từ bé đến lớn là: 0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49.
- Công thức số hạng thứ n là: $u_n = (n-1)^2, (1 \leq n \leq 8, \forall n \in \mathbb{N}^*)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân.
- Yêu cầu HS nghiên cứu **HĐ2**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV.
- HS nghiên cứu **HĐ2**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Định nghĩa dãy số hữu hạn:

- Mỗi hàm số u xác định trên tập $M = \{1; 2; 3; \dots; m\}$ với $m \in \mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số hữu hạn.
- Dạng khai triển của dãy số hữu hạn là $u_1, u_2, \dots, u_m$. Số u_1 gọi là số hạng đầu. Số u_m gọi là số hạng cuối.

Hoạt động 5: Củng cố định nghĩa dãy số

a) Mục tiêu: Giúp HS:

- Kỹ năng xác định một dãy số hữu hạn. Số hạng đầu và số hạng cuối của dãy số hữu hạn.
- Củng cố kỹ năng xác định số hạng tổng quát của một dãy số.

b) Nội dung: Ví dụ 2, Luyện tập 1, trang 43, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 2:

- Các số hạng của dãy số là: 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19.
- Số hạng đầu của dãy số này là 1 và số hạng cuối của dãy số này là 19.

Luyện tập 1:

- Các số tự nhiên chia cho 5 dư 1 là: 1; 6; 11; 16; ...; $(5(n-1)+1); \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = 5(n-1)+1, \forall n \geq 1$.
- Năm số hạng đầu của dãy số là: 1; 6; 11; 16; 21. Số hạng đầu của dãy số này là 1 và số hạng cuối của dãy số này là 21.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: Nhóm 1, 2: Làm **Ví dụ 2**. Nhóm 3, 4: Làm **Luyện tập 1**.
- HS các nhóm nghiên cứu bài toán theo phân công, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo nhóm, hoàn thành nội dung và trả lời.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu các nhóm cử đại diện lên trình bày, HS các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung.

Hoạt động 6: Nhận biết các cách cho một dãy số

a) Mục tiêu: Giúp HS biết cách cho một dãy số qua ví dụ cụ thể

b) Nội dung: **HĐ3**, trang 43, SGK.

c) **Sản phẩm:** Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = 5.n, \forall n \geq 1$. Số hạng đầu của dãy số là $u_1 = 5$ và $u_n = u_{n-1} + 5, \forall n \geq 2$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm, cả bốn nhóm cùng thực hiện **HD3**, trang 43, SGK.
- HS các nhóm nghiên cứu **HD3**, trang 43, SGK, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm trên bảng phụ.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo nhóm, tìm hiểu chọn lọc thông tin và hoàn thành nội dung sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu các nhóm cử đại diện lên trình bày, HS các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung.
- GV nêu các cách xác định một dãy số.
 - Một dãy số có thể cho bằng:
 - Liệt kê các số hạng (chỉ dùng cho các dãy hữu hạn và có ít số hạng);
 - Công thức của số hạng tổng quát;
 - Phương pháp mô tả;
 - Phương pháp truy hồi.
- *Củng cố:* viết số hạng tổng quát của một dãy số dựa trên sự mô tả của dãy số đó.
- *Cách giải:* Việc mô tả một dãy số có thể được thực hiện bằng cách cho một số số hạng đầu của dãy số đó hoặc cho mối liên hệ giữa một số hạng với các số hạng đứng trước nó. Căn cứ trên việc mô tả này, ta tìm được công thức của số hạng tổng quát.

Hoạt động 7: Luyện tập

a) Mục tiêu:

- Giúp HS biết cách xác định một số hạng bất kì của một dãy số đã cho khi biết công thức số hạng tổng quát.
- Cho HS làm quen với một dãy số cho bằng phương pháp mô tả, mà không thể cho bằng các cách khác.
- Rèn kĩ năng xác định những số hạng đầu của một dãy số cho bằng hệ thức truy hồi.
- Củng cố kĩ năng xác định những số hạng đầu của một dãy số khi biết số hạng tổng quát hoặc hệ thức truy hồi.

b) Nội dung: Ví dụ 3, Ví dụ 4, Ví dụ 5, Luyện tập 2, trang 44, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 3:

a) Năm số hạng đầu của dãy số là: 2; 4; 6; 8; 10. Số hạng thứ 100 là $u_{100} = 2.100 = 200$.

b) Năm số hạng đầu của dãy số là: $-1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{5}$. Số hạng thứ 100 là $u_{100} = \frac{(-1)^{100}}{100} = \frac{1}{100}$.

Ví dụ 4: Năm số hạng đầu của dãy số là: 2; 3; 5; 7; 11.

Ví dụ 5: Ba số hạng đầu của dãy số là: $u_1 = 1$; $u_2 = 3.u_1 + 2 = 3.1 + 2 = 5$; $u_3 = 3.u_2 + 2 = 3.5 + 2 = 17$.

Luyện tập 2:

a) Năm số hạng của dãy số là: $u_1 = 1! = 1$; $u_2 = 2! = 2$; $u_3 = 3! = 6$; $u_4 = 4! = 24$; $u_5 = 5! = 120$.

b) Năm số hạng của dãy số Fibonacci là:

$$F_1 = 1; F_2 = 1; F_3 = F_2 + F_1 = 2; F_4 = F_3 + F_2 = 3; F_5 = F_4 + F_3 = 5.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm:

Nhóm 1: **Ví dụ 3.** Nhóm 2: **Ví dụ 4.** Nhóm 3: **Ví dụ 5.** Nhóm 4: **Luyện tập 2.**

- *Yêu cầu:* HS các nhóm nghiên cứu bài của nhóm, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung sản phẩm vào bảng phụ.

- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS của nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

- GV trình chiếu hình ảnh trực quan về dãy số (**Chú ý**, trang 45, SGK).

Hoạt động 8: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Vận dụng tổng hợp kiến thức, kĩ năng được học vào giải quyết bài toán thực tế đặt ra ở đầu bài học.

b) **Nội dung:** Bài toán mở đầu (ý thứ hai).

c) **Sản phẩm:** Ở đây ta có $n = 2030 - 2020 = 10$. Vậy số dân của thành phố đó vào năm 2030 sẽ là:

$$P_{10} = 500.(1.02)^{10} \approx 609 \text{ (nghìn người)}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân.

- Yêu cầu HS nghiên cứu bài toán mở đầu (ý thứ hai), tìm hiểu, chọn lọc thông tin và trình bày vào nháp.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS nghiên cứu bài toán mở đầu (ý thứ hai), chọn lọc thông tin và trả lời.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung.

TIẾT 2. Dãy số tăng. Dãy số giảm. Dãy số bị chặn

Hoạt động 9: Nhận biết dãy số tăng, dãy số giảm

a) **Mục tiêu:** Giúp HS biết cách kiểm tra một dãy số có công thức của số hạng tổng quát cho trước có là dãy số tăng hay giảm.

b) **Nội dung:** **HĐ4**, trang 45, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- Ta có: $u_{n+1} = 3(n+1) - 1 = 3n + 2$.

Xét $u_{n+1} - u_n = (3n+2) - (3n-1) = 3 > 0, \forall n \geq 1 \Rightarrow u_{n+1} > u_n$. Vậy $u_{n+1} > u_n, \forall n \geq 1$.

- Ta có: $v_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2}$.

Xét $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2} = -\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} < 0, \forall n \geq 1 \Rightarrow v_{n+1} < v_n$. Vậy $v_{n+1} < v_n, \forall n \geq 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm:
 - + Nhóm 1 và nhóm 2: làm ý a.
 - + Nhóm 3 và nhóm 4: làm ý b.
- Yêu cầu HS các nhóm nghiên cứu đề bài, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành nội dung vào bảng phụ và cử đại diện nhóm trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi, thảo luận trong nhóm theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS đại diện nhóm lên trình bày kết quả, HS các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV chốt: Nêu định nghĩa dãy số tăng, giảm.

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu ta có $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Hoạt động 10: Củng cố định nghĩa dãy số tăng, giảm

a) Mục tiêu:

- Rèn kĩ năng xét tính tăng, giảm của một dãy số khi biết số hạng tổng quát trong trường hợp đơn giản.
- Củng cố cho HS kĩ năng xét tính tăng, giảm của một dãy số khi biết số hạng tổng quát trong trường hợp đơn giản.

b) Nội dung: Ví dụ 7, Luyện tập 3, trang 45, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 7: Ta có $u_{n+1} - u_n = (-2(n+1) + 5) - (-2n + 5) = -2 < 0 \Rightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (u_n) là dãy số giảm.

Luyện tập 3: Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} = -\frac{1}{(n+1)(n+2)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy

(u_n) là dãy số giảm.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm:
 - + Nhóm 1 và nhóm 2: **Ví dụ 7**;
 - + Nhóm 3 và nhóm 4: **Luyện tập 3**.
- Yêu cầu HS các nhóm nghiên cứu đề bài, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lần lượt lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Để xác định tính tăng, giảm của một dãy số, ta làm như sau:

Lập hiệu $u_{n+1} - u_n$. Nếu hiệu này dương thì dãy số tăng, nếu hiệu này âm thì dãy số giảm.

Hoạt động 11: Nhận biết dãy số bị chặn

a) **Mục tiêu:** Cho HS làm quen với một dãy số vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới, khi biết công thức của số hạng tổng quát của dãy số.

b) **Nội dung:** HD5, trang 45, SGK.

c) **Sản phẩm:** Ta có $u_n = \frac{n+1}{n} = 1 + \frac{1}{n}$.

a) Ta có với mọi $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \frac{1}{n} \geq 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{n} \geq 1$.

b) Ta có với mọi $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \frac{1}{n} \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 1 + \frac{1}{n} \leq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm, cả bốn nhóm cùng thực hiện HD5.
- GV hướng dẫn cho HS thực hiện HD5: Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$, ta có $a \leq b \Leftrightarrow a + c \leq b + c$.
- Yêu cầu HS các nhóm nghiên cứu đề bài, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức và nêu định nghĩa dãy số bị chặn:

- Dãy số (u_n) được gọi là *bị chặn trên* nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là *bị chặn dưới* nếu tồn tại một số m sao cho $u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là *bị chặn* nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức là tồn tại các số m, M sao cho $m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Hoạt động 12: Luyện tập củng cố định nghĩa dãy số bị chặn

a) **Mục tiêu:**

- Rèn cho HS kĩ năng xét tính bị chặn của một dãy số khi biết số hạng tổng quát trong trường hợp đơn giản.
- Củng cố cho HS kĩ năng xét tính bị chặn của một dãy số khi biết số hạng tổng quát trong trường hợp đơn giản.

b) **Nội dung:** Ví dụ 8, Luyện tập 4, trang 45, 46 SGK.

c) **Sản phẩm:**

Ví dụ 8: Dãy số bị chặn trên, vì $u_n = \frac{n-1}{n} = 1 - \frac{1}{n} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy số bị chặn dưới, vì $u_n = \frac{n-1}{n} \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) bị chặn.

Luyện tập 4: Ta có: $2 \leq 2n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 1 \leq 2n-1 = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Mặt khác ta có $u_n < u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: **Ví dụ 8**; + Nhóm 3, 4: **Luyện tập 4**.
- Yêu cầu HS vận dụng kiến thức vừa học hoàn thành sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành nội dung vào bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- **Củng cố:** Để chứng minh một dãy số (u_n) bị chặn, ta tìm hai số a, b ($a < b$) sao cho

$$a < u_n < b, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Để chứng minh $a < u_n < b, \forall n \in \mathbb{N}^*$, ta có thể dùng các tính chất của bất đẳng thức.

Hoạt động 13: Vận dụng

a) Mục tiêu: Biết vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng được học vào giải quyết bài toán thực tế.

b) Nội dung: Vận dụng, trang 46, SGK.

c) Sản phẩm:

- a) Ta có $S_2 = 200 + 25 = 225$, $S_3 = 225 + 25 = 250$, $S_4 = 250 + 25 = 275$, $S_5 = 275 + 25 = 300$.
- b) Ta có $S_n = S_{n-1} + 25, \forall n \geq 2 \Rightarrow S_n - S_{n-1} = 25 > 0, \forall n \geq 2$. Do đó (S_n) là dãy số tăng. Ý nghĩa thực tế của kết quả này là lương của anh Thanh tăng dần theo từng năm.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm, cả bốn nhóm cùng thực hiện bài toán vận dụng.
- Yêu cầu HS vận dụng kiến thức vừa học hoàn thành sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ.
- GV theo dõi, hướng dẫn, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lần lượt lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà**

- Nắm vững các kiến thức đã học: định nghĩa dãy số, cách cho một dãy số, dãy số tăng, giảm và bị chặn.
- Làm các bài tập từ **2.1** đến **2.7**, trang 46, 47, SGK.
- Tìm hiểu trước về định nghĩa cấp số cộng, số hạng tổng quát và tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng, trang 48, 49, 50, SGK.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là:

- A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

- A. $u_5 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{17}{12}$. C. $u_5 = \frac{7}{4}$. D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

- A. $u_4 = \frac{5}{9}$. B. $u_4 = 1$. C. $u_4 = \frac{2}{3}$. D. $u_4 = \frac{14}{27}$.

Câu 4. Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $1; 1; 1; 1; 1; 1; \dots$. B. $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$.
C. $(u_n): u_n = 2n - 1, n \in \mathbb{N}^*$. D. $(u_n): u_n = \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N}$.

Câu 5. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn trên?

- A. $u_n = n^2$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = \sqrt{n+1}$.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn B. Ta có: $u_1 = \frac{1}{3^1 - 1} = \frac{1}{2}$; $u_2 = \frac{2}{3^2 - 1} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$; $u_3 = \frac{3}{3^3 - 1} = \frac{3}{26}$.

Câu 2: Chọn C. Ta có: $u_5 = \frac{2 \cdot 5^2 - 1}{5^2 + 3} = \frac{7}{4}$.

Câu 3: Chọn A.

Ta có: $u_2 = \frac{1}{3}(u_1 + 1) = \frac{1}{3}(2 + 1) = 1$; $u_3 = \frac{1}{3}(u_2 + 1) = \frac{1}{3}(1 + 1) = \frac{2}{3}$; $u_4 = \frac{1}{3}(u_3 + 1) = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3} + 1\right) = \frac{5}{9}$.

Câu 4: Chọn C.

Xét đáp án A: Dãy số $1; 1; 1; 1; 1; \dots$ đây là dãy hằng số nên không tăng, không giảm.

Xét đáp án B: Dãy số $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$ có $u_1 > u_2; u_2 < u_3$ nên không phải là dãy số tăng.

Xét đáp án C: Rõ ràng: $2n - 1 < 2(n + 1) - 1$, suy ra $u_n < u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, đây là dãy số tăng.

Xét đáp án D: Rõ ràng: $\frac{1}{2^n} > \frac{1}{2^{n+1}}, \forall n \in \mathbb{N}$, suy ra $u_n > u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}$, đây là dãy số giảm.

Câu 5: Chọn C.

- Dãy số có các số hạng tổng quát lần lượt là: n^2 ; 2^n ; $\sqrt{n+1}$ là các dãy số tăng vô hạn khi n tăng lên vô hạn nên chúng không bị chặn trên, do đó loại các đáp án A, B, D.

- Dãy số $u_n = \frac{1}{n} \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ suy ra dãy số $u_n = \frac{1}{n}$ bị chặn trên 1.

BÀI 6. CẤP SỐ CỘNG

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được một dãy số là một cấp số cộng.
- Biết và giải thích được công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số cộng.
- Biết cách tính tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng.
- Biết vận dụng kiến thức của bài học để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc thiết lập các dãy số liên quan đến thực tiễn trong bài học.
- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học thông qua việc sử dụng MTCT để tính tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức làm việc nhóm.
- Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Giáo viên:** Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), MTCT, bảng phụ, bút lông, các hình ảnh.
2. **Học sinh:** Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. ĐỊNH NGHĨA CẤP SỐ CỘNG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có hứng thú, gợi dậy ý thức tìm tòi với nội dung bài học.

b) **Nội dung:** Một nhà hát có 25 hàng ghế với 16 ghế ở hàng thứ nhất, 18 ghế ở hàng thứ hai, 20 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật đó.

- Hàng ghế thứ tư, thứ năm có bao nhiêu ghế?
- Tính tổng số ghế của nhà hát đó.

c) **Sản phẩm:**

- Số ghế hàng thứ tư là 22, Số ghế hàng thứ năm là 24.
- Tạo sự kích thích lôi cuốn sự chú ý của HS.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- Yêu cầu HS nghiên cứu tình huống mở đầu.



Hình 2.1

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt HS vào bài mới: Trong tình huống mở đầu ý thứ hai (dự đoán) các em không trả lời được, vậy để trả lời câu hỏi này thì kiến thức bài học này giúp chúng ta giải quyết bài toán nêu trên.

Hoạt động 2: Nhận biết khái niệm cấp số cộng

a) Mục tiêu: Giới thiệu cho HS một dãy số quen thuộc mà số hạng sau bằng số hạng trước cộng với một số không đổi (dãy các số tự nhiên lẻ), dẫn đến khái niệm cấp số cộng.

b) Nội dung: HD1, trang 48, SGK.

c) Sản phẩm:

- Năm số hạng đầu của dãy số là: 1; 3; 5; 7; 9.
- Ta có $u_n = u_{n-1} + 2$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- Yêu cầu HS thực hiện HD1, trang 48, SGK và hoàn thành nội dung trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu và hoàn thành nội dung trên giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV dẫn dắt HS vào bài mới: Từ HD1, trang 48, SGK, ta thấy dãy số 1; 3; 5; 7; 9 có tính chất là kể từ số hạng thứ hai trở đi mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với 2. Một dãy số có tính chất như thế được gọi là một cấp số cộng (số 2 nói trên được gọi là công sai của cấp số cộng 1; 3; 5; 7; 9). Từ đó ta có định nghĩa cấp số cộng như dưới đây:

- **Cấp số cộng** là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d . Số d được gọi là **công sai** của cấp số cộng.
- Cấp số cộng (u_n) với công sai d được cho bởi hệ thức truy hồi $u_n = u_{n-1} + d$ với $n \geq 2$.

- GV hỏi: Dãy số không đổi $a; a; \dots; a; \dots$ có phải là một cấp số cộng? Nếu là cấp số cộng, hãy tìm công sai d .
- GV chốt kiến thức: Dãy số không đổi $a; a; \dots; a; \dots$ là một cấp số cộng với công sai $d = 0$ (hay còn gọi là dãy hằng số).

Hoạt động 3: Củng cố định nghĩa cấp số cộng

a) Mục tiêu:

- Giúp HS biết sử dụng số hạng đầu và công sai để xác định dần các số hạng của một cấp số cộng, dựa vào định nghĩa.

- Giúp HS biết cách kiểm tra xem dãy số cho trước có phải là cấp số cộng không, khi biết số hạng tổng quát của dãy.

b) Nội dung: Ví dụ 1, Ví dụ 2, trang 48, 49, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 1: Năm số hạng đầu của cấp số cộng đã cho là: 2; 5; 8; 11; 14.

Ví dụ 2: Ta có $u_n - u_{n-1} = 5n - 1 - (5n - 6) = 5, \forall n \geq 2$. Vậy (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 5.1 - 1 = 4$ và công sai $d = 5$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: **Ví dụ 1**. + Nhóm 3, 4: **Ví dụ 2**.
- Yêu cầu HS thực hiện các ví dụ.
- GV đặt vấn đề:
 - + Từ định nghĩa cấp số cộng ta có $u_n = u_{n-1} + d, \forall n \geq 2$. Khi đó các em có nhận xét gì về hiệu hai số hạng liên tiếp $u_n - u_{n-1}$?
 - + Ta có $u_2 = u_1 + d$; $u_3 = u_2 + d = u_1 + d + d = u_1 + 2d$; ...
- HS nghiên cứu **Ví dụ 1, Ví dụ 2**, tìm hiểu chọn lọc thông tin và hoàn thành trên bảng phụ của nhóm.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu của GV, hoàn thành nội dung và trả lời.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho HS đại diện nhóm lên trình bày, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:*
 - + Để lập một cấp số cộng khi biết số hạng đầu u_1 và công sai d , ta sử dụng định nghĩa cấp số cộng.
 - + Để chứng minh một dãy số cho trước là một cấp số cộng, ta xét hiệu của hai số hạng liên tiếp bất kì. Nếu hiệu này là một hằng số không đổi thì dãy số đó là cấp số cộng (và hằng số đó chính là công sai); nếu trái lại thì dãy số đó không phải là cấp số cộng.

Hoạt động 4: Vận dụng định nghĩa cấp số cộng

a) Mục tiêu: Củng cố kĩ năng nhận biết một dãy số cho trước có phải là cấp số cộng hay không.

b) Nội dung: Luyện tập 1, trang 49, SGK.

c) Sản phẩm:

Luyện tập 1: Ta có $u_n - u_{n-1} = -2n + 3 - (-2(n-1) + 3) = -2, \forall n \geq 2$.

Vậy (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -2.1 + 3 = 1$ và công sai $d = -2$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- Yêu cầu HS thực hiện **Luyện tập 1**, trang 49, SGK và hoàn thành nội dung trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu và hoàn thành nội dung trên giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 5. Công thức tổng quát của cấp số cộng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS dự đoán được công thức số hạng tổng quát của một cấp số cộng.

b) **Nội dung:** HĐ2, trang 49, SGK.

c) **Sản phẩm:** Ta có: $u_2 = u_1 + d$; $u_3 = u_2 + d = u_1 + 2d$; $u_4 = u_3 + d = u_1 + 3d$; $u_5 = u_4 + d = u_1 + 4d$.

Từ đó có $u_n = u_1 + (n-1)d$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm, cả 4 nhóm đều thực hiện HĐ2.
- HS các nhóm nghiên cứu bài toán theo phân công, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ của nhóm.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu của GV, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành nội dung sản phẩm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho HS đại diện nhóm trình bày, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì **số hạng tổng quát** u_n của nó được xác định theo công thức $u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 2$.

Hoạt động 6: Củng cố công thức tổng quát của cấp số cộng

a) Mục tiêu:

- Giúp HS biết cách xác định một số hạng bất kì của một cấp số cộng đã cho.
- Biết cách xác định số hạng đầu và công sai của một cấp số cộng khi có đủ kiện phù hợp (chẳng hạn biết 2 số hạng của cấp số cộng đó).

b) **Nội dung:** Ví dụ 3, Ví dụ 4, trang 49, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 3: Vì (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 10$; $u_2 = 5 \Rightarrow d = -5$. Do đó năm số hạng đầu của dãy số là: 10; 5; 0; -5; -10. Số hạng thứ 100 là $u_{100} = u_1 + (100-1)d = 10 + 99 \cdot (-5) = -485$.

Ví dụ 4: Giả sử cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d .

Ta có: $\begin{cases} u_1 + 9d = 48 \\ u_1 + 17d = 88 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 5 \end{cases}$. Vậy số hạng thứ 100 là $u_{100} = u_1 + 99d = 3 + 99 \cdot 5 = 498$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: **Ví dụ 3.** + Nhóm 3, 4: **Ví dụ 4.**
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Ví dụ 3, Ví dụ 4**, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện lên trình bày kết quả thảo luận của nhóm, các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Muốn tìm cấp số cộng khi biết một số số hạng của nó, ta sử dụng công thức $u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 2$ để tìm ra u_1 và d .

Hoạt động 7: Vận dụng công thức tổng quát của cấp số cộng

a) Mục tiêu: Củng cố kĩ năng nhận biết một dãy số là cấp số cộng và xác định các yếu tố cơ bản của nó.

b) Nội dung: **Luyện tập 2**, trang 49, SGK.

c) Sản phẩm: Ta có: $u_n = 4n - 3$; $u_{n-1} = 4(n-1) - 3 = 4n - 7$.

Xét $u_n - u_{n-1} = 4n - 3 - (4n - 7) = 4, \forall n \geq 2$. Vậy dãy số (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 4$ và $u_1 = 1$. Ta có $u_n = 1 + (n-1)4$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- Yêu cầu HS thực hiện **Luyện tập 2**, trang 49, SGK và hoàn thành nội dung trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu và hoàn thành nội dung trên giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

TIẾT 2. TÍNH TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ CỘNG

Hoạt động 8: Xây dựng công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng

a) Mục tiêu: Giúp HS tự khám phá công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng.

b) Nội dung: **HĐ3**, trang 50, SGK.

c) Sản phẩm: Ta có:

$$a) S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n = u_1 + (u_1 + d) + \dots + (u_1 + (n-2)d) + (u_1 + (n-1)d).$$

$$b) S_n = u_n + u_{n-1} + \dots + u_2 + u_1 = (u_1 + (n-1)d) + (u_1 + (n-2)d) + \dots + (u_1 + d) + u_1.$$

$$c) 2.S_n = \underbrace{(2u_1 + (n-1)d) + (2u_1 + (n-1)d) + \dots + (2u_1 + (n-1)d) + (2u_1 + (n-1)d)}_{n \text{ lần}}$$

$$\Rightarrow 2S_n = n[2u_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d).$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV lớp thành 4 nhóm, cả 4 nhóm cùng thực hiện **HĐ3**, trang 50, SGK.
- Yêu cầu HS nghiên cứu **HĐ3**, trang 50, SGK.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **HĐ3**, trang 50, SGK, ghi kết quả của nhóm vào bảng phụ.
- GV theo dõi và hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm treo sản phẩm của nhóm mình, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung, từ đó dẫn dắt HS đi tới công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng:

- Cho cấp số cộng (u_n) với công sai d . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

Khi đó:
$$S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]. \quad (1)$$

- Chú ý: Sử dụng công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$, ta có thể viết tổng S_n dưới dạng:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}. \quad (2)$$

- GV nhấn mạnh: Ta sử dụng công thức (1) khi biết số hạng đầu u_1 và công sai d của một cấp số cộng. Sử dụng công thức (2) khi biết số hạng đầu u_1 và số hạng cuối u_n của một cấp số cộng.

Hoạt động 9: Củng cố công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng

a) Mục tiêu: Giúp HS:

- Rèn kĩ năng tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng qua bài toán thực tiễn ở tình huống mở đầu.
- Xác định số các số hạng đầu của một cấp số cộng để tổng của chúng là số cho trước.

b) Nội dung: Ví dụ 5, Ví dụ 6, trang 50, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 5: Số ghế ở mỗi hàng của nhà hát lập thành một cấp số cộng, gồm 25 số hạng, với số hạng đầu $u_1 = 16$ và công sai $d = 2$. Tổng các số hạng này là:

$$S_{25} = \frac{25}{2}[2u_1 + (25-1)d] = \frac{25}{2}[2 \cdot 16 + 24 \cdot 2] = 1000.$$

Vậy nhà hát đó có tổng cộng 1000 ghế.

Ví dụ 6: Ta có cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Gọi n là số các số hạng đầu của cấp số cộng cần lấy tổng, ta có: $345 = S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = \frac{n}{2}[2 \cdot 2 + (n-1) \cdot 3] = \frac{n}{2}(3n+1).$

Do đó $3n^2 + n - 690 = 0$. Giải phương trình bậc hai này ta được $n = -\frac{46}{3}$ (loại) và $n = 15$. Vậy phải lấy tổng của 15 số hạng đầu của cấp số cộng đã cho để được tổng bằng 345.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1 và nhóm 2: **Ví dụ 5**; + Nhóm 3 và nhóm 4: **Ví dụ 6**.
- HS làm việc theo nhóm thực hiện **Ví dụ 5, Ví dụ 6**.
- *Yêu cầu*: HS nghiên cứu đề bài, thảo luận sau đó trình bày kết quả vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố*: Để tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng, ta thực hiện các bước:
 - Từ giả thiết, ta tìm u_1 và d .
 - Sử dụng công thức $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]$.

Hoạt động 10: Vận dụng

a) **Mục tiêu**: Giúp HS củng cố kỹ năng tính tổng của n số hạng đầu của một cấp số cộng.

b) **Nội dung**: **Vận dụng**, trang 50, SGK.

c) **Sản phẩm**: Số tiền mà anh Nam nhận được hàng năm lập thành một cấp số cộng, gồm 10 số hạng, với số hạng đầu $u_1 = 100$ và công sai $d = 20$. Tổng các số hạng này là:

$$S_{10} = \frac{10}{2}[2u_1 + (10-1)d] = \frac{10}{2}[2 \cdot 100 + 9 \cdot 20] = 1900 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy số tiền anh Nam nhận được sau 10 năm làm việc cho công ty đó là 1900 (triệu đồng).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm, cả bốn nhóm cùng thực hiện bài toán **Vận dụng** trang 50, SGK.
- Yêu cầu HS vận dụng kiến thức vừa học hoàn thành vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS của nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức và giao nhiệm vụ về nhà.

* Hướng dẫn tự học ở nhà

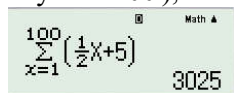
- GV hướng dẫn cho HS cách sử dụng MTCT VINACAL 570ES PLUS II để tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng khi biết số hạng tổng quát.

Bước 1: Ấn phím SHIFT, sau đó ấn tiếp phím , thì lúc này màn hình MTCT sẽ hiện như hình



Bước 2: Ta nhập biểu thức $\frac{1}{2}X + 5$ vào trong dấu (), (vì MTCT không có kí hiệu n nên ta thay

bằng kí hiệu X, để bấm được kí hiệu X thì trước tiên ta nhấn phím  rồi nhấn tiếp phím , rồi nhấn $\downarrow$ nhập vào giá trị đầu tiên của X (ở đây là 1), sau đó nhấn $\uparrow$ nhập vào giá trị đầu tiên của X (ở đây là 100), cuối cùng nhấn phím . Khi đó màn hình sẽ hiện thị kết quả như hình



- Nắm vững các kiến thức đã học: Định nghĩa cấp số cộng, công thức số hạng tổng quát, công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng.
- Làm các bài tập từ 2.8 đến 2.14 trang 51, SGK.
- Tìm hiểu trước về định nghĩa cấp số nhân, số hạng tổng quát và tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân, trang 52, 53, 54, SGK.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1: Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số cộng?

- A. $-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}; \dots$ B. $15\sqrt{2}; 12\sqrt{2}; 9\sqrt{2}; 6\sqrt{2}; \dots$
- C. $\frac{4}{5}; 1; \frac{7}{5}; \frac{9}{5}; \frac{11}{5}; \dots$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{2\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3}; \frac{4\sqrt{3}}{3}; \frac{5}{\sqrt{3}}; \dots$

Câu 2: Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số cộng này là:

- A. $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1$. B. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}$. D. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_{15} = 34$. B. $u_{15} = 45$. C. $u_{13} = 31$. D. $u_{13} = 35$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{4}$ và $d = -\frac{1}{4}$. Gọi S_5 là tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S_5 = -\frac{5}{4}$. B. $S_5 = \frac{4}{5}$. C. $S_5 = \frac{5}{4}$. D. $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Câu 5: Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., hàng thứ n trồng n cây. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- A. 1001. B. 75. C. 77. D. 3003.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn C.

Xét đáp án A: Ta có: $\frac{1}{3} = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = u_5 - u_4 = \dots$ suy ra loại A.

Xét đáp án B: Ta có: $-3\sqrt{3} = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = u_5 - u_4 = \dots$ suy ra loại B.

Xét đáp án C: Ta có: $\frac{1}{5} = u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2 = \frac{2}{5}$ suy ra chọn C.

Chú ý: Chỉ cần tồn tại hai cặp số hạng liên tiếp của dãy số có hiệu khác nhau: $u_{n+1} - u_n \neq u_{n+2} - u_{n+1}$ thì ta kết luận ngay dãy số đó không phải là cấp số cộng.

Xét đáp án D: Ta có: $\frac{\sqrt{3}}{3} = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = u_5 - u_4 = \dots$ suy ra loại D.

Câu 2: Chọn D. Ta dùng công thức số hạng tổng quát $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Ta có: $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{1}{2} + (2-1) \cdot \frac{1}{2} = 0; u_3 = -\frac{1}{2} + (3-1) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2};$

$u_4 = -\frac{1}{2} + (4-1) \cdot \frac{1}{2} = 1; u_5 = -\frac{1}{2} + (5-1) \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$

Câu 3: Chọn C. Ta có: $u_{13} = -5 + (13-1) \cdot 3 = 31.$

Câu 4: Chọn A.

Ta dùng công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng $S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d).$

Ta có: $S_5 = \frac{5}{2} \left(2 \cdot \frac{1}{4} + (5-1) \left(-\frac{1}{4} \right) \right) = -\frac{5}{4}.$

Câu 5: Chọn C. Ta có số cây mỗi hàng (bắt đầu từ hàng thứ nhất) lập thành một cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$. Giả sử có n hàng cây thì ta có $u_1 + u_2 + \dots + u_n = S_n = 3003.$

Khi đó ta có: $3003 = \frac{n}{2}(2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1), \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \\ n = -78 \text{ (không thoả mãn)} \end{cases}.$

Vậy có tất cả 77 hàng cây.

BÀI 6. CẤP SỐ NHÂN

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được một dãy số là một cấp số nhân.
- Biết và giải thích được công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số nhân.
- Biết cách tính tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
- Biết vận dụng kiến thức của bài học để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn liên quan đến cấp số nhân.

3. Phẩm chất

Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn, có ý thức làm việc nhóm, có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), MTCT, bảng phụ, bút lông, các hình ảnh.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. ĐỊNH NGHĨA CẤP SỐ NHÂN

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có hứng thú, gợi động cơ với nội dung bài học.

b) **Nội dung:** Một công ty tuyển một chuyên gia về công nghệ thông tin với mức lương năm đầu là 240 triệu đồng và cam kết sẽ tăng thêm 5% lương mỗi năm so với năm liền trước đó.

- Cho biết số tiền mà chuyên gia nhận được ở năm thứ hai và thứ ba?
- Tính tổng số lương mà chuyên gia đó sẽ nhận được sau 10 năm làm việc cho công ty (làm tròn đến triệu đồng).

c) **Sản phẩm:**

- Số tiền mà chuyên gia nhận được ở năm thứ hai là $240 \cdot \frac{105}{100} = 252$ (triệu đồng) và năm thứ ba

$$252 \cdot \frac{105}{100} = \frac{1323}{5} = 264,6 \text{ (triệu đồng).}$$

- Tạo sự kích thích lôi cuốn sự chú ý của HS.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- Yêu cầu HS nghiên cứu tình huống mở đầu, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu nội dung tình huống mở đầu trên.
- HS chú ý lắng nghe, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt HS vào bài mới:
- Trong tình huống mở đầu ý thứ hai (dự đoán) các em không trả lời được ý thứ hai, vậy để trả lời câu hỏi này thì kiến thức bài học này giúp chúng ta giải quyết bài toán nêu trên.

Hoạt động 2: Nhận biết cấp số nhân

a) **Mục tiêu:** Giúp HS nhận biết được dãy số là một cấp số nhân.

b) **Nội dung:** HĐ1, trang 52, SGK.

c) **Sản phẩm:** HS trả lời được:

a) Năm số hạng đầu của dãy số là: 6;12;24;48;96 .

b) Ta có $u_n = u_{n-1} \cdot 2, \forall n \geq 2$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- GV yêu cầu HS thực hiện HĐ1, trang 52, SGK, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV.

- HS nghiên cứu bài toán, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành trên giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV dẫn dắt HS vào bài mới: Từ **HĐ1**, trang 52, SGK, ta thấy dãy số 6;12;24;48;96 có tính chất là kể từ số hạng thứ hai trở đi mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với 2. Một dãy số có tính chất như thế được gọi là một cấp số nhân (số 2 nói trên được gọi là công bội của cấp số nhân 6;12;24;48;96) → GV đưa ra định nghĩa cấp số nhân:

- **Cấp số nhân** là một dãy số (vô hạn hoặc hữu hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi q . Số q được gọi là **công bội** của cấp số nhân.
- Cấp số nhân (u_n) với công bội q được cho bởi hệ thức truy hồi $u_n = u_{n-1} \cdot q$ với $n \geq 2$.

- GV hỏi: Dãy số không đổi $a; a; \dots; a; \dots$ có phải là một cấp số nhân? Nếu là cấp số nhân, hãy tìm công bội q .
- HS trả lời: Dãy số $a; a; \dots; a; \dots$ là một cấp số nhân với công bội $q = 1$ (hay còn gọi là dãy hằng số).

Hoạt động 3: củng cố định nghĩa cấp số nhân

a) Mục tiêu:

- Giúp HS biết sử dụng số hạng đầu và công bội để xác định dần các số hạng của một cấp số nhân, dựa vào định nghĩa.
- Biết cách kiểm tra xem một dãy số cho trước có phải là một cấp số nhân không, khi biết số hạng tổng quát của dãy.

b) Nội dung: Ví dụ 1, Ví dụ 2, trang 52, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 1: Viết được năm số hạng đầu là: 5; -10; 20; -40; 80.

Ví dụ 2: Với mọi $n \geq 2$ ta có $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{1}{3^{n-1}} \cdot \frac{3^{n-2}}{1} = \frac{1}{3}$ tức là $u_n = \frac{1}{3} u_{n-1}, \forall n \geq 2$.

Vậy dãy số (u_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{3^0} = 1$ công bội $q = \frac{1}{3}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1 và nhóm 3: **Ví dụ 1**. + Nhóm 2 và nhóm 4: **Ví dụ 2**.
- HS các nhóm nghiên cứu bài toán theo phân công, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ của nhóm.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện yêu cầu của GV, nghiên cứu bài toán, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành vào bảng phụ.

- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho HS đại diện nhóm trình bày, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung.

- *Củng cố:*

- + Để lập một cấp số nhân khi biết số hạng đầu u_1 và công bội q , ta sử dụng định nghĩa cấp số nhân:

$$u_n = u_{n-1} \cdot q, \text{ với } n \geq 2.$$

- + Để chứng minh một dãy số cho trước là một cấp số nhân, ta xét thương $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ của hai số hạng liên tiếp bất kì. Nếu thương này là một hằng số không đổi thì dãy số đó là cấp số nhân (và hằng số đó chính là công bội); nếu trái lại thì dãy số đó không phải là cấp số nhân.

Hoạt động 4: Vận dụng định nghĩa cấp số nhân

a) Mục tiêu: Củng cố kĩ năng nhận biết một dãy số cho trước có là cấp số nhân hay không, và xác định các yếu tố cơ bản của nó khi nó là cấp số nhân.

b) Nội dung: Luyện tập 1, trang 53, SGK.

c) Sản phẩm: Với mọi $n \geq 2$ ta có $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{2 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^{n-1}} = 5$ tức là $u_n = 5 \cdot u_{n-1}, \forall n \geq 2$.

Vậy dãy số (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q = 5$ và $u_1 = 10$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- Yêu cầu HS nghiên cứu **Luyện tập 1**, trang 53, SGK, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **Luyện tập 1**, trang 53, SGK, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và trả lời vào giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung.

Hoạt động 5: Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân

a) Mục tiêu: Giúp HS dự đoán công thức số hạng tổng quát của một cấp số nhân.

b) Nội dung: HĐ2, trang 53, SGK.

c) Sản phẩm:

- Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q$; $u_3 = u_2 \cdot q = u_1 \cdot q^2$; $u_4 = u_3 \cdot q = u_1 \cdot q^3$; $u_5 = u_4 \cdot q = u_1 \cdot q^4$.
- Từ đó, ta dự đoán: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm, cả 4 nhóm đều thực hiện **HĐ2**.

- HS các nhóm nghiên cứu bài toán theo phân công, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ của nhóm.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi theo yêu cầu của GV, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành nội dung sản phẩm vào bảng phụ. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho HS đại diện nhóm trình bày, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung.
- GV dẫn dắt HS đi đến kiến thức mới: Từ kết quả **HD2**, trang 53, SGK, ta có công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân:

Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định bởi công thức: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ với $n \geq 2$.

- GV: Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân dùng để:
 - + Lập một cấp số nhân khi biết số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó.
 - + Xác định số hạng bất kì của một cấp số nhân khi biết số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó.
 - + Biểu diễn số hạng bất kì của một cấp số nhân qua số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó.

Hoạt động 6: Củng cố công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân

a) Mục tiêu: Giúp cho HS:

- Biết cách xác định một số hạng bất kì của một cấp số nhân đã cho.
- Biết cách xác định số hạng đầu và công bội của một cấp số nhân khi có đủ kiện phù hợp (chẳng hạn biết hai số hạng của cấp số nhân đó).

b) Nội dung: Ví dụ 3, Ví dụ 4 trang 53, 54, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 3: Ta có cấp số nhân này có số hạng đầu $u_1 = -8$ và công bội $q = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$.

Do đó năm số hạng đầu là: $8; -4; 2; -1; \frac{1}{2}$. Số hạng thứ 100 là $u_{100} = u_1 \cdot q^{99} = 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{99} = -\frac{1}{2^{96}}$.

Ví dụ 4: Gọi u_1 là số hạng đầu và q là công bội của cấp số nhân đã cho.

Ta có: $\begin{cases} u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 1536 \\ u_{12} = u_1 \cdot q^{11} = 6144 \end{cases}$. Từ đây suy ra $q^2 = 4$ tức là $q = 2$ hoặc $q = -2$.

+ Với $q = 2$ tính được $u_1 = 3$.

+ Với $q = -2$ tính được $u_1 = -3$ (trường hợp này loại vì $u_1 > 0$).

Do đó $u_1 = 3$, $q = 2$, vậy số hạng thứ 20 của cấp số nhân đã cho là $u_{20} = u_1 \cdot q^{19} = 3 \cdot 2^{19} = 1572864$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 2: **Ví dụ 3**. + Nhóm 3, 4: **Ví dụ 4**.

- **Yêu cầu:** HS nghiên cứu bài toán của nhóm, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành nội dung sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành nội dung sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện của nhóm lên trình bày kết quả thảo luận của nhóm, các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- **Củng cố:** Đề xác định một cấp số nhân khi biết một số yếu tố của nó, ta sử dụng công thức $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Hoạt động 7: Vận dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân

a) Mục tiêu: Giúp cho HS củng cố kĩ năng nhận biết một dãy số là cấp số nhân và xác định các yếu tố cơ bản của nó thông qua một bài toán thực tiễn.

b) Nội dung: Luyện tập 2 trang 54, SGK.

c) Sản phẩm:

Luyện tập 2: Giả sử u_n là số vi khuẩn tăng sau n giờ.

Ta có $u_1 = 5000$ khi đó ta có $u_n = u_{n-1} + u_{n-1} \cdot \frac{8}{100} = u_{n-1} \cdot 1,08$. Do đó (u_n) là một cấp số nhân với

$u_1 = 5000$ và công bội $q = 1,08$. Vậy số lượng vi khuẩn sau 5 giờ là: $u_6 = 5000 \cdot (1,08)^5 \approx 7347$ (con).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- Yêu cầu HS nghiên cứu **Luyện tập 2**, trang 54, SGK, chọn lọc thông tin và trả lời theo yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **Luyện tập 2**, trang 54, SGK, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và trả lời vào giấy nháp.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung.

TIẾT 2. CÔNG THỨC TÍNH TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA CẤP SỐ NHÂN

Hoạt động 8: Xây dựng công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân

a) Mục tiêu: Giúp HS tự khám phá công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân.

b) Nội dung: HĐ3, trang 54, SGK.

c) Sản phẩm: Ta có:

$$a) S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n = u_1 + u_1 \cdot q + \dots + u_1 \cdot q^{n-2} + u_1 \cdot q^{n-1}. \quad (1)$$

$$b) qS_n = u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 + \dots + u_1 \cdot q^{n-1} + u_1 \cdot q^n. \quad (2)$$

$$c) \text{ Lấy (1) - (2) ta có: } (1 - q) \cdot S_n = u_1 - u_1 \cdot q^n \Rightarrow S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm, cả 4 nhóm đều thực hiện **HD3**.
- HS các nhóm nghiên cứu **HD3** trang 54, SGK, tìm hiểu, chọn lọc thông tin hoàn thành sản phẩm vào bảng phụ của nhóm.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS các nhóm trao đổi theo yêu cầu của GV, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành nội dung sản phẩm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV cho các nhóm treo sản phẩm của nhóm mình lên bảng, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung, từ đó dẫn dắt HS đi tới công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân.

Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ khi đó $S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$.

- GV nêu vấn đề: Công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân dùng để:
 - + Tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân khi biết số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó.
 - + Biểu diễn S_n của cấp số nhân qua số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó.
- GV hỏi: Nếu cấp số nhân có công bội $q = 1$ thì tổng n số hạng đầu S_n của nó bằng bao nhiêu?
- GV gợi ý rút ra công thức: $S_n = n \cdot u_1$.

Hoạt động 9: Củng cố công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân

a) Mục tiêu: Giúp HS:

- Rèn kĩ năng tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân thông qua bài toán thực tiễn ở tình huống mở đầu.
- Biết cách xác định số các số hạng đầu của một cấp số nhân để tổng của chúng là số cho trước.

b) Nội dung: Ví dụ 5, Ví dụ 6, trang 54, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 5: Lương hàng năm (triệu đồng) của chuyên gia lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 240$ và công bội $q = 1,05$. Tổng số lương của chuyên gia đó sau 10 năm là tổng của 10 số hạng đầu của cấp số nhân này và bằng:

$$S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{240 \cdot [1 - (1,05)^{10}]}{1 - 1,05} \approx 3019.$$

Vậy tổng số lương (làm tròn đến triệu đồng) của chuyên gia đó sau 10 năm là 3019 triệu hay 3,019 tỉ đồng.

Ví dụ 6: Ta có cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Gọi n là số các số hạng đầu của cấp số nhân cần lấy tổng.

$$\text{Ta có: } 728 = S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{2(1 - 3^n)}{1 - 3} \Rightarrow 3^n - 1 = 728.$$

Hay ta có $3^n = 729 \Leftrightarrow 3^n = 3^6 \Rightarrow n = 6$. Vậy phải lấy tổng của 6 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho để được tổng bằng 728.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1 và nhóm 3: **Ví dụ 5**; + Nhóm 2 và nhóm 4: **Ví dụ 6**.
- HS làm việc theo nhóm thực hiện theo yêu cầu của GV, HS nghiên cứu đề bài, thảo luận sau đó trình bày sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, tìm hiểu, chọn lọc và hoàn thành nội dung sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:*

+ Để tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân, ta tìm u_1 và q , rồi dùng công thức: $S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$.

+ Để xác định số các số hạng đầu của một cấp số nhân khi biết tổng của chúng là số cho trước, ta thực hiện các bước:

- Từ giả thiết, ta đưa về phương trình đối với n , ở đây n là các số hạng đầu của cấp số nhân.
- Giải phương trình tìm n .

Hoạt động 10: Vận dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân

a) Mục tiêu: Giúp HS củng cố kỹ năng tính tổng của n số hạng đầu của một cấp số cộng và một cấp số nhân.

b) Nội dung: Vận dụng, trang 55, SGK.

c) Sản phẩm:

Phương án 1: Lương quý của công nhân là một cấp số cộng với $u_1 = 3.5 = 15$ và công sai $d = 3.0,5 = 1,5$. Như vậy, sau ba năm tức là 12 quý thì tổng số lương công nhân nhận được là:

$$S_{12} = \frac{12}{2}(2.15 + (12 - 1)1,5) = 279 \text{ (triệu đồng)}.$$

Phương án 2: Lương quý của công nhân là một cấp số nhân với $u_1 = 3.5 = 15$ và công bội $q = 1 + 3.0,05 = 1,15$. Như vậy, sau ba năm tức là 12 quý thì tổng số lương công nhân nhận được là:

$$S_{12} = 15 \frac{1 - 1,15^{12}}{1 - 1,15} \approx 435,03 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy theo phương án 2 thì tổng lương nhận được sau ba năm làm việc của người công nhân sẽ lớn hơn.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm, cả bốn nhóm cùng thực hiện bài toán vận dụng.
- Yêu cầu HS các nhóm trao đổi, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS các nhóm trao đổi, tìm hiểu, chọn lọc thông tin và hoàn thành sản phẩm của nhóm vào bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS của nhóm lên trình bày, HS các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức và giao nhiệm vụ về nhà.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà**

- Nắm vững các kiến thức đã học: định nghĩa cấp số nhân, công thức số hạng tổng quát, công thức tính tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân.
- Làm các bài tập từ **2.15** đến **2.21** trang 55, SGK.
- Làm các bài tập ôn tập Chương II từ bài **2.27** đến **2.32** trang 55, SGK.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 16 và 36. Số hạng tiếp theo là:

- A. 512. B. 64. C. 81. D. 48.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$ và $q = -\frac{1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

- A. Số hạng thứ 103. B. Số hạng thứ 104. C. Số hạng thứ 105. D. Số hạng thứ 106.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. $S_{10} = -1023$. B. $S_{10} = 1023$. C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = -1025$.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Chọn C. Ta có cấp số nhân (u_n) có: $u_k = 16; u_{k+1} = 36$ suy ra $u_{k+1} = q.u_k \Rightarrow q = \frac{u_{k+1}}{u_k} \Rightarrow q = \frac{9}{4}$.

Vậy số hạng tiếp theo là $u_{k+2} = u_{k+1}.q \Rightarrow u_{k+2} = 36.\frac{9}{4} = 81$.

Câu 2: Chọn B. Áp dụng công thức $u_n = u_1.q^{n-1}$.

Ta có: $\frac{1}{10^{103}} = (-1). \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \frac{1}{10^{103}} = (-1). \frac{(-1)^{n-1}}{10^{n-1}} \Leftrightarrow \frac{1}{10^{103}} = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}} \Leftrightarrow \begin{cases} n \text{ chẵn} \\ n-1=103 \end{cases} \Rightarrow n=104$.

Câu 3: Chọn B. Áp dụng công thức $S_n = u_1 \cdot \frac{(1-q^n)}{1-q}$. Ta có: $S_{10} = (-3) \cdot \frac{(1-(-2)^{10})}{1-(-2)} = 1023$.

CHƯƠNG III. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

BÀI 8. MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

(Thời gian thực hiện: 1 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được thể nào là mẫu số liệu ghép nhóm.
- Đọc được thông tin từ mẫu số liệu ghép nhóm.
- Lập bảng số liệu ghép nhóm từ bảng số liệu chi tiết.
- Sử dụng bảng số liệu ghép nhóm để giải quyết yêu cầu của bài toán thực tế.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

3. Phẩm chất

- Có ý thức và kĩ năng tự học, tự đọc trước bài học, tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức và kĩ năng làm việc nhóm.
- Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Chuẩn bị các bảng thống kê số liệu ở dạng file chiếu lên máy chiếu (nếu có), hoặc ở dạng hình ảnh trên giấy khổ lớn.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học. Mỗi nhóm chuẩn bị một bảng riêng hoặc giấy khổ lớn.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (10 phút)

a) Mục tiêu: HS thấy được ngoài những bảng thống kê số liệu chi tiết, trong nhiều trường hợp, do yêu cầu của bài toán, cần có bảng thống kê ngắn gọn hơn, lấy tần số theo từng nhóm giá trị. Ngoài ra, trong một số trường hợp, do điều kiện thực tế, không thể thu thập được dữ liệu chính xác.

b) Nội dung: GV đưa ra một bảng thống kê số liệu với dữ liệu khá lớn, và đặt ra nhu cầu cần thông tin về mặt tổng thể, để dẫn đến cần bảng tần số theo từng nhóm. Tiếp đó, GV tổ chức thu thập một thống kê nhanh trong lớp, mà kết quả ở dạng tần số theo từng nhóm giá trị. Chẳng hạn:

i) Với bảng số liệu về điểm thi đại học mở đầu SGK trang 58, GV đặt câu hỏi, nếu ước lượng số thí sinh đạt trên 28 điểm ba môn, để dự đoán điểm chuẩn các trường, thì có dễ không?

ii) Từ danh sách điểm tổng kết trung bình chung các môn của tất cả HS khối 10 của trường, có hình dung ra tỉ lệ HS đạt loại giỏi, khá, trung bình, yếu của trường không?

iii) Thống kê nhanh (thời gian vài phút) về thời gian dành cho tập thể dục thể thao của HS của lớp

trong một tuần: GV có thể đưa ra các khoảng thời gian: dưới 2 giờ, từ 2 giờ đến dưới 4 giờ, từ 4 giờ đến dưới 6 giờ, từ 6 giờ đến dưới 8 giờ, trên 8 giờ, hỏi và đếm số HS thuộc từng nhóm theo hình thức giờ tay.

c) Sản phẩm:

i) Với mẫu số liệu về điểm thi đại học của thí sinh: do số lượng thí sinh quá lớn, chưa thể hình dung được lượng thí sinh trên 28 điểm và cũng khó có thể dự đoán được khoảng điểm chuẩn của các trường.

ii) Tương tự, với bảng điểm tổng kết trung bình chung của HS khối 10 của trường, do số lượng HS lớn, phải mất nhiều công đếm mới ước lượng được số HS khá, giỏi, trung bình.

iii) Trong một thời gian rất ngắn, nhận được bảng thống kê thời gian tập thể dục của HS trong lớp ở dạng ghép nhóm.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV đưa ra bảng thống kê số liệu chi tiết cho HS quan sát và đặt câu hỏi gợi ý.
- Tiếp đó GV tổ chức thống kê nhanh số liệu về số giờ tập thể dục thể thao của HS trong lớp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi, thảo luận để đưa ra nhận xét.
- GV gợi mở, khuyến khích, tạo không khí sôi nổi cho HS.
- Cả lớp tham gia lập bảng thống kê giờ tập thể dục của HS bằng hình thức giờ tay.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi một số HS cho ý kiến, HS khác nhận xét, bổ sung.
- Đại diện HS điền kết quả thống kê vào bảng GV đã chuẩn bị sẵn.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV ghi nhận và tổng hợp kết quả trả lời của HS và chốt lại:

- Có những mẫu số liệu khá lớn, khi sử dụng chúng ta cần lập bảng tần số của từng nhóm giá trị, để phù hợp với mục đích sử dụng.
- Trong một số trường hợp (chẳng hạn bị giới hạn thời gian), ta không thể thu thập được số liệu chính xác, mà chỉ thu thập được tần số theo từng nhóm giá trị.
- Bảng tần số đề cập ở trên là mẫu số liệu ghép nhóm mà ta sẽ tìm hiểu trong tiết này.

Hoạt động 2: Khái niệm mẫu số liệu ghép nhóm (10 phút)

a) Mục tiêu: HS hiểu và đọc được mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung:

GV đưa ra các mẫu số liệu ghép nhóm nhận được từ các mẫu số liệu chính xác ở HĐ mở đầu, có thể đưa thêm một vài mẫu số liệu ghép nhóm khác và yêu cầu HS mô tả đặc điểm và đọc thông tin (có bao nhiêu nhóm, mỗi nhóm có tần số bao nhiêu) từ mẫu các mẫu số liệu đó.

Chẳng hạn có thể đưa các mẫu số liệu sau:

- Mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi trang 59: Số lượng thí sinh theo tổng điểm thi ba môn Toán, Vật lý, Hoá học trong kì thi tốt nghiệp THPT năm 2021.

Tổng điểm	< 6	[6; 7)	[7; 8)	...	[28; 29)	[29; 30)
Số thí sinh	23	69	192	...	216	12

- Mẫu số liệu trong Ví dụ 1 SGK trang 59: Phân bố theo độ tuổi của dân số Việt Nam năm 2019.

Độ tuổi	Dưới 15	Từ 15 đến dưới 65	Từ 65 tuổi trở lên
Số người	23 371 882	65 420 451	7 416 651

- Mẫu số liệu về số giờ tập thể dục thể thao của HS trong lớp đã thu thập ở HĐ1, chẳng hạn:

Số giờ tập thể thao/tuần	Dưới 2 giờ	Từ 2 giờ đến dưới 4 giờ	Từ 4 giờ đến dưới 6 giờ	Từ 6 giờ đến dưới 8 giờ	Trên 8 giờ
Số học sinh	5	10	15	7	3

4. Mẫu số liệu ghép nhóm thu được từ bảng tổng kết của HS lớp 10 đã đưa ra trong HĐ mở đầu:

Điểm trung bình các môn	Dưới 5.0	Từ 5.0 đến dưới 6.5	Từ 6.5 đến dưới 8.0	Từ 8.0 đến dưới 9.0	Trên 9.0
Số học sinh	3	22	53	120	18

c) Sản phẩm:

Nhận xét: Các mẫu số liệu đã cho đưa ra tần số của từng khoảng giá trị.

- Mẫu 1: Có 25 khoảng giá trị, mỗi khoảng giá trị có số lượng thí sinh đạt điểm trong khoảng đó (tần số), ví dụ khoảng dưới 6 điểm có tần số là 23.
- Mẫu 2: Có 3 nhóm: dưới 15 tuổi có tần số là 23 371 882, nhóm từ 15 đến dưới 65 tuổi có tần số là 65 420 451, nhóm trên 65 tuổi có tần số là 7 416 651.
- Mẫu 3: Có 5 nhóm: dưới 2 giờ; từ 2 giờ đến dưới 4 giờ; từ 4 giờ đến dưới 6 giờ; từ 6 giờ đến dưới 8 giờ; trên 8 giờ và có tần số lần lượt là 5; 10; 15; 7; 3.
- Mẫu 4: Có 5 nhóm: Dưới 5.0; từ 5.0 đến dưới 6.5; từ 6.5 đến dưới 8.0; từ 8.0 đến dưới 9.0; trên 9.0; có tần số lần lượt là 3; 22; 53; 120; 18.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành bốn nhóm, giao cho mỗi nhóm một mẫu số liệu và yêu cầu các nhóm đưa ra nhận xét và đọc thông tin từ mẫu số liệu.
- Sau khi HS nhận xét, GV yêu cầu HS đọc định nghĩa mẫu số liệu ghép nhóm trong SGK trang 59 và chỉ ra các nhóm và tần số tương ứng trong các bảng số liệu.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ.
- Mỗi nhóm viết các kết quả của nhóm mình vào bảng riêng.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi đại diện các nhóm đọc nhận xét của mình đã viết vào bảng, so sánh nhận xét của các nhóm.
- GV gọi một vài HS đọc khái niệm mẫu số liệu ghép nhóm trong SGK, so sánh xem nhóm nào có nhận xét đúng nhất.
- Mỗi nhóm trình bày về các nhóm giá trị và tần số tương ứng của bảng số liệu ghép nhóm mà nhóm mình được phân công.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chốt lại khái niệm mẫu số liệu ghép nhóm và nhận xét, bổ sung thông tin về các mẫu số liệu của HS đưa ra (nếu cần).

Hoạt động 3: Luyện tập: ghép nhóm mẫu số liệu (10 phút)

a) Mục tiêu: HS lập được bảng số liệu ghép nhóm từ bảng số liệu chi tiết cho trước.

b) Nội dung HĐ: GV đưa ra các mẫu số liệu chi tiết và yêu cầu HS chuyển sang mẫu số liệu ghép nhóm theo yêu cầu:

- Mẫu số liệu trong **Luyện tập 2** SGK trang 60: Cân nặng (kg) của 35 người trưởng thành tại một khu dân cư:

43	51	47	62	48	40	50	62	53	56	40	48	56	53	50	42	55	
52	48	46	45	54	52	50	47	44	54	55	60	63	58	55	60	58	53

2. Mẫu số liệu về số lượng đơn hàng của một cửa hàng trong 30 ngày của một tháng:

10	13	15	10	16	20	11	13	18	15	21	7	18	16	11
15	9	25	15	12	14	16	18	17	20	14	12	21	23	17

Yêu cầu 1: chuyển mẫu số liệu thành mẫu số liệu ghép nhóm với 4 nhóm có độ dài bằng nhau.

Yêu cầu 2: chuyển mẫu số liệu thành mẫu số liệu ghép nhóm với 5 nhóm có độ dài bằng nhau.

c) Sản phẩm:

- 1) Mẫu 1: Giá trị nhỏ nhất là 40, giá trị lớn nhất là 63, nên khoảng biến thiên là $63 - 40 = 23$. Nếu chia thành 4 nhóm thì mỗi nhóm có độ dài là 6, tổng độ dài sẽ là 24. Nếu chia thành 5 nhóm thì mỗi nhóm có độ dài là 5, tổng độ dài sẽ là 25.

Yêu cầu 1:

Cân nặng (kg)	[40; 46)	[46; 52)	[52; 58)	[58; 64)
Số người	6	10	12	7

Yêu cầu 2:

Cân nặng (kg)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Số người	5	7	11	7	5

- 2) Mẫu 2: Giá trị nhỏ nhất là 7, giá trị lớn nhất là 25, nên khoảng biến thiên là $25 - 7 = 18$. Nếu chia thành 4 nhóm thì mỗi nhóm có độ dài là 5, tổng độ dài sẽ là 20. Nếu chia thành 5 nhóm thì mỗi nhóm có độ dài là 4, tổng độ dài sẽ là 20, để cân bằng, ta lấy giá trị đầu là 6, giá trị cuối là 26.

Yêu cầu 1:

Đơn hàng	[6; 11)	[11; 16)	[16; 21)	[21; 26)
Số đơn hàng	4	12	10	4

Yêu cầu 2:

Đơn hàng	[6; 10)	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)
Số đơn hàng	2	8	11	7	2

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành bốn nhóm: hai nhóm thực hiện hai yêu cầu khác nhau đối với cùng một mẫu số liệu.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Mỗi nhóm thực hiện nhiệm vụ của mình và viết kết quả vào bảng riêng của từng nhóm.
- GV quan sát, theo dõi các nhóm, gợi ý nếu cần.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Mỗi nhóm báo cáo kết quả của nhóm mình bằng cách treo bảng dữ liệu ghép nhóm của nhóm mình lên cho cả lớp quan sát. Các nhóm nhận xét chéo kết quả của nhau.
- GV nhận xét về thái độ và kết quả làm việc của các nhóm.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV chốt lại câu trả lời chính xác và nhận xét câu trả lời của mỗi nhóm, ghi nhận và tuyên dương những nhóm làm nhanh, làm tốt.
- GV chốt lại các bước chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm sang mẫu số liệu ghép nhóm (SGK trang 60).

Hoạt động 4: Vận dụng: Lập và sử dụng bảng số liệu ghép nhóm trong bài toán thực tế (10 phút)

a) Mục tiêu: Từ bảng dữ liệu chi tiết cho trước, theo yêu cầu của bài toán thực tế, HS lựa chọn khoảng dữ liệu để lập bảng dữ liệu ghép nhóm phù hợp, từ đó vận dụng vào yêu cầu bài toán.

b) Nội dung hoạt động: GV đưa ra một bài tập thực tế. Có thể sử dụng **Vận dụng** trang 61, SGK.

c) Sản phẩm:

Chiều cao (cm)	[150;160) (S)	[160;167) (M)	[167; 170) (L)	[170; 175) (XL)	[175;180) (XXL)
Số học sinh		22	8	6	

Trong 36 HS không có HS nào cỡ S và XXL.

- Tỷ lệ cỡ M là $(22 : 36).100\% = 61,11\%$.
- Tỷ lệ cỡ L là $(8 : 36).100\% = 22,22\%$.
- Tỷ lệ cỡ XL là $(6 : 36).100\% = 16,67\%$.

Từ đó suy ra nếu may 500 áo thì nên may số lượng mỗi cỡ áo như sau:

- Cỡ M: $500. 61,11\% = 306$ (chiếc).
- Cỡ L: $500. 22,22\% = 111$ (chiếc).
- Cỡ XL: $500. 16,67\% = 83$ (chiếc).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV giao bài tập cho HS làm việc cá nhân.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS tự làm bài tập của mình và có thể thảo luận với bạn ngồi cạnh.
- GV quan sát, theo dõi và gợi ý cho HS nếu cần.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng giải bài, một hoặc vài HS khác nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV khẳng định lại lời giải chính xác của các bài tập khẳng định lại về khái niệm và ứng dụng của mẫu số liệu ghép nhóm.

Hoạt động 5: Củng cố và gợi mở (5 phút)

a) Mục tiêu: HS tiếp tục suy nghĩ về việc khai thác sâu hơn mẫu số liệu ghép nhóm: Các số đặc trưng của mẫu số liệu thông thường sẽ như thế nào với mẫu số liệu ghép nhóm?

b) Nội dung: GV chiếu lại các mẫu số liệu ghép nhóm đã sử dụng trong bài học và đề nghị HS suy nghĩ xem có tính được trung bình cộng của các số liệu không, có biết được số liệu nào có tần số lớn nhất không?

c) Sản phẩm: Các kiến thức về mẫu số liệu ghép nhóm đã học.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu các bảng số liệu lên và đặt câu hỏi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS cả lớp thảo luận tự do.
- GV quan sát, gợi mở và lắng nghe ý kiến của HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Sau khi cả lớp thảo luận tự do, GV gọi một số HS nêu ra ý kiến và HS khác bổ sung.
- GV nhận xét ý kiến của HS và có thể gợi mở tiếp.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV khẳng định lại rằng, các mẫu số liệu ghép nhóm có lợi cho nhiều tình huống nhưng việc tính toán các số đặc trưng có thể sẽ không được chính xác.
- GV yêu cầu HS về nhà làm bài tập và tự ôn tập lại khái niệm về các số đặc trưng: số trung bình, trung vị, tứ phân vị, một của mẫu số liệu thống kê để chuẩn bị cho bài sau.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Điểm thi khảo sát chất lượng đầu năm của HS lớp 11A1 gồm 40 HS như sau:

7	6,5	8	7	3	7,5	7	10	9	7,5
6	7,5	4,5	6,5	7,5	5	4	6,5	5,5	5
7,5	5,5	7	7,5	5	6,5	7	6	7	8
4,5	6,5	8	8	7	8,5	4	7,5	8,5	7,5

Câu 1. Lập bảng tần số của mẫu số liệu trên.

Câu 2. Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với các nhóm điểm thi:

[0; 5), [5; 6,5), [6,5; 8), [8; 10].

Câu 3. Hãy chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với 5 nhóm có độ dài bằng nhau.

Câu 4. Trong lớp 11A1, có bao nhiêu HS đạt điểm giỏi (từ 8 điểm trở lên)? Có bao nhiêu HS bị điểm yếu (điểm dưới 5)?

Câu 5. Thầy giáo dạy Toán lớp 11A1 tổ chức giờ học phụ đạo cho hai nhóm HS. Nhóm 1 là nhóm HS yếu môn Toán (điểm từ 5 trở xuống). Nhóm 2 là nhóm học bồi dưỡng cho nhóm học giỏi môn Toán (điểm từ 8,5 trở lên) để chuẩn bị cho kì thi HS giỏi. Hỏi mỗi nhóm có bao nhiêu HS?

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1.

Điểm	3	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	10
Số học sinh	1	2	2	3	2	2	5	7	8	4	2	1	1

Câu 2. Dựa vào bảng tần số ở Câu 1 ta lập được mẫu số liệu ghép nhóm với các nhóm theo yêu cầu như sau:

Điểm	[0; 5)	[5; 6,5)	[6,5; 8)	[8; 10]
Số học sinh	5	7	20	8

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất là 3, giá trị lớn nhất là 10 nên độ dài của mẫu là: $10 - 3 = 7$. Để lập mẫu số liệu ghép nhóm với 5 nhóm có độ dài bằng nhau, ta thêm điểm 2,5 để được độ dài 7,5. Khi đó mỗi nhóm có độ dài bằng nhau và bằng 1,5. Dựa vào bảng tần số ở Câu 1 ta lập được mẫu số liệu ghép nhóm với 5 nhóm có độ dài bằng nhau như sau:

Điểm	[2,5; 4)	[4; 5,5)	[5,5; 7)	[7; 8,5)	[8,5; 10]
Số học sinh	1	7	9	19	4

Câu 4. Dựa vào mẫu số liệu ghép nhóm ở Câu 2 ta dễ dàng nhận được: Số HS giỏi là 8, số HS yếu là 5.

Câu 5. Dựa vào mẫu số liệu ghép nhóm ở Câu 3 ta nhận được: Nhóm 1 có 8 HS và Nhóm 2 có 4 HS.

BÀI 9. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Tính được số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu ghép nhóm: số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt.
- Hiểu được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong thực tiễn.
- Rút ra được kết luận nhờ ý nghĩa của số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

3. Phẩm chất

- Có ý thức và kĩ năng tự học, tự đọc trước bài học, tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức và kĩ năng làm việc nhóm.
- Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Chuẩn bị các bảng thống kê số liệu ở dạng file để chiếu lên máy chiếu (nếu có), hoặc ở dạng hình ảnh trên giấy khổ lớn.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học. Mỗi nhóm chuẩn bị một bảng riêng hoặc giấy khổ lớn.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. SỐ TRUNG BÌNH VÀ SỐ TRUNG VỊ CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) Mục tiêu: HS ôn lại khái niệm số trung bình và số trung vị của mẫu số liệu và thấy được: với mẫu số liệu ghép nhóm thì không thể tính được chính xác số trung bình và số trung vị, đồng thời nảy sinh nhu cầu tìm cách ước lượng các số đặc trưng này trong mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung: GV đưa ra một mẫu số liệu chính xác và một mẫu số liệu ghép nhóm, yêu cầu HS nhớ lại khái niệm và tính số trung bình và số trung vị của mẫu số liệu này.

Chẳng hạn:

1. Bảng tần số về số tiền bán xăng cho 15 khách của một cửa hàng xăng dầu:

30	50	30	80	50	60	60	50	40	80	70	40	90	100	50
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	----

2. Mẫu số liệu ghép nhóm (ví dụ mở đầu SGK trang 62):

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	15	10	7

c) Sản phẩm:

- Công thức tính số trung bình của mẫu số liệu chính xác đã học từ lớp 10.
- Công thức tính số trung vị của mẫu số liệu chính xác đã học từ lớp 10.

1. Với mẫu số liệu chính xác đã cho:

- Số trung bình: 60.
- Sắp xếp theo thứ tự không giảm:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	14	15
30	30	40	40	50	50	50	50	60	60	70	80	80	90	100

- Số trung vị: 50.

2. Mẫu số liệu ghép nhóm: không thể tính chính xác số trung bình, số trung vị.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV đưa ra các mẫu số liệu cho HS quan sát đưa ra yêu cầu.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi, thảo luận để đưa ra nhận xét.
- GV gọi mở, khuyến khích, tạo không khí sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS cho ý kiến, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV ghi nhận và tổng hợp kết quả trả lời của HS và chốt lại:

- Nhắc lại khái niệm số trung bình, số trung vị và công thức của chúng.
- Với mẫu số liệu ghép nhóm, không tính được chính xác số trung bình, số trung vị của nó.
- Chúng ta có thể tính gần đúng các số đặc trưng này.

Hoạt động 2: Công thức tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm (10 phút)

a) Mục tiêu: HS hiểu công thức tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm và áp dụng công thức tính được số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm cho trước.

b) Nội dung:

- GV đưa lại mẫu số liệu ghép nhóm ở **HD1** và yêu cầu HS suy nghĩ cách ước lượng số trung bình.

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	15	10	7

- Từ đó GV và HS cùng đi tới công thức số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm và xác định các giá trị đại diện của các nhóm và tính số trung bình trong mẫu số liệu được đưa ra.

c) Sản phẩm: Các giá trị đại diện lần lượt là: 15, 45, 75, 105.

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{3 \cdot 15 + 15 \cdot 45 + 10 \cdot 75 + 7 \cdot 105}{35} = 63.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV đưa mẫu số liệu và yêu cầu HS suy nghĩ cách ước lượng số trung bình, phỏng đoán công thức tính số trung bình.
- Sau khi đưa ra công thức, GV yêu cầu HS áp dụng công thức để tính số trung bình của mẫu số liệu đã đưa ra.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận với bạn ngồi cạnh để phỏng đoán công thức.
- GV khuyến khích, gợi ý để HS tìm ra công thức, và cùng HS phân tích các thông số của công thức trong SGK.
- Sau khi đã có công thức, HS xác định các thông số trong mẫu số liệu và thực hiện tính theo công thức.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi một vài HS nêu ý kiến, có thể gợi ý tiếp để HS tìm ra công thức.
- GV gọi đại diện HS lên thực hiện nhiệm vụ và gọi HS khác nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

GV chốt lại công thức tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm và kết quả tính của mẫu số liệu đưa ra.

Hoạt động 3: Công thức tính số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm (10 phút)

a) Mục tiêu: HS hiểu công thức tính số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm và áp dụng công thức tính được số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho trước.

b) Nội dung:

- GV đưa lại mẫu số liệu ghép nhóm ở **HD1** và yêu cầu HS xác định xem số trung vị thuộc nhóm nào? Từ đó thử nghĩ xem ước lượng nào có thể sát nhất với số trung vị?

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	15	10	7

- Từ đó GV và HS cùng đi tới công thức xác định số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm và xác định các thông số trong công thức của mẫu thống kê đã đưa ra.

c) Sản phẩm:

Cỡ của mẫu là 35 nên nếu sắp xếp các giá trị tăng dần thì số trung vị là số thứ 28. Từ bảng số liệu ta thấy số thứ 28 nằm trong nhóm thứ ba là [60; 90).

Suy ra: $n = 35$, $p = 3$, $a_p = 60$, $a_{p+1} = 90$, $m_1 = 3$, $m_2 = 15$, $m_3 = 10$.

$$\text{Số trung vị: } M_e = 60 + \frac{\frac{35}{2} - (3 + 15)}{10} (90 - 60) = 58,5.$$

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

- GV đưa mẫu số liệu và yêu cầu HS tìm xem số trung vị thuộc nhóm giá trị nào, đồng thời suy nghĩ cách ước lượng số trung vị.
- Sau khi đưa ra công thức, GV yêu cầu HS xác định các thông số trong công thức và tính số trung bình của mẫu số liệu đã đưa ra.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận với bạn ngồi cạnh để phỏng đoán công thức.
- GV khuyến khích, gợi ý để HS tìm ra công thức, phân tích các thông số của công thức trong SGK.
- Sau khi có công thức, HS xác định các thông số trong mẫu số liệu và thực hiện tính theo công thức.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi một vài HS nêu ý kiến, gợi ý, khuyến khích HS phỏng đoán công thức.
- GV gọi đại diện HS lên thực hiện nhiệm vụ và gọi HS khác nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

GV chốt lại công thức tính số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm và kết quả tính của mẫu số liệu đưa ra.

Hoạt động 4: Luyện tập tính số trung bình, số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm (15 phút)

a) Mục tiêu: HS ghi nhớ và tính được số trung bình, số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung hoạt động: GV giao cho HS thực hiện lấy số liệu thống kê, lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm và tính số trung bình của mẫu nhận được.

c) Sản phẩm: Sản phẩm theo số liệu HS nhận được.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

GV chia lớp thành hai nhóm và mỗi nhóm tự khảo sát số liệu thống kê trong nhóm mình và thực hiện nhiệm vụ. GV có thể gợi ý đối tượng thống kê nếu cần, chẳng hạn: khảo sát số giờ tự học, số giờ tập thể thao, số cân nặng, số tiền tiêu vặt trong tháng của HS trong nhóm.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Mỗi nhóm thực hiện nhiệm vụ của mình vào bảng riêng của từng nhóm.

- GV quan sát, theo dõi từng HS, gợi ý nếu cần.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Mỗi nhóm báo cáo kết quả của nhóm mình bằng cách treo bảng dữ liệu ghép nhóm của nhóm mình lên và thuyết trình về kết quả đạt được.
- HS quan sát, so sánh kết quả của các nhóm.
- GV nhận xét về thái độ và kết quả làm việc của các nhóm.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chốt lại câu trả lời chính xác và nhận xét câu trả lời của mỗi nhóm, ghi nhận và tuyên dương những nhóm làm nhanh, làm tốt.

Hoạt động 5: Củng cố và gợi mở (5 phút)

a) Mục tiêu: HS ghi nhớ hai công thức tính số trung bình và số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, hiểu ý nghĩa của chúng và tiếp tục suy nghĩ về các số đặc trưng khác: tứ phân vị và mốt.

b) Nội dung: HS viết được các công thức của số trung bình và số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, thảo luận về ý nghĩa của chúng.

c) Sản phẩm: HS nêu được công thức mà không nhìn SGK và hiểu được ý nghĩa của số trung bình và số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV cho HS quan sát lại công thức một lần nữa, yêu cầu HS gấp SGK, mỗi nhóm ghi lại công thức và thảo luận về ý nghĩa của số trung bình và số trung vị.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS mỗi nhóm thảo luận và ghi lại công thức vào bảng riêng của nhóm.
- GV quan sát, gợi mở và lắng nghe ý kiến của HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Các nhóm đưa ra công thức đã ghi trong bảng của mình và so sánh kết quả với nhau.
- Từng nhóm nêu ý kiến của mình về ý nghĩa của các số trung bình và số trung vị.
- GV chiếu lại công thức cho HS so sánh, khích lệ, khen ngợi những nhóm làm đúng.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chiếu lại các công thức, chốt lại ý nghĩa của chúng và giao nhiệm vụ về nhà.

TIẾT 2. TỨ PHÂN VỊ VÀ MỐT CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (10 phút)

a) Mục tiêu: HS ôn lại các số tứ phân vị và mốt của mẫu số liệu, thấy được rằng với mẫu số liệu ghép nhóm thì không thể tính chính xác các số tứ phân vị và mốt, đồng thời nảy sinh nhu cầu tìm cách ước lượng các số đặc trưng này trong mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung: GV tổ chức khảo sát để lấy mẫu số liệu tại lớp và yêu cầu HS lần lượt thực hiện các HĐ sau:

- Nhớ lại công thức tính tứ phân vị và mốt của mẫu số liệu, áp dụng để tính tứ phân vị và mốt mẫu số liệu nhận được.
- Lập bảng thống kê cho mẫu số liệu ghép nhóm từ mẫu số liệu trên.
- Suy nghĩ xem nếu chỉ dùng mẫu số liệu ghép nhóm thì có thể tính được tứ phân vị và mốt của mẫu số liệu đó không?

Chẳng hạn, GV yêu cầu HS tiến hành khảo sát về thời gian truy cập internet mỗi buổi tối của 20 HS trong lớp và giả sử thu được mẫu số liệu sau (đơn vị: phút):

20	15	60	45	30	20	45	40	60	15
30	50	40	30	20	30	25	30	50	20

c) Sản phẩm:

- Tứ phân vị: là các số Q_1, Q_2, Q_3 trong đó Q_2 là số trung vị của mẫu số liệu, Q_1, Q_3 lần lượt là số trung vị của nửa bên trái và nửa bên phải của Q_2 (không kể Q_2) sau khi sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
- Một: Là giá trị có tần số lớn nhất.
- Sắp xếp giá trị của mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

15	15	20	20	20	20	25	30	30	30
30	30	40	40	45	45	50	50	60	60

- Tứ phân vị của mẫu số liệu trên là: $Q_1 = 30, Q_2 = 20, Q_3 = 45$.
- Một của mẫu số liệu trên là: 30 với tần số lớn nhất là 5.
- Mẫu số liệu ghép nhóm với 4 nhóm giá trị là:

Thời gian	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số học sinh	7	5	4	4

- Nhìn vào mẫu số liệu ghép nhóm thì không thể tính chính xác tứ phân vị và một.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV lập sẵn một bảng có 20 ô và đề nghị 20 HS lần lượt lên điền số giờ truy cập internet trung bình của mình vào bảng.
- GV sử dụng bảng trên để yêu cầu HS thực hiện tiếp nhiệm vụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi, thảo luận để đưa ra nhận xét.
- GV gợi mở, khuyến khích, tạo không khí sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Mỗi một nhiệm vụ, GV gọi một hoặc vài HS trình bày kết quả của mình.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV ghi nhận và tổng hợp kết quả trả lời của HS và chốt lại:

- Nhắc lại khái niệm tứ phân vị và một của mẫu số liệu chính xác.
- Với mẫu số liệu ghép nhóm, không tính được chính xác các số tứ phân vị và một.
- Chúng ta có thể xác định được mỗi số trong tứ phân vị thuộc nhóm giá trị nào và xác định được nhóm có tần số lớn nhất.

Hoạt động 2: Công thức tính tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (10 phút)

a) Mục tiêu: HS hiểu công thức tính tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm và áp dụng công thức tính được tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho trước.

b) Nội dung:

- HS thử đặt ra công thức cho tứ phân vị, tương tự như công thức trung vị đã học ở tiết trước.

- Từ đó GV và HS cùng đi tới công thức xác định tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm và tính tứ phân vị của mẫu số liệu mẫu số liệu ghép nhóm thu được ở **HD1**.

Thời gian	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50;60)
Số học sinh	7	5	4	4

c) Sản phẩm:

- Công thức tứ phân vị.
- Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong **HD1**: Cỡ của mẫu là 20, số trung vị nằm trong nhóm thứ hai [30; 40), suy ra:

$$Q_2 = 30 + \frac{\frac{20}{2} - 7}{5} (40 - 30) = 36.$$

Tương tự Q_1, Q_3 là các số trung vị của nửa bên trái và nửa bên phải, lần lượt thuộc nhóm thứ nhất [20; 30) và nhóm thứ ba [40; 50), nên ta có:

$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{20}{4} - 0}{7} (30 - 20) \approx 27,1; \quad Q_3 = 40 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (7 + 5)}{4} (50 - 40) = 47,5.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV đưa mẫu số liệu và yêu cầu HS suy nghĩ cách ước lượng số trung bình, phỏng đoán công thức tính tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Sau khi đưa ra công thức, GV yêu cầu HS áp dụng công thức để tính tứ phân vị của mẫu số liệu đã đưa ra.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận với bạn ngồi cạnh để phỏng đoán công thức.
- GV khuyến khích, gợi ý để HS tìm ra công thức, phân tích các thông số của công thức trong SGK.
- Sau khi đã có công thức, HS xác định các thông số trong mẫu số liệu và thực hiện tính theo công thức.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi một vài HS nêu ý kiến, có thể gợi ý tiếp để HS tìm ra công thức.
- GV gọi đại diện HS lên thực hiện nhiệm vụ và gọi HS khác nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

GV chốt lại công thức tính tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm và kết quả tính của mẫu số liệu đưa ra.

Hoạt động 3: Công thức tính một của mẫu số liệu ghép nhóm (10 phút)

a) Mục tiêu: HS hiểu công thức tính một của mẫu số liệu ghép nhóm và áp dụng công thức tính được một của mẫu số liệu cho trước.

b) Nội dung:

- GV đưa lại mẫu số liệu ghép nhóm ở **HD1** và yêu cầu HS: xác định nhóm có tần số lớn nhất, một thuộc nhóm nào hợp lí nhất và lấy số nào trong nhóm đó để ước lượng cho một.

Thời gian	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50;60)
Số học sinh	7	5	4	4

- Từ đó GV và HS cùng đi tới công thức xác định một của mẫu số liệu ghép nhóm và tính một của mẫu số liệu được đưa ra.

c) Sản phẩm:

- Nhóm có tần số lớn nhất là nhóm đầu tiên: [20; 30).
- Một thuộc nhóm có tần số lớn nhất là hợp lí.
- Công thức tính một trong SGK trang 66.
- Trong mẫu số liệu trên, nhóm có tần số lớn nhất là nhóm $j = 1 : [20; 30)$ có tần số là $m_j = 7$.

Ta có một là: $M_0 = 20 + \frac{7-0}{(7-0)+(7-5)}(30-20) \approx 27,8$.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

- GV đưa lại mẫu số liệu đã có ở **HD1** và yêu cầu HS cả lớp cùng suy nghĩ thực hiện nhiệm vụ.
- Sau khi đưa ra công thức của một, GV yêu cầu HS xác định các thông số trong công thức và tính một mẫu số liệu đã đưa ra.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận với bạn ngồi cạnh để phỏng đoán công thức.
- GV khuyến khích, gợi ý để HS tìm ra công thức.
- Sau khi đã có công thức, HS xác định các thông số trong mẫu số liệu và thực hiện tính theo công thức.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- GV gọi một vài HS nêu ý kiến, gợi ý, khuyến khích HS phỏng đoán công thức.
- GV gọi đại diện HS lên thực hiện nhiệm vụ và gọi HS khác nhận xét.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chốt lại công thức tính một của mẫu số liệu ghép nhóm và kết quả tính của mẫu số liệu đưa ra.

Hoạt động 4: Luyện tập: Tính tứ phân vị và một của mẫu số liệu ghép nhóm (15 phút)

a) Mục tiêu: HS ghi nhớ và tính được tứ phân vị và một của mẫu số liệu ghép nhóm.

b) Nội dung: GV đưa ra một vài mẫu số liệu ghép nhóm để HS thực hành tính tứ phân vị và một, chẳng hạn các bảng số liệu trong SGK, hoặc GV có thể đưa thêm các bảng số liệu khác.

1. Bảng 3.4 trang 63, SGK: Điểm thi môn Toán:

Điểm thi	[0,5; 4,5)	[4,5; 7,5)	[7,5; 10)
Số học sinh	5	20	10

2. Bảng số liệu ở **HD2** trang 63, SGK: Chiều cao của 21 cây na giống:

Chiều cao (cm)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)
Số cây	3	8	7	3

3. Bảng số liệu ở **Luyện tập 2** trang 64, SGK: Tốc độ giao bóng trong 200 lần giao bóng của vận động viên quần vợt:

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

4. Bảng số liệu ở **Luyện tập 3** trang 66, SGK:

Thời gian (phút)	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Số học sinh	2	10	6	4	3

c) **Sản phẩm:**

1. Bảng 3.4 trang 63, SGK: Cỡ của mẫu là 35.

$$Q_2 = 4,5 + \frac{\frac{35}{2} - 5}{20}(7,5 - 4,5) \approx 6,4; \quad Q_1 = 4,5 + \frac{\frac{35}{4} - 5}{20}(7,5 - 4,5) \approx 5,1;$$

$$Q_3 = 7,5 + \frac{\frac{3.35}{4} - (5 + 20)}{10}(10 - 7,5) \approx 7,8; \quad M_0 = 4,5 + \frac{20 - 5}{(20 - 5) + (20 - 10)}(7,5 - 4,5) = 6,3.$$

2. Bảng số liệu trong **HĐ2** trang 63, SGK: Cỡ của mẫu là 21.

$$Q_2 = 5 + \frac{\frac{21}{2} - 3}{8}(10 - 5) \approx 9,9; \quad Q_1 = 5 + \frac{\frac{21}{4} - 3}{8}(5 - 0) \approx 6,4;$$

$$Q_3 = 7 + \frac{\frac{3.21}{4} - (3 + 8)}{7}(15 - 10) \approx 10,4; \quad M_0 = 5 + \frac{8 - 3}{(8 - 3) + (8 - 7)}(10 - 5) \approx 9,2.$$

3. Bảng số liệu ở **Luyện tập 2** trang 64, SGK: Cỡ của mẫu là 200.

$$Q_2 = 165 + \frac{\frac{200}{2} - (18 + 28 + 35)}{43}(170 - 165) \approx 167; \quad Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{4} - (18 + 28)}{35}(165 - 160) \approx 161;$$

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{3.200}{4} - (18 + 28 + 35 + 43)}{41}(175 - 170) \approx 173;$$

$$M_0 = 165 + \frac{43 - 35}{(43 - 35) + (43 - 41)}(170 - 165) = 169.$$

4. Bảng số liệu ở **Luyện tập 3** trang 66, SGK: Cỡ của mẫu là 25.

$$Q_2 = 20,5 + \frac{\frac{25}{2} - (2 + 10)}{6}(30,5 - 20,5) \approx 21,3; \quad Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{25}{4} - 2}{10}(20,5 - 10,5) \approx 14,8;$$

$$Q_3 = 30,5 + \frac{\frac{3.25}{4} - (2 + 10 + 6)}{4}(40,5 - 30,5) \approx 32,4;$$

$$M_0 = 10,5 + \frac{10 - 2}{(10 - 2) + (10 - 6)}(20,5 - 10,5) \approx 17,2.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành bốn nhóm và mỗi nhóm thực hiện nhiệm vụ với một bảng số liệu.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Mỗi nhóm ghi kết quả vào bảng riêng của từng nhóm.

- GV quan sát, theo dõi từng HS, gợi ý nếu cần.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Mỗi nhóm báo cáo kết quả của nhóm mình bằng cách treo bảng dữ liệu ghép nhóm của nhóm lên và thuyết trình về kết quả đạt được.
- HS quan sát, so sánh kết quả của các nhóm.
- GV nhận xét về thái độ và kết quả làm việc của các nhóm.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chốt lại câu trả lời chính xác và nhận xét câu trả lời của mỗi nhóm, ghi nhận và tuyên dương những nhóm làm nhanh, làm tốt.

Hoạt động 5: Củng cố và gợi mở (5 phút)

a) Mục tiêu: HS ghi nhớ các công thức tính số tứ phân vị và một mẫu số liệu ghép nhóm và hiểu ý nghĩa của chúng.

b) Nội dung: HS viết được các công thức của số trung bình và số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm và thảo luận về ý nghĩa của chúng.

c) Sản phẩm: HS nêu được công thức mà không nhìn SGK và hiểu được ý nghĩa của tứ phân vị và một của mẫu số liệu ghép nhóm.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV cho HS quan sát công thức rồi yêu cầu HS gấp SGK, mỗi nhóm ghi lại công thức và thảo luận về ý nghĩa của chúng.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS mỗi nhóm thảo luận và ghi lại công thức vào bảng riêng của nhóm.
- GV quan sát, gợi mở và lắng nghe ý kiến của HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Các nhóm đưa ra công thức đã ghi trong bảng của mình và so sánh kết quả với nhau.
- Từng nhóm nêu ý kiến của mình về ý nghĩa của tứ phân vị và một.
- GV chiếu lại công thức cho HS so sánh, khích lệ, khen ngợi những nhóm làm đúng.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chiếu lại các công thức một lần nữa, chốt lại ý nghĩa cả chúng và giao nhiệm vụ về nhà.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Khảo sát về số giờ đọc sách trung bình trong một tuần của 40 HS lớp 11D1 ta nhận được mẫu số liệu như bảng dưới đây:

3	1	6	3	2	5	2	3	1	4
9	7	4	1	4	3	2	7	5	3
3	2	6	8	6	1	6	5	4	8
4	3	3	1	2	4	3	2	5	3

Câu 1. Lập bảng tần số của mẫu số liệu trên.

Câu 2. Tính số trung bình, số trung vị, tứ phân vị và một của mẫu số liệu ban đầu.

Câu 3. Vì thời gian không cho phép, nên ta chỉ khảo sát nhanh số lượng HS có giờ đọc sách trung bình trong một tuần thuộc các khoảng đều nhau bắt đầu từ khoảng 0 giờ đến 2 giờ. Khi đó ta nhận được mẫu số liệu ghép nhóm như thế nào?

Câu 4. Tính độ dài và giá trị đại diện và của mỗi nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở Câu 2.

Câu 5. Tính số trung bình, số trung vị, tứ phân vị và một của mẫu số liệu ghép nhóm ở Câu 2.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1.

Thời gian (giờ)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Số học sinh	5	6	10	6	4	4	2	2	1

Câu 2. Từ bảng tần số ở Câu 1 ta tính được:

a) Số trung bình: $\bar{x} = \frac{1.5 + 2.6 + 3.10 + 4.6 + 5.4 + 6.4 + 7.2 + 8.2 + 9.1}{40} = 3,85.$

b) Số trung vị: $M_e = \frac{x_{20} + x_{21}}{2} = 3.$

c) Tứ phân vị: $Q_1 = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = 2; Q_2 = \frac{x_{20} + x_{21}}{2} = 3; Q_3 = \frac{x_{30} + x_{31}}{2} = 5.$

d) Một: $M_0 = 3.$

Câu 3. Giá trị lớn nhất là 9 nên để các nhóm có độ dài bằng nhau và bắt đầu từ nhóm $[0; 2)$, ta có 5 nhóm: $[0; 2)$, $[2; 4)$, $[4; 6)$, $[6; 8)$, $[8; 10)$. Từ bảng tần số ở Câu 1, ta lập được mẫu số liệu ghép nhóm như bảng sau:

Thời gian (giờ)	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số học sinh	5	16	10	6	3

Câu 4. Độ dài của tất cả các nhóm đều là 2. Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là: 1, 3, 5, 7, 9.

Câu 5. Áp dụng các công thức tính số trung bình, số trung vị, tứ phân vị và một của mẫu số liệu ghép nhóm và kết quả Câu 4 ta nhận được:

a) Số trung bình: $\bar{x} = \frac{1.5 + 3.16 + 5.10 + 7.6 + 9.3}{40} \approx 4,3.$

b) Số trung vị: $M_e = 2 + \frac{\frac{40}{2} - 5}{16} \cdot 2 \approx 3,9.$

c) Tứ phân vị: $Q_1 = 2 + \frac{\frac{40}{4} - 5}{16} \cdot 2 \approx 2,6; Q_2 = M_e \approx 3,9; Q_3 = 4 + \frac{\frac{3.40}{4} - (5+16)}{10} \cdot 2 = 5,8.$

d) Một: $M_0 = 2 + \frac{16 - 5}{(16 - 5) + (16 - 10)} \cdot 2 = 3,3.$

CHƯƠNG IV. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 11 bộ “*Kết nối tri thức với cuộc sống*”)

BÀI 10. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được các quan hệ liên thuộc cơ bản giữa điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian.
- Nhận biết được hình chóp, hình tứ diện.
- Mô tả được ba cách xác định mặt phẳng (qua ba điểm không thẳng hàng; qua một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó; qua hai đường thẳng cắt nhau).
- Xác định được giao tuyến của hai mặt phẳng; giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.
- Vận dụng được các tính chất về giao tuyến của hai mặt phẳng; giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng vào giải bài tập.
- Vận dụng được kiến thức về đường thẳng, mặt phẳng trong không gian để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

2. Năng lực

- *Năng lực tư duy và lập luận toán học*: HS thực hiện được các thao tác tư duy như: phân tích, tổng hợp, quy nạp, diễn dịch; HS sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề; HS nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện Toán học.
- *Năng lực giải quyết vấn đề toán học*: HS biết tiếp cận hệ thống câu hỏi và bài tập để đưa ra những giải pháp xử lý tình huống; HS xác định được giao tuyến của hai mặt phẳng; giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.
- *Năng lực mô hình hóa toán học*: HS vận dụng được kiến thức về đường thẳng, mặt phẳng trong không gian để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn; Thông qua việc sử dụng các kiến thức về cách xác định một mặt phẳng để thực hiện các **Vận dụng 1, Vận dụng 2**.
- *Năng lực giao tiếp toán học*: HS trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác; Sử dụng được một cách hợp lý ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để biểu đạt cách suy nghĩ, lập luận, chứng minh các khẳng định toán học.
- *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học*: Sử dụng tính toán vào giải bài tập; sử dụng phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về Cửu đỉnh ở cố đô Huế.

3. Phẩm chất

- *Trách nhiệm*: trong thực hiện nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- *Chăm chỉ*: biểu hiện qua việc có ý thức tìm tòi, khám phá, vận dụng kiến thức đường thẳng và mặt phẳng trong không gian vào thực tiễn.
- *Trung thực*: HS thật thà ngay thẳng trong học tập.
- *Yêu nước*: thông qua việc HS tìm hiểu về cửu đỉnh ở cố đô Huế.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. Giáo viên:** Máy vi tính, máy chiếu, (máy chiếu vật thể nếu có) các hình ảnh minh họa cho đường thẳng và mặt phẳng trong không gian; **Phiếu học tập số 1.**
- 2. Học sinh:** Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) Mục tiêu:

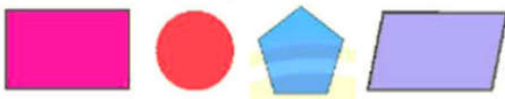
- Khơi gợi động cơ, dẫn dắt đến nhu cầu sử dụng đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.
- Phân biệt được hình học phẳng và hình học không gian.

b) Nội dung:

 HS phân loại các hình phẳng 2D và hình khối 3D.

c) Sản phẩm:

Hình học phẳng



Hình 4.1

Hình học không gian

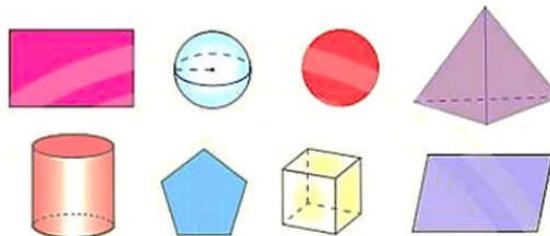


Hình 4.2

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành nội dung (GV sử dụng máy chiếu để chiếu lên bảng): Môn học Hình học phẳng tìm hiểu tính chất của các hình cùng thuộc một mặt phẳng. Môn học Hình học không gian tìm hiểu tính chất của các hình trong không gian, những hình này có thể chứa những điểm không cùng thuộc một mặt phẳng. Hãy phân loại các hình sau thành hai nhóm hình khác nhau:



Hình 4.3

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới.

Hoạt động 2: Khái niệm mở đầu (7 phút)

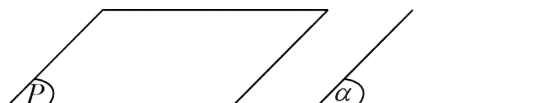
a) Mục tiêu:

- HS làm quen với hình ảnh của mặt phẳng trong không gian và cách biểu diễn mặt phẳng trên giấy hoặc trên bảng.
- Nhận biết được các quan hệ liên thuộc cơ bản giữa điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian.

b) Nội dung: Mặt phẳng trong không gian; Điểm thuộc mặt phẳng; Hình biểu diễn của một hình trong không gian.

c) Sản phẩm:

- *Mặt phẳng trong không gian:* Ta thường dùng hình bình hành hay một miền góc để biểu diễn mặt phẳng và dùng chữ cái in hoa hoặc chữ cái Hy Lạp trong dấu ngoặc để kí hiệu mặt phẳng.



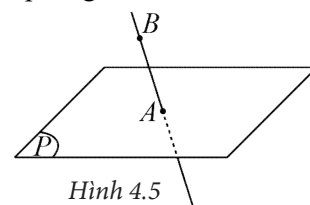
Hình 4.4

Trong Hình 4.4, ta có mặt phẳng (P) và mặt phẳng (α) .

- *Điểm thuộc mặt phẳng:* Cho hai điểm A, B và phẳng (P) (Hình 4.5).

- + Điểm A thuộc mặt phẳng (P) , kí hiệu $A \in (P)$.
- + Điểm B không thuộc mặt phẳng (P) , kí hiệu $B \notin (P)$.

Nếu $A \in (P)$ ta còn nói A nằm trên (P) , hoặc (P) chứa A , hoặc (P)



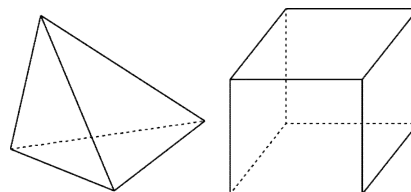
Hình 4.5

đi qua A .

- *Quy tắc vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian:*

- + Đường nhìn thấy: vẽ nét liền.
- Đường bị che khuất: vẽ nét đứt đoạn.
- + Hình biểu diễn của:
 - đường thẳng là đường thẳng, đoạn thẳng là đoạn thẳng.
 - hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
 - phải giữ nguyên quan hệ liên thuộc giữa điểm và đường thẳng.

- *Đáp án HD1:* ví dụ như một chấm mực trên mặt giấy hay một lỗ thủng do kim đâm trên mặt vải, ...



Hình 4.6. Hình biểu diễn của hình chóp tam giác đều và hình lập phương

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

➤ **H1:** HS nghe GV giới thiệu về mặt phẳng trong không gian và thực hiện 1.

- Điểm, đường thẳng và mặt phẳng là ba đối tượng cơ bản của *Hình học không gian*. Ta đã làm quen với điểm và đường thẳng trong hình học phẳng. Trong phần này, ta sẽ làm quen với mặt phẳng.

Mặt bảng, màn hình máy tính hay mặt nước lúc tĩnh lặng là một số hình ảnh về một phần của mặt phẳng. Mặt phẳng không có bề dày và không có giới hạn.

Hình 4.7



- Thực hiện 1: Hãy tìm một số hình ảnh của mặt phẳng trong thực tế.

➤ **H2:** Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD1** trong SGK trang 71.

➤ **H3:** HS nghe GV giới thiệu về *hình biểu diễn của một hình trong không gian* như SGK trang 71.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **H1, H2, H3** và **HD1**.

- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm làm bài: *Thực hiện* 1; **HD1**.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

- GV lưu ý HS: Mặt phẳng (trong Toán học) là “vô hạn” nên hầu hết các hình ảnh chỉ biểu diễn *một phần* của mặt phẳng.

Hoạt động 3: Các tính chất thừa nhận (23 phút)

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được các tính chất thừa nhận (*tính chất 1, 2, 3, 4*) của Hình học không gian.
- HS vận dụng được các tính chất trên vào việc giải các bài toán hình học không gian đơn giản.
- HS nhận biết được khái niệm “*đồng phẳng*”.

b) Nội dung:

- Tính chất thừa nhận 1, 2, 3, 4 của Hình học không gian.
- Khái niệm “*đồng phẳng*”.
- HS vận dụng các tính chất trên vào việc giải các **Ví dụ 1, Ví dụ 2**.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án HD2:** Không thể tìm được đường thẳng nào khác đi qua hai điểm A, B đã cho ngoài đường thẳng tạo bởi xà ngang.

Tính chất 1: Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.

- **Đáp án 3.2:** Do qua hai điểm phân biệt chỉ có một đường thẳng nên qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng M, N, P , ta xác định được ba đường thẳng là MN, NP và PM .

- **Đáp án HD3:**

a) Khi đặt khối rubik sao cho ba đỉnh của mặt màu đỏ đều nằm trên mặt bàn, mặt màu đỏ của khối rubik nằm trên mặt bàn.

b) Không thể đặt khối rubik sao cho 4 đỉnh của nó đều nằm trên mặt bàn.

Tính chất 2: Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

Nhận xét: Một mặt phẳng hoàn toàn xác định nếu biết ba điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng đó. Kí hiệu mặt phẳng đi qua ba không thẳng hàng A, B, C là (ABC) .

Tính chất 3: Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

Nhận xét: Nếu có nhiều điểm cùng thuộc một mặt phẳng thì ta nói những điểm đó *đồng phẳng*. Nếu không có mặt phẳng nào chứa các điểm đó thì ta nói những điểm đó *không đồng phẳng*.

- **Đáp án 3.3:** Có vô số mặt phẳng đi qua ba điểm thẳng hàng.

- **Hướng dẫn Ví dụ 1:** Thực hiện như SGK trang 72.

- **Đáp án HD4:** Căng một sợi dây sao cho hai đầu của sợi dây nằm trên mặt bàn. Khi đó, sợi dây nằm trên mặt bàn.

Tính chất 4: Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì tất cả các điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Chú ý: Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) thường được kí hiệu là $d \subset (P)$ hoặc $(P) \supset d$.

- **Hướng dẫn Ví dụ 2:** Thực hiện như SGK trang 73.

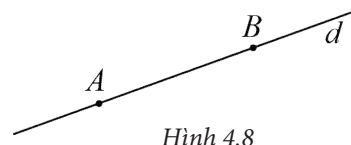
d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

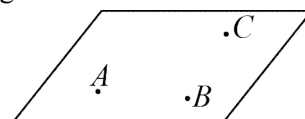
➤ H4:

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD2** SGK trang 72.

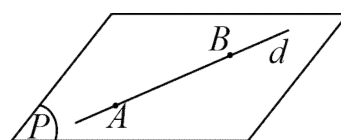
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân thực hiện **3.2**: Cho ba điểm phân biệt M, N, P không thẳng hàng. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua hai trong ba điểm đã cho?



Hình 4.8



Hình 4.9



Hình 4.10

➤ **H5:**

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD3** SGK trang 72.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân thực hiện **H3**: Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua ba điểm thẳng hàng?
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 1** SGK trang 72.

➤ **H6:** HS nghe GV giới thiệu về Cửu đỉnh bằng đồng ở cố đô Huế.

- Hình ảnh Cửu đỉnh ở cố đô Huế, mỗi đỉnh có ba chân, là một ví dụ minh họa thực tiễn cho tính chất 2.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân sử dụng phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về Cửu đỉnh ở cố đô Huế.



Hình 4.11. Cửu đỉnh bằng đồng ở cố đô Huế là một di sản văn hóa có giá trị to lớn của Việt Nam

➤ **H7:**

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD4** SGK trang 73.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 2** SGK trang 73.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Thực hiện **H4**:
 - + HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD2** SGK trang 72.
 - + HS HĐ cá nhân thực hiện **H2**.
- Thực hiện **H5**:
 - + HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD3** SGK trang 72.
 - + HS HĐ cá nhân thực hiện **H3**.
 - + HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 1** SGK trang 72.
- Thực hiện **H6**:
 - + HS nghe GV giới thiệu về Cửu đỉnh bằng đồng ở cố đô Huế.
 - + HS HĐ cá nhân sử dụng phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về Cửu đỉnh ở cố đô Huế.
- Thực hiện **H7**:
 - + HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD4** SGK trang 73.
 - + HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 2** SGK trang 73.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS: Trong tính chất 2, nếu không có điều kiện “*không thẳng hàng*” thì tính chất này không còn đúng.

Hoạt động 4: Luyện tập (6 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được các kiến thức đã học về điểm, đường thẳng và mặt phẳng trong không gian vào giải bài tập.

b) Nội dung: **Luyện tập 1** SGK trang 72; **Luyện tập 2** SGK trang 73.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án Luyện tập 1:** Vì 4 điểm A, B, C, D tạo thành một tứ giác nên bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng và tạo thành một mặt phẳng duy nhất là mặt phẳng $(ABCD)$.

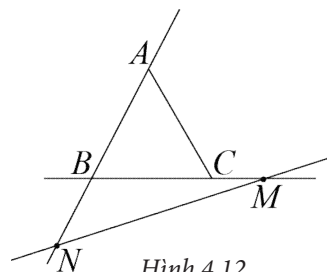
Vậy có một mặt phẳng thoả mãn yêu cầu bài toán.

- **Đáp án Luyện tập 2:**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in BC \\ BC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow M \in (ABC) \quad (1).$$

$$\begin{cases} N \in AB \\ AB \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow N \in (ABC) \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $MN \subset (ABC)$.



Hình 4.12

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Luyện tập 1** SGK trang 72; **Luyện tập 2** SGK trang 73 lên màn chiếu, yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **Luyện tập 1; Luyện tập 2**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu của **Luyện tập 1** SGK trang 72; **Luyện tập 2** SGK trang 73.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài.

Hoạt động 5: Vận dụng (4 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được tính chất 2 trong không gian để giải thích cấu tạo ba chân của một số đồ vật trong thực tiễn.

b) Nội dung: Vận dụng 1 SGK trang 72.

c) Sản phẩm:



Hình 4.13



Ba chân của chân đỡ máy ảnh, giá treo tranh hay kiềng ba chân treo nồi xác định duy nhất một mặt phẳng (mặt phẳng này đi qua ba đầu tiếp xúc với mặt đất của ba chân).

Do đó, khi đặt các đồ vật này trên một mặt phẳng, ví dụ như nền nhà, thì mặt phẳng trên trùng với nền nhà. Điều này giúp các đồ vật có thể giữ được trạng thái thăng bằng, vững chãi mà không bị nghiêng hay đổ.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Vận dụng 1** SGK trang 72 lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải **Vận dụng 1**, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

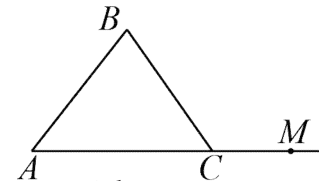
* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về mặt phẳng, điểm thuộc mặt phẳng và các tính chất 1, 2, 3, 4.
- Tìm hiểu trước mục: Tính chất 5, 6 SGK trang 73, 74; Mục 3 về cách xác định một mặt phẳng SGK trang 74 và Mục 4 về hình chóp và hình tứ diện SGK trang 75, 76.
- HS về nhà làm các bài tập sau:

Bài 1. Cho tam giác ABC . Lấy điểm M trên cạnh AC kéo dài. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. $M \in (ABC)$. B. $C \in (ABM)$.
C. $A \in (MBC)$. D. $B \in (ACM)$.

Bài 2. Với một cái thước thẳng, làm thế nào để phát hiện một mặt bàn có phẳng hay không? Nói rõ căn cứ vào đâu mà ta làm như vậy.



TIẾT 2. LUYỆN TẬP

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) Mục tiêu: Cùng có 4 tính chất thừa nhận (*tính chất 1, 2, 3, 4*) đã học của Hình học không gian.

b) Nội dung: Phiếu học tập số 1 (Câu hỏi 1, 2, 3).

c) Sản phẩm:

Trả lời câu hỏi 1: Qua hai điểm phân biệt có duy nhất một đường thẳng.

Trả lời câu hỏi 2: Ba chân kiềng luôn nằm trên mặt phẳng, nếu có hơn 3 chân trở lên thì có thể có 1 chân không nằm trên mặt phẳng. Vì vậy có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng đồng thời tồn tại 4 điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

Trả lời câu hỏi 3: Khi đó, nếu rê thước mà có 1 điểm thuộc cạnh thước nhưng không thuộc mặt bàn thì bàn đó chưa phẳng và ngược lại. Do đó, nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm thuộc đường thẳng đều thuộc mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành các câu hỏi sau:

Câu hỏi 1: Qua hai điểm phân biệt có bao nhiêu đường thẳng?

Câu hỏi 2: Tại sao người ta thường nói: “Vững như kiềng ba chân”?

Câu hỏi 3: Tại sao người thợ mộc kiểm tra độ phẳng mặt bàn bằng cách rê thước thẳng trên mặt bàn?



Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

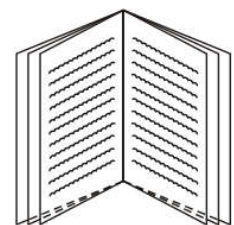
- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả của HS.
- GV (đặt vấn đề): Quyển vở ghi bài đang ở trước mặt các em. Hai bìa vở là hình ảnh của hai mặt phẳng phân biệt. Vậy giao tuyến của chúng là gì?
- Trên cơ sở đó GV dẫn dắt HS vào bài học.



Hoạt động 2: Các tính chất thừa nhận (tiếp theo) (8 phút)

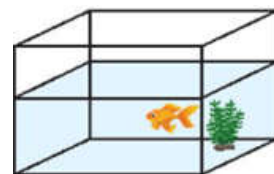
a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được các tính chất thừa nhận (*tính chất 5, 6*) của Hình học không gian.

- HS vận dụng được các tính chất trên vào việc giải các bài toán hình học không gian đơn giản.
- HS nhận biết được khái niệm và biết cách tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

b) Nội dung:

- Tính chất thừa nhận (*tính chất 5, 6*) của Hình học không gian.
- Khái niệm và cách tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.
- HS vận dụng các tính chất trên vào việc giải **Ví dụ 3, Luyện tập 3**.



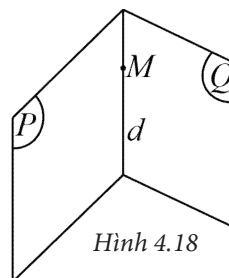
Hình 4.17

c) Sản phẩm:

- **Đáp án HD5:** Trong Hình 4.17, mặt nước (lúc tĩnh lặng) và thành bể là hai mặt phẳng và chúng giao nhau theo đường thẳng, phần giao nhau của hai mặt phẳng này là đường mực nước trên thành bể.

Tính chất 5: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có điểm chung thì các điểm chung của hai mặt phẳng là một đường thẳng đi qua điểm chung đó.

Chú ý: Đường thẳng chung d (nếu có) của hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng đó và kí hiệu là $d = (P) \cap (Q)$.



Hình 4.18

- **Đáp án 4:** Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, ta tìm hai điểm cùng thuộc cả hai mặt phẳng đó.
- **Hướng dẫn Ví dụ 3:** Thực hiện như SGK trang 74.

Tính chất 6: Trên mỗi mặt phẳng, tất cả các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

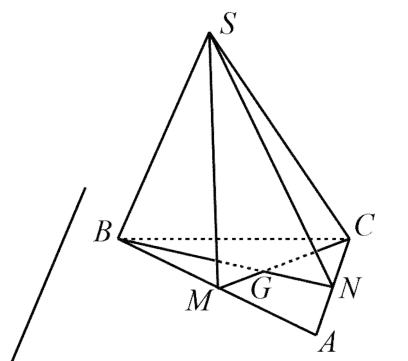
- **Hướng dẫn Luyện tập 3:**

$$\text{Ta có } \begin{cases} S \in (SBM) \\ S \in (SCN) \end{cases} \Rightarrow S \in (SBM) \cap (SCN). \quad (1)$$

Trong mặt phẳng (ABC) , ta có $BM \cap CN = A$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} A \in BM \subset (SBM) \\ A \in CN \subset (SCN) \end{cases} \Rightarrow A \in (SBM) \cap (SCN). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $(SBM) \cap (SCN) = SA$.



Hình 4.19

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD5** SGK trang 73.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **4:** Để tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ta làm như thế nào?
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 3** và thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 3** trong SGK trang 74.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD5** SGK trang 73.
- HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **4**.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 3** và thảo luận nhóm đôi làm **Luyện tập 3** trong SGK trang 74.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS: Có sáu tính chất thừa nhận của Hình học không gian.

Hoạt động 3: Cách xác định một mặt phẳng (10 phút)

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được ba cách xác định mặt phẳng.
- HS vận dụng được các tính chất đã học vào việc giải các bài toán hình học không gian đơn giản.

b) Nội dung:

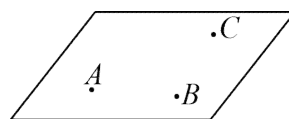
- Ba cách xác định mặt phẳng.
- HS vận dụng các tính chất đã học vào việc giải **Ví dụ 4** và **Luyện tập 4**.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án 5:** Theo tính chất 2 đã biết *Cách 1* xác định mặt phẳng:

Một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.

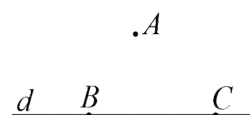
Mặt phẳng xác định bởi ba điểm A, B, C không thẳng hàng, kí hiệu là $mp(ABC)$ hay (ABC) (Hình 4.20).



Hình 4.20

- **Đáp án HD6** (Hình 4.21):

- + Đường thẳng d đi qua hai điểm phân biệt B, C thuộc mặt phẳng (ABC) nên $d \subset (ABC)$ và $A \in (ABC)$.

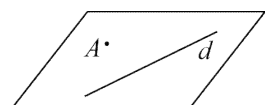


Hình 4.21

- + Mặt phẳng (ABC) chứa các điểm A, B, C nên mặt phẳng (ABC) chứa hai đường thẳng AB và BC .

Cách 2 xác định mặt phẳng: Một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua một điểm và chứa một đường thẳng không đi qua điểm đó.

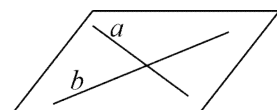
Chú ý: Mặt phẳng được xác định bởi điểm A và đường thẳng d không chứa A , kí hiệu là $mp(A, d)$ (Hình 4.22).



Hình 4.22

Cách 3 xác định mặt phẳng: Một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Chú ý: Mặt phẳng được xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau a và b , kí hiệu là $mp(a, b)$ (Hình 4.23).



Hình 4.23

- *Hướng dẫn Ví dụ 4:* Thực hiện như SGK trang 75.

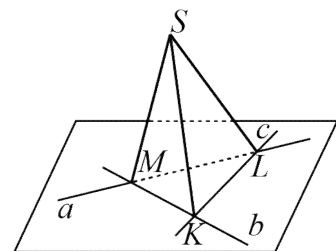
- *Hướng dẫn Luyện tập 4:* Gọi L là giao điểm của a và c , K là giao điểm của b và c .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (S, a) \\ S \in (S, c) \end{cases} \Rightarrow S \in (S, a) \cap (S, c). \quad (1)$$

$$\begin{cases} L \in a \subset (S, a) \\ L \in c \subset (S, c) \end{cases} \Rightarrow L \in (S, a) \cap (S, c). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $(S, a) \cap (S, c) = SL$.

Lập luận tương tự, ta được: $(S, b) \cap (S, c) = SK$.



Hình 4.24

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành 5: Ở tiết trước chúng ta đã biết một cách xác định mặt phẳng. Đó là cách nào?
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành HD6 SGK trang 74 và **Luyện tập 4** SGK trang 75.
- Yêu cầu HS HD cá nhân làm **Ví dụ 4** SGK trang 75.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành 5.

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD6** và **Luyện tập 4**.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 4** SGK trang 75.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vờ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS: Có 3 cách xác định mặt phẳng.

Hoạt động 4: Hình chóp và hình tứ diện (10 phút)

a) Mục tiêu:

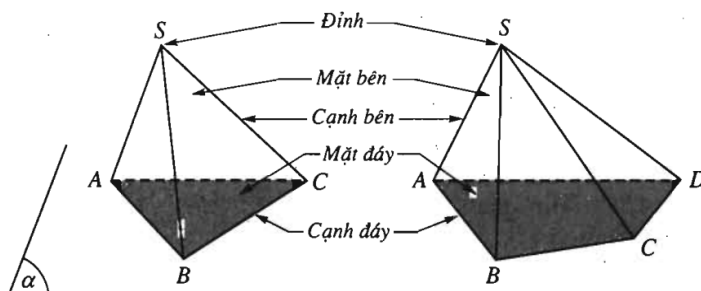
- HS nhận biết được hình chóp và các thuật ngữ liên quan; Biết cách gọi tên hình chóp.
- HS nhận biết được hình tứ diện và các thuật ngữ liên quan.
- HS vận dụng được các kiến thức đã học vào việc giải các bài toán hình học không gian đơn giản.

b) Nội dung:

- Hình chóp và hình tứ diện.
- HS vận dụng được các kiến thức đã học vào việc giải **Ví dụ 5** và **Ví dụ 6**.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án HD7:** Các hình ảnh đã cho đều có các mặt bên là các tam giác có chung một đỉnh.
- Định nghĩa hình chóp (Hình 4.25), SGK trang 75:



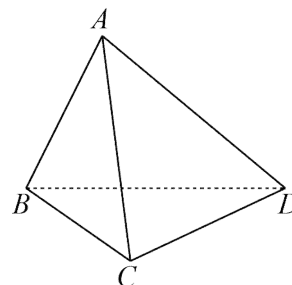
Chú ý: Tên của hình chóp được gọi dựa theo tên của đa giác đáy, ví dụ hình chóp có đáy là tứ giác được gọi là hình chóp tứ giác.

Hình 4.25

- **Hướng dẫn Ví dụ 5:** Thực hiện như SGK trang 75.
- **Đáp án HD8:** Trong các hình chóp ở HD7, hình chóp thứ ba tính từ trái sang (hình khối rubik) có ít mặt nhất. Hình chóp này có 6 cạnh và 4 mặt.
- Định nghĩa hình tứ diện (SGK trang 76).

Chú ý:

- + Hình tứ diện có bốn mặt là các tam giác đều gọi là *hình tứ diện đều*.
- + Hình tứ diện là một hình chóp tam giác mà mặt nào của hình tứ diện cũng có thể được coi là mặt đáy.
- **Đáp án HD 6:** Để xác định giao điểm của một đường thẳng và một mặt phẳng ta có thể tìm giao điểm của đường thẳng đó với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng đã cho.
- **Hướng dẫn Ví dụ 5:** Thực hiện như SGK trang 75.



Hình 4.26. Tứ diện ABCD

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD7**, **HD8** SGK trang 75, 76.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 5**, **Ví dụ 6** SGK trang 76.

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD6**: Muốn xác định giao điểm của một đường thẳng và một mặt phẳng ta làm như thế nào?

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD7** SGK trang 75.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 5, Ví dụ 6** SGK trang 76.
- HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD8** trang 76 và **HD6**, SGK.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS:
 - + Cách xác định giao điểm của một đường thẳng và một mặt phẳng.
 - + Hình tứ diện có bốn mặt là các tam giác đều gọi là hình tứ diện đều.

Hoạt động 5: Luyện tập (6 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được các kiến thức đã học về điểm, đường thẳng và mặt phẳng trong không gian vào giải bài tập.

b) Nội dung: **Luyện tập 5** SGK trang 76; **Luyện tập 6** SGK trang 76.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án Luyện tập 5:** Hình chóp $S.ABCD$ có:
 - + Bốn mặt bên là các tam giác SAB , SBC , SCD , SDA .
 - + Một mặt đáy là tứ giác $ABCD$.
- **Đáp án Luyện tập 6:** Trong mặt phẳng (BCD) , gọi K là giao điểm của DE và BC .

Khi đó $AE \subset (ADK) \Rightarrow F \in (ADK)$.

Trong mặt phẳng (ADK) , gọi G là giao điểm của DF và AK .

$$\text{Ta có } \begin{cases} G \in DF \\ G \in AK \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow DF \cap (ABC) = G.$$

Vậy G là giao điểm của đường thẳng DF và mặt phẳng (ABC) .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Luyện tập 5** SGK trang 76; **Luyện tập 6** SGK trang 76 lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành **Luyện tập 5; Luyện tập 6**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu. GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

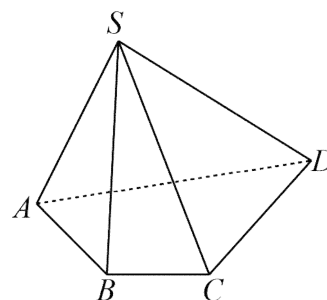
Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài.

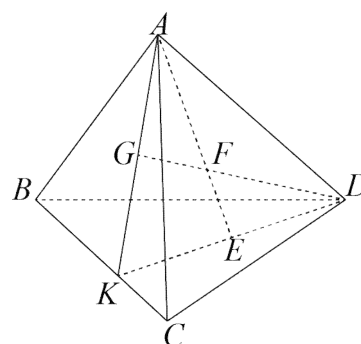
Hoạt động 6: Vận dụng (4 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được kiến thức đã học về cách xác định mặt phẳng để giải thích nguyên lý HĐ của nam châm hút cửa.

b) Nội dung: **Vận dụng 2** SGK trang 75.



Hình 4.27



Hình 4.28

c) Sản phẩm: Phụ kiện hít cửa nam châm đại diện cho 1 điểm cố định, một cạnh của cánh cửa đại diện cho một đường thẳng không chứa điểm phụ kiện hít cửa nam châm. Chính vì vậy có một mặt phẳng được xác định khi phụ kiện hít cửa và một cạnh của cánh cửa, khi đó cánh cửa luôn được giữ cố định.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Vận dụng 2** SGK trang 75 lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành **Vận dụng 2**.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải **Vận dụng 2**, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại kiến thức về: mặt phẳng, điểm thuộc mặt phẳng và sáu tính chất thừa nhận;
- Ôn tập lại kiến thức về: Ba cách xác định mặt phẳng; Cách tìm giao tuyến của hai mặt phẳng; Cách xác định giao điểm của một đường thẳng và một mặt phẳng.
- Làm **Bài tập 4.1; 4.3; 4.4; 4.6; 4.8** SGK trang 77.



Hình 4.29

BÀI 11. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian: hai đường thẳng trùng nhau, song song, cắt nhau, chéo nhau trong không gian.
- Giải thích được tính chất cơ bản về hai đường thẳng song song trong không gian.
- Vận dụng được kiến thức về hai đường thẳng song song để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

2. Năng lực

- **Năng lực tư duy và lập luận toán học:** HS thực hiện được các thao tác tư duy (phân tích, tổng hợp, quy nạp, diễn dịch); HS sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề; HS nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện Toán học.
- **Năng lực giải quyết vấn đề toán học:** HS biết cách tiếp cận hệ thống câu hỏi và bài tập để đưa ra những giải pháp xử lý tình huống; HS chứng minh được hai đường thẳng song song; xác định được giao tuyến của hai mặt phẳng (cách 2).
- **Năng lực mô hình hóa toán học:** HS vận dụng được kiến thức về hai đường thẳng song song trong không gian để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn thông qua việc thực hiện các **Vận dụng 1, 2**, từ đó nắm được kiến thức về vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian và về tính chất của hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.

- *Năng lực giao tiếp toán học*: HS trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác; Sử dụng được một cách hợp lý ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để biểu đạt cách suy nghĩ, lập luận, chứng minh các khẳng định toán học.
- *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học*: Sử dụng tính toán vào giải bài tập toán; phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về nghề dệt vải bằng khung cửi.

3. Phẩm chất

- *Trách nhiệm*: trong thực hiện nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- *Chăm chỉ*: biểu hiện qua việc có ý thức tìm tòi, khám phá, vận dụng kiến thức hai đường thẳng song song trong không gian vào thực tiễn.
- *Trung thực*: HS thật thà ngay thẳng trong học tập.
- *Yêu nước*: thông qua việc HS tìm hiểu nghề dệt vải bằng khung cửi, các em hiểu hơn về đất nước Việt Nam.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy vi tính, máy chiếu (máy chiếu vật thể nếu có) các hình ảnh minh họa cho hai đường thẳng song song trong không gian; **Phiếu học tập số 1**.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) Mục tiêu: Khơi gợi động cơ, giúp HS bước đầu có cảm nhận về vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.

b) Nội dung: Giới thiệu sơ lược về hình ảnh của các đường thẳng trong không gian.

c) Sản phẩm: Toán học mô tả vị trí tương quan giữa các tuyến đường trên như những vị trí tương đối của đường thẳng trong không gian.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành nội dung sau (*sử dụng máy chiếu để chiếu nội dung lên bảng*): Để giải quyết vấn đề tắc đường ở các thành phố lớn, có rất nhiều giải pháp được đưa ra. Trong đó, giải pháp xây dựng các hệ thống cầu vượt, đường hoặc đường sắt trên cao đã và đang được đưa vào thực tế ở Việt Nam. Toán học mô tả vị trí tương quan giữa các tuyến đường trên như thế nào?



Hình 4.30

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới.

Hoạt động 2: Vị trí tương đối của hai đường thẳng (25 phút)

a) Mục tiêu: HS nhận biết được vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian: hai đường thẳng trùng nhau, song song, cắt nhau, chéo nhau trong không gian.

b) Nội dung:

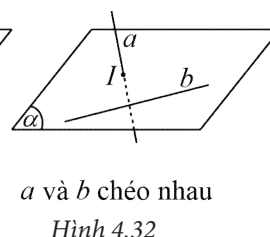
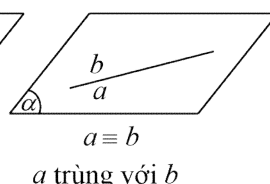
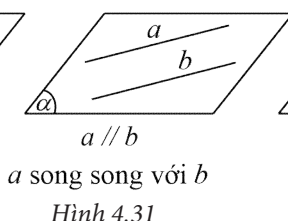
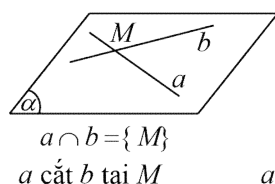
- Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian: hai đường thẳng trùng nhau, song song, cắt nhau, chéo nhau trong không gian.
- HS vận dụng vị trí tương đối của hai đường thẳng vào việc giải các **Ví dụ 1**, **Ví dụ 2**.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án HD1:** Quan sát Hình 4.30 ta thấy:

- Hai tuyến đường mũi tên màu đỏ và mũi tên màu vàng giao nhau.
- Hai tuyến đường mũi tên màu xanh dương và màu xanh lá cây không giao nhau.
- Hai tuyến đường mũi tên màu xanh dương và mũi tên màu đỏ song song.

- Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian (SGK trang 78):



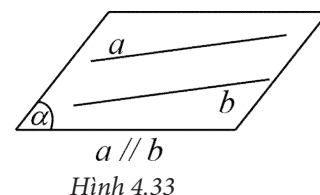
- **Đáp án 1:**

- + Hình ảnh thực tế hai đường thẳng song song: hai cạnh đối diện chiếc bàn, các vạch kẻ đường, thanh lan can, ...
- + Hình ảnh thực tế hai đường thẳng chéo nhau: cầu vượt và đường dưới, bóng đèn tuýp gắn trên tường và cạnh (không nằm trên tường treo đèn) của mặt tường bên cạnh,...

- **Nhận xét:**

- + Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng đồng phẳng và không có điểm chung.
- + Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.
- + Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song hoặc chéo nhau.

- **Hướng dẫn Ví dụ 1, Ví dụ 2:** Thực hiện như SGK trang 79, 80.



d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD1** SGK trang 78.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân thực hiện **1**: Hãy tìm một số hình ảnh về hai đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau trong thực tiễn.



Dệt vải bằng khung cửi, một trong những nét đẹp văn hoá của một số dân tộc.



Hành lang với bộ cảm biến an ninh gồm các tia laze chéo một không cắt nhau.

Hình 4.34

- GV giới thiệu về nghề dệt vải bằng khung cửi. Sau đó, HS HĐ cá nhân sử dụng phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về nghề dệt vải bằng khung cửi.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 1** SGK trang 79, **Ví dụ 2** SGK trang 80.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD1** SGK trang 78.
- HS HĐ cá nhân thực hiện **1**.
- HS nghe GV giới thiệu về nghề dệt vải bằng khung cửi. Sau đó, HS HĐ cá nhân sử dụng phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về nghề dệt vải bằng khung cửi.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 1** SGK trang 79, **Ví dụ 2** SGK trang 80.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

Hoạt động 3: Luyện tập (10 phút)

a) Mục tiêu:

- HS quan sát được các đường thẳng đồng phẳng để xác định chúng cắt nhau hay song song (và từ đó kết luận chúng không chéo nhau).
- HS quan sát và chỉ ra được hai đường thẳng chéo nhau.

b) Nội dung: Luyện tập 1 SGK trang 79; Luyện tập 2 SGK trang 80.

c) Sản phẩm:

- Đáp án **Luyện tập 1** (Hình 4.35):

- a) Hai đường thẳng AB và AC cắt nhau tại giao điểm A .

Hai đường thẳng AB và CD song song với nhau (do $ABCD$ là hình bình hành).

Hai đường thẳng AC và CD cắt nhau tại giao điểm C .

- b) Vì các đường thẳng SA , MN , AB đồng phẳng, do đó khi lấy bất kì 2 trong 3 đường thẳng trên thì chúng có thể cắt nhau hoặc song song hoặc trùng nhau. Vậy trong các đường thẳng SA , MN , AB không có hai đường thẳng nào chéo nhau.

- Đáp án **Luyện tập 2** (Hình 4.36):

- a) Các đường thẳng chéo nhau với đường thẳng SA là BC và CD .

Giải thích: Nếu hai đường thẳng SA và BC không chéo nhau thì chúng cùng thuộc một mặt phẳng. Khi đó, S , A , B , C đồng phẳng, trái với giả thiết $S.ABCD$ là hình chóp. Vậy hai đường thẳng SA và BC chéo nhau. Tương tự, giải thích được hai đường thẳng SA và CD chéo nhau.

- b) Các đường thẳng chéo với đường thẳng BC là SA và SD . Giải thích tương tự câu a.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Luyện tập 1** trang 79; **Luyện tập 2** trang 80, SGK lên màn chiếu, yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

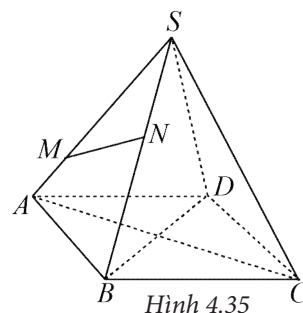
- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu của **Luyện tập 1, 2**.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

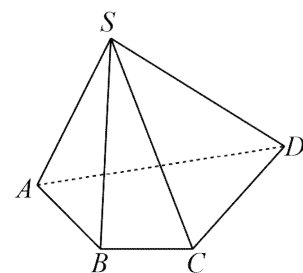
GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài.



Hình 4.35



Hình 4.36

Hoạt động 4: Vận dụng (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng được kiến thức về vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

b) **Nội dung: Vận dụng 1 SGK trang 80.**

c) **Sản phẩm:** Ta không thể đặt chiếc gậy đó song song với một trong các mép tường vì điểm đầu gậy chạm với sàn và 4 điểm góc của tường là các điểm không đồng phẳng nên đường thẳng tạo bởi chiếc gậy và một trong các mép tường là hai đường thẳng chéo nhau (Hình 4.37).



Hình 4.37

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Vận dụng 1** SGK trang 80 lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải **Vận dụng 1**, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.
- Tìm hiểu trước Mục 2 về “*Tính chất của hai đường thẳng song song*”, SGK trang 80, 81.
- Làm **Bài tập 4.9; 4.10** SGK trang 82.

TIẾT 2. TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) **Mục tiêu:** Cùng cố vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.

b) **Nội dung: Phiếu học tập số 1** (Câu hỏi 1, 2).

c) **Sản phẩm:**

- *Trả lời câu hỏi 1:* Có bốn vị trí tương đối giữa a và b . Chọn đáp án **D**.
- *Trả lời câu hỏi 2:* Khẳng định a) và khẳng định d) đúng.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành **Phiếu học tập số 1**:

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Câu hỏi 1: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu hỏi 2: Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

a) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

b) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

c) Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.

d) Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.

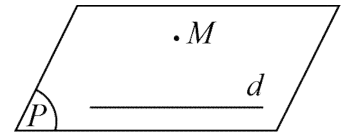
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức.
- GV (đặt vấn đề): Trong không gian, cho đường thẳng d và điểm M không nằm trên d (Hình 4.38). Gọi (P) là mặt phẳng chứa M và d .
- a) Trên mặt phẳng (P) có bao nhiêu đường thẳng đi qua M và song song với d ?
- b) Nếu một đường thẳng đi qua M và song song với d thì đường thẳng đó có thuộc mặt phẳng (P) hay không?
- Trên cơ sở đó GV dẫn dắt HS vào bài học.



Hình 4.38

Hoạt động 2: Tính chất của hai đường thẳng song song (30 phút)

a) Mục tiêu:

- HS giải thích được tính chất cơ bản về hai đường thẳng song song trong không gian.
- HS vận dụng được các tính chất trên vào chứng minh hai đường thẳng song song.
- HS nhận biết được cách 2 về tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

b) Nội dung:

- Tính chất của hai đường thẳng song song.
- Sử dụng cách 2 về tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.
- HS vận dụng các tính chất trên vào việc giải Ví dụ 3, Ví dụ 4.

c) Sản phẩm:

- Đáp án HD2:

- Trên mặt phẳng (P) có một và chỉ một đường thẳng đi qua M và song song với d (theo tiên đề Euclid).
- Gọi a là đường thẳng đi qua M và song song với d . Khi đó a thuộc mặt phẳng chứa d (vì $a \parallel d$) và mặt phẳng này cũng chứa M (vì a đi qua M). Vì vậy mặt phẳng này trùng với mặt phẳng (P) và do đó a nằm trong (P) .

Khung kiến thức: Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có đúng một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

- Đáp án HD3: Hai đường thẳng song song với mép trên của bảng, ta có thể chọn là mép trên của tường có gắn bảng và mép dưới của bảng liền với tường, hai đường thẳng này có song song với nhau.

Khung kiến thức: Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Chú ý: Khi hai đường thẳng phân biệt a, b cùng song song với đường thẳng c ta kí hiệu $a \parallel b \parallel c$ và gọi là ba đường thẳng song song.

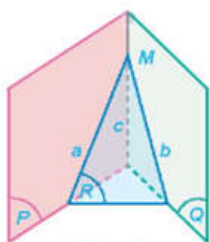
- Hướng dẫn Ví dụ 3: Thực hiện như SGK trang 81.

- Đáp án HD4:

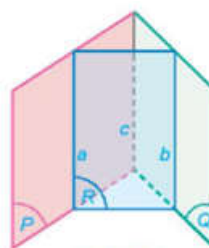
- Ta có
$$\begin{cases} M \in a \subset (R) \\ M \in c \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow M \in (Q) \cap (R). \text{ Vì } (Q) \cap (R) = b \text{ nên } M \in b.$$

GV kết luận: Ba đường thẳng a, b và c đồng quy.

b) Nếu hai đường thẳng b và c cắt nhau thì theo câu a) suy ra a và c cắt nhau. Điều này trái với giả sử ban đầu, suy ra b và c song song. Như vậy a , b và c đôi một song song với nhau.



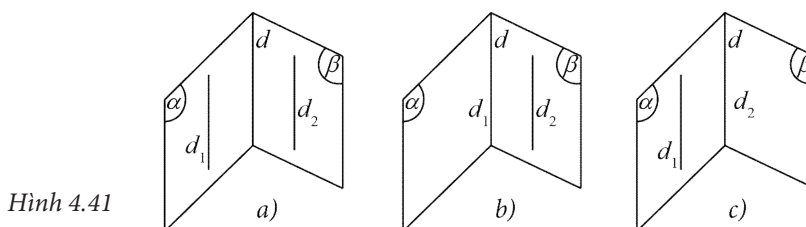
Hình 4.39



Hình 4.40

- GV rút ra kết luận sau khi HS trả lời được hai câu a) và b):

- **Định lý về ba đường giao tuyến:** Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.
- **Hệ quả:** Nếu hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song với nhau thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.



Hình 4.41

GV kết luận: Từ hệ quả trên cho chúng ta cách 2 về tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

- **Hướng dẫn Ví dụ 3:** Thực hiện như SGK trang 82.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD2** và **HD3** SGK trang 80.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 3** SGK trang 81 và **Ví dụ 4** SGK trang 82.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD4** SGK trang 81.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD2**, **HD3**, **HD4**.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 3** SGK trang 81 và **Ví dụ 4** SGK trang 82.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS: Cách 2 về tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

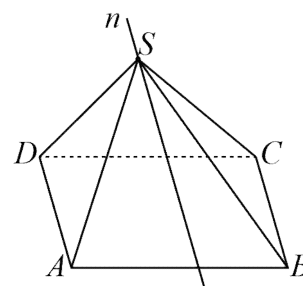
Hoạt động 3: Luyện tập (5 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng được các kiến thức đã học để tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

b) Nội dung: HS hoàn thành **Luyện tập 4** SGK trang 81.

c) Sản phẩm: Ta có:

$$\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sn, \text{ với } Sn \parallel AD \parallel BC. \\ AD \parallel BC \end{cases}$$



Hình 4.42

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Luyện tập 4** SGK trang 81 lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

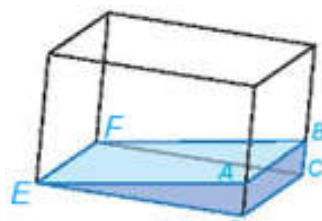
GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức toàn bài.

Hoạt động 4: Vận dụng (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng được định lý về ba đường giao tuyến để giải thích một hiện tượng thực tế.

b) **Nội dung:** Vận dụng 2 SGK trang 82.

c) **Sản phẩm:** Kí hiệu như Hình 4.43. Giả sử mặt phẳng $(ABFE)$ là mặt nước, mặt phẳng $(EFCD)$ là mặt đáy của bể kính và $(ABCD)$ là một mặt bên của bể kính.



Hình 4.43

Ba mặt phẳng $(ABFE)$, $(EFCD)$ và $(ABCD)$ là ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo các giao tuyến EF , AB và CD . Vì $CD \parallel EF$ (do đáy của bể là hình chữ nhật) nên ba đường thẳng EF , AB và CD đôi một song song. Vậy đường mép nước AB song song với cạnh CD của bể nước.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Vận dụng 2** SGK trang 82 lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- *GV hướng dẫn:* Cần xét hai mặt phẳng nào để có thể áp dụng hệ quả của định lý (về ba đường giao tuyến)? Hai mặt phẳng nào có giao tuyến là AB (hoặc AB)?
- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành **Vận dụng 2**.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải **Vận dụng 2**, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về vị trí tương đối của hai đường thẳng; tính chất của hai đường thẳng song song.
- Định lý về ba đường giao tuyến.
- Cách 2 về tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.
- Làm **Bài tập 4.9; 4.12; 4.13; 4.14; 4.15** SGK trang 82, 83.

BÀI 12. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Giải thích được điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Giải thích được tính chất cơ bản về đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Vận dụng được kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

2. Năng lực

- *Năng lực tư duy và lập luận toán học*: HS thực hiện được các thao tác tư duy (phân tích, tổng hợp, quy nạp, diễn dịch); HS sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề; HS nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện Toán học.
- *Năng lực giải quyết vấn đề toán học*: HS biết tiếp cận hệ thống câu hỏi và bài tập để đưa ra những giải pháp xử lý tình huống; HS nhận biết được các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng; HS chứng minh được đường thẳng song song với mặt phẳng.
- *Năng lực mô hình hóa toán học*: HS vận dụng được kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn; Thông qua việc thực hiện các **Vận dụng 1** và các tình huống tương tự.
- *Năng lực giao tiếp toán học*: HS trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác; Sử dụng được một cách hợp lý ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để biểu đạt cách suy nghĩ, lập luận, chứng minh các khẳng định toán học.
- *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học*: Sử dụng tính toán vào giải bài tập toán; phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về cầu Long Biên.

3. Phẩm chất

- *Trách nhiệm*: trong thực hiện nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- *Chăm chỉ*: biểu hiện qua việc có ý thức tìm tòi, khám phá, vận dụng kiến thức đường thẳng song song với mặt phẳng vào thực tiễn.
- *Trung thực*: HS thật thà ngay thẳng trong học tập.
- *Yêu nước*: thông qua việc HS tìm hiểu về cầu Long Biên, các em biết hơn về lịch sử của đất nước Việt Nam.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy vi tính, máy chiếu (máy chiếu vật thể nếu có) các hình ảnh minh họa cho đường thẳng song song với mặt phẳng.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. TỪ ĐẦU ĐẾN HẾT VẬN DỤNG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) Mục tiêu: Khơi gợi động cơ, giúp HS bước đầu có cảm nhận về khái niệm đường thẳng song song với mặt phẳng.

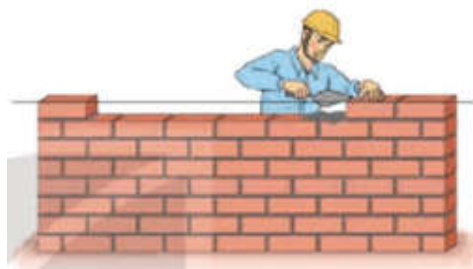
b) Nội dung: Giới thiệu sơ lược về hình ảnh của các đường thẳng song song với mặt phẳng.

c) Sản phẩm: GV kết luận: Toán học mô tả vị trí giữa dây căng, các mép gạch với mặt đất là các đường thẳng song song với mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV (sử dụng máy chiếu để chiếu nội dung lên bảng) (Hình 4.54): Khi xây tường gạch, người thợ thường bắt đầu với việc xây các viên gạch dẫn, sau đó căng dây nhợ dọc theo cạnh của các viên gạch dẫn đó để làm chuẩn rồi mới xây các viên gạch tiếp theo. Việc sử dụng dây căng như vậy có tác dụng gì? Toán học mô tả vị trí giữa dây căng, các mép gạch với mặt đất như thế nào?



Hình 4.44

GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành nội dung trên.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới.

Hoạt động 2: Đường thẳng song song với mặt phẳng (10 phút)

a) Mục tiêu: HS nhận biết được các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.

b) Nội dung:

- Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.
- Giải Ví dụ 1, Luyện tập 1 SGK trang 85.

c) Sản phẩm:

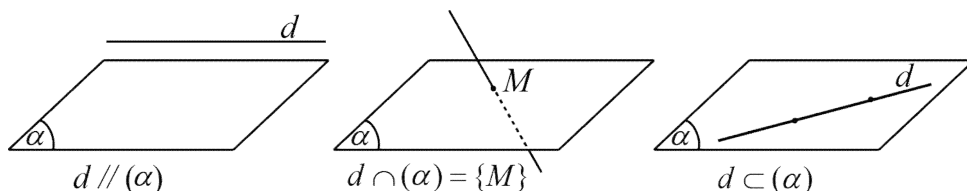
- **Đáp án HD1:** Từ Hình 4.45 ta thấy:
 - + Xà ngang nằm phía trên và không có điểm chung với mặt đất;
 - + Cột dọc thẳng đứng và có 1 điểm chung với mặt đất;
 - + Thanh chống nằm xiên và có 1 điểm chung với mặt đất;
 - + Thanh bên nằm hoàn toàn trên mặt đất, có vô số điểm chung với mặt đất.



Hình 4.45

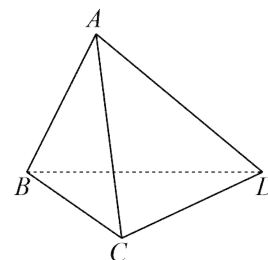
Khung kiến thức: Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α) (Hình 4.46).

- Nếu d và (α) không có điểm chung thì ta nói d song song với (α) hay (α) song song với d và kí hiệu $d \parallel (\alpha)$ hay $(\alpha) \parallel d$.
- Nếu d và (α) có một điểm chung duy nhất M thì ta nói d và (α) cắt nhau tại M , kí hiệu $d \cap (\alpha) = \{M\}$ hay $d \cap (\alpha) = M$.
- Nếu d và (α) có nhiều hơn một điểm chung thì ta nói d nằm trong (α) hay (α) chứa d , kí hiệu $d \subset (\alpha)$ hay $(\alpha) \supset d$.



Hình 4.46

- **Đáp án**  1: Quan sát Hình 4.48, ta thấy đường thẳng được tạo bởi thanh ngang của cây cầu song song với mặt nước lúc tĩnh lặng.
- **Hướng dẫn Ví dụ 1:** Thực hiện như SGK trang 85.
- **Đáp án Luyện tập 1:**
Đường thẳng AC cắt các mặt phẳng (BCD) và (ABD) .
Đường thẳng AC nằm trong các mặt phẳng (ABC) và (ACD) .



Hình 4.47

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD1** SGK trang 84.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân thực hiện  1: Hãy chỉ ra một hình ảnh đường thẳng song song với mặt phẳng trong bức ảnh bên.
- GV giới thiệu về nghề dệt vải bằng khung cửi. Sau đó, yêu cầu HS HĐ cá nhân sử dụng phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về cầu Long Biên.
- + Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 1**.
- + Yêu cầu HS HĐ nhóm đôi làm **Luyện tập 1**.



Hình 4.48. Cầu Long Biên, cây cầu được mệnh danh là “chứng nhân lịch sử” của nước ta

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD1** SGK trang 84.
- HS HĐ cá nhân thực hiện  1.
- HS nghe GV giới thiệu về cầu Long Biên. Sau đó, HS HĐ cá nhân sử dụng phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về cầu Long Biên.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 1** SGK trang 85.
- HS HĐ nhóm đôi làm **Luyện tập 1** SGK trang 85.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

Hoạt động 3: Điều kiện và tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng (25 phút)

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.
- HS chứng minh được đường thẳng song song với mặt phẳng.

b) Nội dung:

- Điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Giải **Ví dụ 2**, **Luyện tập 2**, **Ví dụ 3** và **Luyện tập 3**.

c) Sản phẩm:

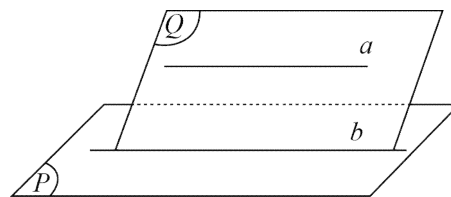
- **Đáp án HD2:** Nếu a và (P) cắt nhau tại điểm M thì M thuộc (Q) (do M thuộc a và a nằm trong (Q)).

Do đó, a cắt b tại M , vậy M thuộc b . Khi đó, M là điểm chung của a và b , điều này trái với điều kiện a song song với b .

Vậy nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và a song song với đường thẳng b nằm trong (P) thì a song song với mặt phẳng (P) .

Khung kiến thức: Cho đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) thì a song song với (P) (Hình 4.49).

$$\begin{cases} a \not\subset (P) \\ b \subset (P) \Rightarrow a // (P). \\ a // b \end{cases}$$



Hình 4.49

- **Đáp án** 2: Phát biểu trên không còn đúng không nếu bỏ điều kiện “ a không nằm trong mặt phẳng (P) ”. Vì nếu $a \subset (P)$ thì a không thể song song với (P) . Hơn nữa, (P) và (Q) sẽ trùng nhau và do đó không thể coi b là giao tuyến của (P) và (Q) .

- **Hướng dẫn Ví dụ 2:** Thực hiện như SGK trang 85.

- **Đáp án Luyện tập 2:**

+ Ba đường thẳng a, b, c không cùng nằm trong một mặt phẳng nên $c \not\subset mp(a, b)$. Vì $c // b$ và $b \subset mp(a, b)$ nên $c // mp(a, b)$.

+ Ba đường thẳng a, b, c không cùng nằm trong một mặt phẳng nên $b \not\subset mp(a, c)$. Vì $b // a$ và $a \subset mp(a, c)$ nên $b // mp(a, c)$.

- **Hướng dẫn Ví dụ 3:** Thực hiện như SGK trang 86.

- **Đáp án Luyện tập 3:**

• Nếu SD và AB không chéo nhau thì SD và AB đồng phẳng hay bốn điểm S, A, B, D đồng phẳng, trái với giả thiết $S.ABCD$ là hình chóp. Do đó, SD và AB chéo nhau.

• Ta có $\begin{cases} AB \not\subset (SCD) \\ CD \subset (SCD) \Rightarrow AB // (SCD). \\ AB // CD \text{ (gt)} \end{cases}$

Mà $mp(SCD)$ chứa đường thẳng SD . Vậy $mp(SCD)$ chứa SD và song song với AB .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HĐ2** SGK trang 85.

- Yêu cầu HS HĐ cá nhân thực hiện 2: Phát biểu trên còn đúng không nếu bỏ điều kiện “ a không nằm trong mặt phẳng (P) ”?

- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 2** SGK trang 85; **Ví dụ 3** SGK trang 86.

- Yêu cầu HS HĐ nhóm đôi làm **Luyện tập 2** SGK trang 85; **Luyện tập 3** SGK trang 86.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HĐ2** SGK trang 85.

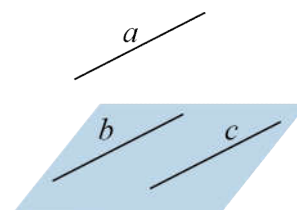
- HS HĐ cá nhân thực hiện 2.

- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 2** SGK trang 85; **Ví dụ 3** SGK trang 86.

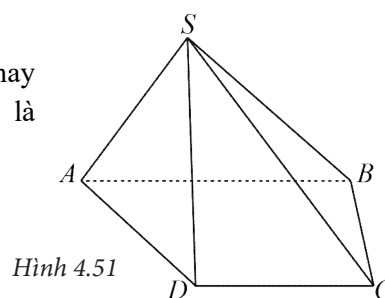
- HS HĐ nhóm đôi làm **Luyện tập 2** SGK trang 85; **Luyện tập 3** SGK trang 86.

- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận



Hình 4.50



Hình 4.51

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

Hoạt động 4: Vận dụng (5 phút)

a) Mục tiêu: HS sử dụng điều kiện đường thẳng song song với mặt phẳng để trả lời câu hỏi trong tình huống mở đầu.

b) Nội dung: Vận dụng 1 SGK trang 86.

c) Sản phẩm: Có thể coi dây nhợ trùng với cạnh nằm ngang của các viên gạch trên cùng một hàng gạch. Các cạnh này song song với nhau và song song với các cạnh nằm trên mặt đất của những viên gạch ở hàng thấp nhất (vì mỗi mặt của viên gạch là hình chữ nhật), do đó dây nhợ song song với mặt đất. Tác dụng của việc căng dây nhợ để xây tường có độ thẳng, đứng và bằng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Vận dụng 1** SGK trang 86 lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải **Vận dụng 1**, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại kiến thức về vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng; điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Làm **Bài tập 4.16; 4.17; 4.18** SGK trang 87.
- Tìm hiểu trước **HĐ3** SGK trang 86 đến hết bài.

TIẾT 2. TỪ HOẠT ĐỘNG 3 ĐẾN HẾT, BÀI TẬP

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) Mục tiêu: củng cố vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.

b) Nội dung: Bài tập 4.16 SGK trang 87.

c) Sản phẩm:

- Mệnh đề a) đúng vì nếu a và (P) có điểm chung thì a cắt (P) hoặc $a \subset (P)$ nên a không song song với (P) .
- Mệnh đề b) sai vì nếu a và (P) có điểm chung thì có thể $a \subset (P)$.
- Mệnh đề c) sai vì a có thể nằm trong (P) .
- Mệnh đề d) sai vì a và b có thể cắt nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành **Bài tập 4.16** SGK trang 87.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.

- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức để giải **Bài tập 4.16** SGK trang 87.

Hoạt động 2: Điều kiện và tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng (tiếp theo) (15 phút)

a) Mục tiêu:

- HS giải thích được tính chất cơ bản về đường thẳng song song với mặt phẳng.
- HS vận dụng được các tính chất trên vào chứng minh hai đường thẳng song song.
- HS vận dụng tính chất trên tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

b) Nội dung:

- Tính chất cơ bản về đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Vận dụng tính chất trên để chứng minh hai đường thẳng song song; tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.
- HS vận dụng các tính chất trên vào việc giải **Ví dụ 4**.

c) Sản phẩm:

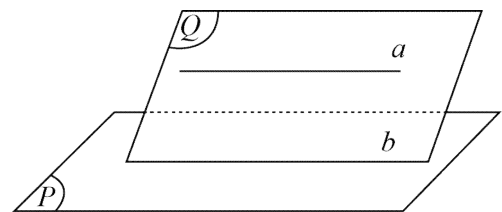
- Đáp án **HĐ3**:

a) Vì a và b đều nằm trong mặt phẳng (Q) nên a và b không thể chéo nhau.

b) Giả sử $a \cap b = I$. Khi đó $I \in (P)$ (vì $I \in b \subset (P)$).

Mặt khác $I \in a$ nên $a \cap (P) = I$ (vô lí do $a \parallel (P)$).

Vậy $a \parallel b$ hay a và b không thể cắt nhau.



Hình 4.52

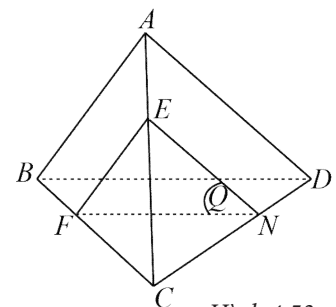
Khung kiến thức: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) . Nếu mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P) theo giao tuyến b thì b song song với a (Hình 4.52).

Tóm tắt: $\begin{cases} a \parallel (P) \\ (Q) \supset a \\ (Q) \cap (P) = b \end{cases} \Rightarrow b \parallel a.$

- **Hướng dẫn Ví dụ 4:** Thực hiện như SGK trang 86.

- **Đáp án Luyện tập 4:** Ta có:

- $\begin{cases} E \in (Q) \cap (ABC) \\ AB \subset (ABC) \\ AB \parallel (Q) \end{cases} \Rightarrow (Q) \cap (ABC) = EF \text{ với } EF \parallel AB \text{ và } F \in BC.$
- $\begin{cases} E \in (Q) \cap (ACD) \\ AD \subset (ACD) \\ AD \parallel (Q) \end{cases} \Rightarrow (Q) \cap (ACD) = EN \text{ với } EN \parallel AD \text{ và } N \in CD.$
- $(Q) \cap (BCD) = NF.$



Hình 4.53

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HĐ3** SGK trang 86 và **Luyện tập 4** SGK trang 87.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 4** SGK trang 86.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HĐ3** và **Luyện tập 4**.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 4** SGK trang 86.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vờ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS: cách 2 về tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

Hoạt động 3: Bài tập về dấu hiệu nhận biết đường thẳng song song với mặt phẳng (10 phút)

a) Mục tiêu:

- Nhằm kiểm tra kiến thức về điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.
- HS vẽ được hình, biết suy luận để chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng.

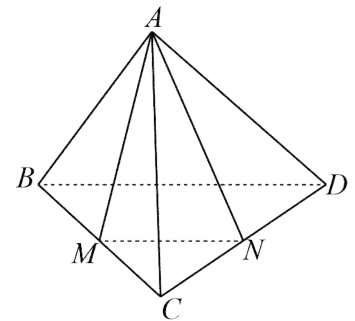
b) Nội dung: Bài tập 4.18 SGK trang 87.

c) Sản phẩm:

- Đáp án  1:
$$\begin{cases} a \not\subset (P) \\ b \subset (P) \Rightarrow a \parallel (P). \\ a \not\parallel b \end{cases}$$

- Đáp án **Bài tập 4.18**: Theo giả thiết, ta có MN là đường trung bình của tam giác BCD , suy ra $MN \parallel BD$.

Ta có
$$\begin{cases} BD \not\subset (AMN) \\ MN \subset (AMN) \Rightarrow BD \parallel (AMN). \\ MN \parallel BD \end{cases}$$



Hình 4.54

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành  1: Để chứng minh đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) ta chứng minh như thế nào?
- GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành **Bài tập 4.18** SGK trang 87.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức để giải **Bài tập 4.18** SGK trang 87.

Hoạt động 4: Bài tập vận dụng tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (10 phút)

a) Mục tiêu:

- Kiểm tra kiến thức về tính chất của đường thẳng song song với mặt phẳng.
- HS vẽ được hình, biết suy luận để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng.

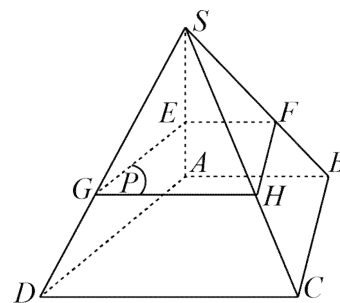
b) Nội dung: Bài tập 4.19 SGK trang 87.

c) Sản phẩm:

- Đáp án  2:
$$\begin{cases} a \parallel (P) \\ (Q) \supset a \Rightarrow b \parallel a. \\ (Q) \cap (P) = b \end{cases}$$

- **Đáp án Bài tập 4.19:** Ta có

- $\begin{cases} E \in (P) \cap (SAB) \\ AB \subset (SAB) \Rightarrow (P) \cap (SAB) = EF \text{ với } EF \parallel AB \text{ và } F \in SB. \\ AB \parallel (P) \end{cases}$
- $\begin{cases} E \in (P) \cap (SAD) \\ AD \subset (SAD) \Rightarrow (P) \cap (SAD) = EG \text{ với } EG \parallel AD \text{ và } G \in SD. \\ AD \parallel (P) \end{cases}$
- $\begin{cases} G \in (P) \cap (SDC) \\ DC \subset (SDC) \Rightarrow (P) \cap (SDC) = GH \text{ với } GH \parallel DC \text{ và } H \in SC. \\ DC \parallel (P) \text{ (do } DC \parallel AB) \end{cases}$
- $(P) \cap (SBC) = HF.$



Hình 4.55

Tứ giác $EFHG$ có $EF \parallel HG$ (vì cùng song song với AB) nên tứ giác $EFHG$ là hình thang.
Vây hình tạo bởi các giao tuyến là hình thang $EFHG$.

d) Tổ chức thực hiện

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **Bài tập 4.19** SGK trang 87.
- GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành **Bài tập 4.19** SGK trang 87.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức để giải **Bài tập 4.19** SGK trang 87.

Hoạt động 5: Vận dụng (5 phút)

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng được kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

b) **Nội dung:** **Bài tập 4.20** SGK trang 87.

c) **Sản phẩm:** Mép trên của cửa ra vào luôn song song với mép dưới của cửa (vì cánh cửa là hình chữ nhật). Vì mép dưới của cửa “*nằm trong*” mặt phẳng nền nhà nên mép dưới của cửa luôn song song với mặt phẳng đó.



Hình 4.56

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành **Bài tập 4.20** SGK trang 87.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về: vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng; điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng; tính chất cơ bản của đường thẳng song song với mặt phẳng.
- Cách tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.
- Làm **Bài tập 4.17** SGK trang 87.
- Tìm hiểu trước Bài 13 về “*Hai mặt phẳng song song*” SGK trang 88, 89, 90.

BÀI 13. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được hai mặt phẳng song song trong không gian.
- Giải thích được điều kiện để hai mặt phẳng song song; tính chất cơ bản về hai mặt phẳng song song.
- Giải thích được định lý Thalès trong không gian.
- Giải thích được tính chất cơ bản của hình lăng trụ và hình hộp.
- Vận dụng được kiến thức về hai mặt phẳng song song để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

2. Năng lực

- *Năng lực tư duy và lập luận toán học*: HS thực hiện được các thao tác tư duy (phân tích, tổng hợp, quy nạp, diễn dịch); HS sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề; HS nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện Toán học.
- *Năng lực giải quyết vấn đề toán học*: HS biết cách tiếp cận hệ thống câu hỏi và bài tập để đưa ra những giải pháp xử lý tình huống; HS giải thích được điều kiện để hai mặt phẳng song song, tính chất cơ bản về hai mặt phẳng song song, định lý Thalès trong không gian, tính chất cơ bản của hình lăng trụ và hình hộp; HS chứng minh được hai mặt phẳng song song.
- *Năng lực mô hình hóa toán học*: HS vận dụng được kiến thức về hai mặt phẳng để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn; Thông qua **Vận dụng 1** nắm vững dấu hiệu nhận biết hai mặt phẳng song song và **Vận dụng 2** hiểu rõ định lý Thalès trong không gian.
- *Năng lực giao tiếp toán học*: HS trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác; Sử dụng được một cách hợp lý ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để biểu đạt cách suy nghĩ, lập luận, chứng minh các khẳng định toán học.
- *Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học*: Sử dụng tính toán vào giải bài tập toán; phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu ruộng bậc thang, một hình thức canh tác độc đáo thường có ở khu vực Tây Bắc của Việt Nam.

3. Phẩm chất

- *Trách nhiệm*: trong thực hiện nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- *Chăm chỉ*: biểu hiện qua việc có ý thức tìm tòi, khám phá, vận dụng kiến thức hai mặt phẳng song song vào thực tiễn.
- *Trung thực*: HS thật thà ngay thẳng trong học tập.
- *Yêu nước*: thông qua việc HS tìm hiểu ruộng bậc thang, một hình thức canh tác độc đáo thường có ở khu vực Tây Bắc của Việt Nam, các em hiểu hơn về đất nước ta.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Giáo viên:** Máy vi tính, máy chiếu (máy chiếu vật thể nếu có) các hình ảnh minh họa cho đường thẳng song song với mặt phẳng.

2. **Học sinh:** Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) **Mục tiêu:** Khơi gợi động cơ, giúp HS bước đầu có cảm nhận về vị trí tương đối của các mặt phẳng cắt nếu muốn thức ăn được cắt đều và đẹp.

b) **Nội dung:** Giới thiệu sơ lược về các mặt phẳng cắt (hay mặt phẳng tạo bởi mặt dao) khi cắt thức ăn.

c) **Sản phẩm:**

GV kết luận: Các nhát cắt cần tuân thủ nguyên tắc là nằm trong các mặt phẳng song song với nhau.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV (*sử dụng máy chiếu để chiếu nội dung lên bảng*): Các đầu bếp chuyên nghiệp luôn có kỹ năng dùng dao điêu luyện để thái thức ăn như rau, củ, thịt, cá,... thành các miếng đều nhau và đẹp mắt. Các nhát cắt cần tuân thủ nguyên tắc gì để đạt được điều đó?
- GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành nội dung trên.



Hình 4.57

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới.

Hoạt động 2: Hai mặt phẳng song song (10 phút)

a) **Mục tiêu:** HS nhận biết được hai mặt phẳng song song trong không gian.

b) **Nội dung:** Định nghĩa hai mặt phẳng song song trong không gian.

c) **Sản phẩm:**

- **Đáp án HD1:** Các mặt của từng tầng trong giá để dép gợi nên hình ảnh về các mặt phẳng không có điểm chung.

Mặt sàn và mặt trần nhà bằng gợi nên hình ảnh về các mặt phẳng không có điểm chung.

Khung kiến thức: Hai mặt phẳng (α) và (β) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung, kí hiệu $(\alpha) // (\beta)$ hay $(\beta) // (\alpha)$.

$$(\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow (\alpha) \cap (\beta) = \emptyset.$$

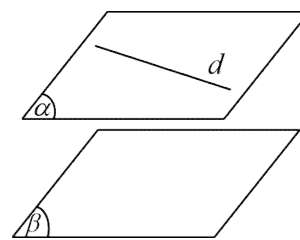
- **Đáp án HD2** (Hình 4.59): d và (β) không có điểm chung, tức là $d // (\beta)$.

$$\text{Nhận xét: } \begin{cases} (\alpha) // (\beta) \\ d \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d // (\beta).$$

Như vậy, nếu một đường thẳng nằm trong một trong hai mặt phẳng song song thì đường thẳng đó song song với mặt phẳng còn lại.



Hình 4.58



Hình 4.59

- **Đáp án** **?**2: Trong hình ảnh mở đầu, các nhát cắt nằm trong các mặt phẳng song song.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD1** SGK trang 88.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi thực hiện **?**1: Cho hai mặt phẳng (α) và (β) . Đường thẳng d nằm trong (α) . Hỏi d và (β) có điểm chung không?
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân thực hiện **?**2:
 - a) Trong hình ảnh mở đầu, các nhát cắt có nằm trong các mặt phẳng song song hay không?
 - b) Ruộng bậc thang, các bậc có nằm trong các mặt phẳng song song hay không?
- GV giới thiệu về ruộng bậc thang, một hình thức canh tác độc đáo thường có ở khu vực Tây Bắc của Việt Nam. Sau đó, yêu cầu HS HĐ cá nhân sử dụng phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về ruộng bậc thang ở khu vực Tây Bắc của Việt Nam.



Hình 4.60. Ruộng bậc thang có các mặt bậc thang gợi nên hình ảnh về các mặt phẳng song song

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD1** SGK trang 84.
- HS thảo luận nhóm đôi thực hiện **?**1; HS HĐ cá nhân thực hiện **?**2.
- HS nghe GV giới thiệu về ruộng bậc thang. Sau đó, HS HĐ cá nhân sử dụng phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về ruộng bậc thang ở khu vực Tây Bắc của Việt Nam.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vờ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

Hoạt động 3: Điều kiện và tính chất của hai mặt phẳng song song (25 phút)

a) Mục tiêu:

- HS giải thích được điều kiện (hay dấu hiệu) để hai mặt phẳng song song.
- HS chứng minh được hai mặt phẳng song song.

b) Nội dung:

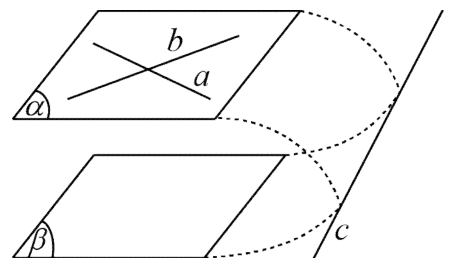
- Điều kiện để hai mặt phẳng song song.
- Giải **Ví dụ 1**, **Luyện tập 1** trang 89, SGK.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án HD2:** Giả sử $(\alpha) \cap (\beta) = c$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} a // (\beta) \\ (\alpha) \supset a \\ (\alpha) \cap (\beta) = c \end{cases} \Rightarrow c // a \text{ và } \begin{cases} b // (\beta) \\ (\alpha) \supset b \\ (\alpha) \cap (\beta) = c \end{cases} \Rightarrow c // b.$$

GV kết luận: Gọi M là giao điểm của a và b . Vì $c // a$ và $c // b$, như vậy từ M ta kẻ được hai đường thẳng a và b cùng song song với c . Điều này mâu thuẫn. Vậy (α) và (β) phải song song với nhau.



Hình 4.61

Khung kiến thức: Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau và hai đường thẳng này song song với mặt phẳng (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

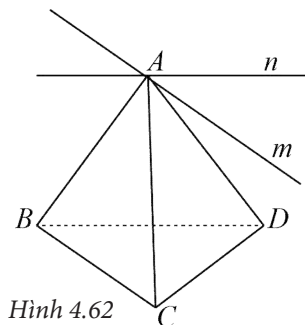
$$\begin{cases} (\alpha) \supset a, (\alpha) \supset b \\ a \cap b \neq \emptyset \\ a // (\beta), b // (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) // (\beta).$$

- **Đáp án 3:** Giả sử hai đường thẳng a và b trùng nhau thì khi đó có thể xảy ra trường hợp hai mặt phẳng (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến c song song với hai đường thẳng trùng nhau trên, do đó (α) và (β) không song song với nhau. Do vậy, nếu không có điều kiện “hai đường thẳng cắt nhau” thì khẳng định trên không đúng.

- **Hướng dẫn Ví dụ 1:** Thực hiện như SGK trang 89.

- **Đáp án Luyện tập 1:** Vì $m // BC$ và $m \not\subset (BCD)$ nên $m // (BCD)$.

Vì $n // BD$ và $n \not\subset (BCD)$ nên $n // (BCD)$. Do đó, mp(m, n) chứa hai đường thẳng cắt nhau m và n (cắt nhau tại A) cùng song song với mặt phẳng (BCD) nên mp(m, n) song song với mp(BCD).



Hình 4.62

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD2** và **Luyện tập 1** SGK trang 89.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân thực hiện 3: Nếu không có điều kiện “hai đường thẳng cắt nhau” thì khẳng định trên còn đúng không?
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 1** SGK trang 89.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD2** và **Luyện tập 1**.
- HS HĐ cá nhân thực hiện 3 và **Ví dụ 1**.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vớ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

Hoạt động 4: Vận dụng (5 phút)

a) Mục tiêu: HS sử dụng điều kiện (hay dấu hiệu) hai mặt phẳng song song để giải thích một hiện tượng trong thực tiễn.

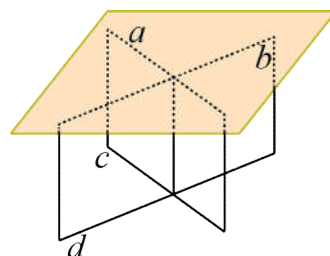
b) Nội dung: Vận dụng 1 SGK trang 89.

c) Sản phẩm: Kí hiệu như Hình 4.63.

Vì các khung sắt có dạng hình chữ nhật nên các cạnh đối diện của khung sắt song song với nhau, do đó $a // c$ và $b // d$.

Vì c và d là các đường thẳng của chân bàn nằm trên mặt đất, nên $a // c$ thì đường thẳng a song song với mặt đất và $b // d$ thì đường thẳng b song song với mặt đất.

Mặt phẳng bàn chứa hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng song song với mặt đất nên mặt phẳng bàn song song với mặt đất.



Hình 4.63

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Vận dụng 1** SGK trang 89 lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải **Vận dụng 1**, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

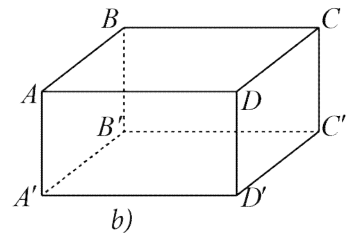
* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về hai mặt phẳng song song; điều kiện để hai mặt phẳng song song.
- Làm các bài tập sau:

Bài 1. Hộp giấy có các mặt là hình chữ nhật được vẽ lại với các đỉnh là $A, B, C, D, A', B', C', D'$ như Hình 4.64b. Quan sát hộp giấy và chỉ ra các cặp mặt phẳng song song với nhau ở Hình 4.64b.



a)



Hình 4.64

Bài 2. Cho tứ diện $ABCD$ có E, F, H lần lượt là trung điểm của AB, AC và AD .

Chứng minh $(EFH) \parallel (BCD)$.

- Tìm hiểu trước **HĐ3** SGK trang 89 đến hết **Luyện tập 4** SGK trang 91.

TIẾT 2. LUYỆN TẬP

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) Mục tiêu: củng cố định nghĩa hai mặt phẳng song song và điều kiện để hai mặt phẳng song song.

b) Nội dung: Bài 1 (bài tập về nhà ở tiết 1).

c) Sản phẩm: Các cặp mặt phẳng song song với nhau ở Hình 4.64b là: $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$; $(ABB'A')$ và $(CDD'C')$; $(ADD'A')$ và $(BCC'B')$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Bài 1** lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, giúp đỡ, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức.
- GV đặt vấn đề: Ta đã biết, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó. Bây giờ nếu ta thay cụm từ “đường thẳng” trong mệnh đề trên bởi cụm từ “mặt phẳng”, ta cũng được tính chất tương tự như trên không?
- Trên cơ sở đó GV dẫn dắt HS vào nội dung bài học.

Hoạt động 2: Điều kiện và tính chất của hai mặt phẳng song song (tiếp theo) (20 phút)

a) Mục tiêu:

- HS giải thích được các tính chất cơ bản về hai mặt phẳng song song.
- HS vận dụng được các tính chất trên vào chứng minh: bốn điểm đồng phẳng; hai đường thẳng song song.
- HS vận dụng tính chất trên tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

b) Nội dung:

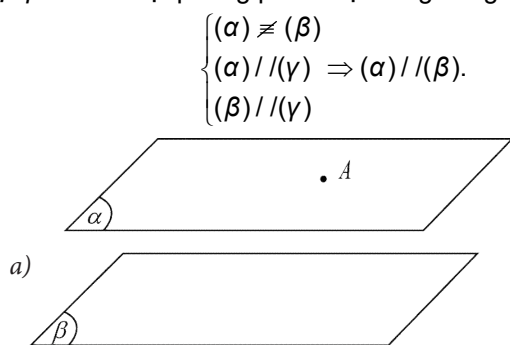
- Các tính chất cơ bản về hai mặt phẳng song song.
- HS vận dụng các tính chất trên vào việc giải **Ví dụ 2**, **Ví dụ 3** và **Ví dụ 4**.

c) Sản phẩm:

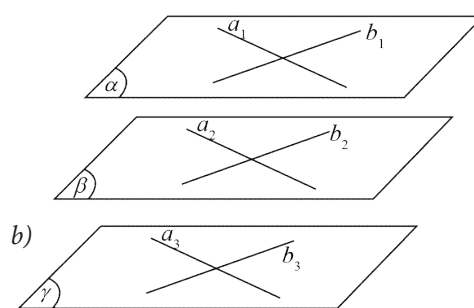
- **Đáp án HD3:** Mặt bàn nằm ngang thì song song với mặt đất. Khi tấm bìa cứng được đặt lên một góc của mặt bàn nằm ngang sao cho mặt bìa song song với mặt bàn thì mặt bìa trùng với mặt bàn.
- **Đáp án 1:** Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì hai mặt phẳng đó song song với nhau.

Khung kiến thức: Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.

Hệ quả: Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.



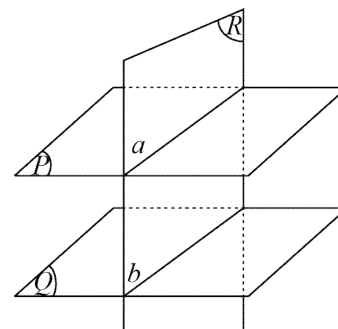
Hình 4.65



- **Hướng dẫn Ví dụ 2:** Thực hiện như SGK trang 90.

- **Đáp án HD4:**

- Giả sử mp(R) không cắt mp(Q), tức là $(R) // (Q)$, mà $(P) // (Q)$, do đó $(R) // (P)$ (hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau), mâu thuẫn với giả thiết (R) cắt (P) theo giao tuyến a. Vậy mp(R) cắt mp(Q).
- Vì a và b cùng thuộc mặt phẳng (R) nên hai đường thẳng a và b không thể chéo nhau.



Hình 4.66

Hai đường thẳng a và b không có điểm chung, vì nếu chúng có điểm chung A thì hai mặt phẳng (P) và (Q) cũng có điểm chung A (mâu thuẫn với giả thiết (P) và (Q) song song với nhau). Vậy hai đường thẳng a và b không thể cắt nhau.

Khung kiến thức: Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.

$$\begin{cases} (P) // (Q) \\ (P) \cap (R) = a \Rightarrow a // b. \\ (Q) \cap (R) = b \end{cases}$$

- **Hướng dẫn Ví dụ 3:** Thực hiện như SGK trang 90.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD3** SGK trang 89 và **HD4** SGK trang 90.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **❓ 1**: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì hai mặt phẳng đó có song song với nhau hay không? Vì sao?
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 2, Ví dụ 3** SGK trang 90.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD3** và **HD4**.
- HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **❓ 1**.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 2, Ví dụ 3** SGK trang 90.
- GV khuyến khích, động viên, giúp đỡ, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS: Các tính chất cơ bản về hai mặt phẳng song song.

Hoạt động 3: Định lý Thalès (10 phút)

a) Mục tiêu:

- HS giải thích thích được định lý Thalès trong không gian.
- HS vận dụng được định lý Thalès vào giải bài tập.

b) Nội dung:

- Định lý Thalès trong không gian.
- HS vận dụng định lý Thalès vào làm **Ví dụ 4**.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án HD5:**

a) Ta có $\begin{cases} (ACC') \cap (Q) = BD \\ (ACC') \cap (R) = CC' \end{cases} \Rightarrow BD // CC' \text{ và } \begin{cases} (AC'A') \cap (P) = AA' \\ (AC'A') \cap (Q) = DB' \end{cases} \Rightarrow AA' // DB'.$

b) Xét tam giác ACC' có $BD // CC'$, theo định lý Thalès trong tam giác ta suy ra $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC'}$.

Tương tự, xét tam giác $AA'C'$ có $B'D // AA'$, ta suy ra $\frac{AD}{DC'} = \frac{A'B'}{B'C'}$. Vậy $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC'} = \frac{A'B'}{B'C'}$.

- **GV kết luận:** Từ kết quả trên, ta có định lý Thalès trong không gian.

Khung kiến thức: Định lý Thalès trong không gian.

Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến phân biệt bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

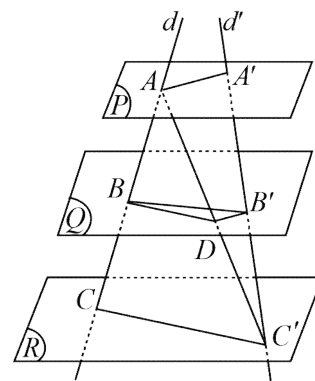
Trong Hình 4.67 ta có: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$.

- **Hướng dẫn Ví dụ 4:** Thực hiện như SGK trang 91.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD5** SGK trang 91.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 4** SGK trang 91.



Hình 4.67

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD5** SGK trang 91.
- HS HD cá nhân làm **Ví dụ 4** SGK trang 91.
- GV khuyến khích, động viên, giúp đỡ, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vờ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HD của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS về định lý Thalès trong không gian.

Hoạt động 4: Luyện tập (10 phút)**a) Mục tiêu:**

- HS vận dụng các tính chất về hai mặt phẳng song song chứng minh bốn điểm đồng phẳng.
- HS vận dụng được định lý Thalès trong không gian vào giải bài tập.

b) Nội dung:

- Các tính chất cơ bản về hai mặt phẳng song song; định lý Thalès trong không gian.
- HS vận dụng các tính chất trên giải **Luyện tập 2** và **Luyện tập 4**.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án Luyện tập 2:** Xét tam giác SAB có $\frac{MA}{MS} = \frac{NB}{NS} = \frac{1}{2}$

$$\text{hay } \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}, \text{ suy ra } MN // AB \text{ (theo định lý Thalès).}$$

Do đó $MN // (ABCD)$. Tương tự, $NP // BC$ nên $NP // (ABCD)$.

Vậy mp(MNP) chứa MN và NP cắt nhau cùng song song với mp($ABCD$) nên $(MNP) // (ABCD)$. Lập lập tương tự ta có $(MPQ) // (ABCD)$.

Hai mặt phẳng (MNP) và (MPQ) cùng đi qua điểm M và cùng song song với mặt phẳng ($ABCD$) nên hai mặt phẳng đó trùng nhau, tức là bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

- **Đáp án Luyện tập 4:** $B'C' = 6$ cm.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

Yêu cầu HS HD nhóm đôi làm **Luyện tập 2** SGK trang 90 và **Luyện tập 4** SGK trang 91.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS HD nhóm đôi làm **Luyện tập 2** SGK trang 90 và **Luyện tập 4** SGK trang 91.
- GV khuyến khích, động viên, giúp đỡ, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

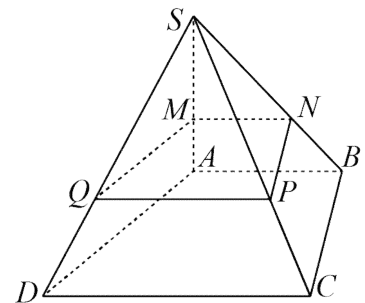
GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vờ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HD của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS các tính chất cơ bản về hai mặt phẳng song song và định lý Thalès trong không gian.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại kiến thức về: Các tính chất cơ bản về hai mặt phẳng song song; Định lý Thalès trong không gian.
- Cách chứng minh: Bốn điểm đồng phẳng; Hai đường thẳng song song.
- Làm **Bài tập 4.21; 4.24** SGK trang 93, 94 và tìm hiểu trước mục 4 đến hết bài SGK trang 91, 92, 93.



Hình 4.68

TIẾT 3. HÌNH LĂNG TRỤ VÀ HÌNH HỘP

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) **Mục tiêu:** Khơi gợi động cơ, giúp HS bước đầu làm quen với hình ảnh hình lăng trụ, hình hộp.

b) **Nội dung:** Giới thiệu sơ lược về hình ảnh của các hình lăng trụ, hình hộp trong không gian.

c) **Sản phẩm:** Học xong HS trả lời được câu hỏi đặt ra.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chiếu nội dung sau lên màn chiếu: Trong thực tiễn, ta thường gặp nhiều đồ dùng, vật thể gợi nên hình ảnh hình lăng trụ, hình hộp. Chẳng hạn, khung lịch để bàn (Hình 4.69a); Tháp đôi Puerta Europa ở Madrid, Tây Ban Nha (Hình 4.69b); ...



a)



b)

Hình 4.69 (Nguồn <https://www.shutterstock.com/>)

- GV đặt ra câu hỏi: Hình lăng trụ, hình hộp là hình như thế nào?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, giúp đỡ, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức, trên cơ sở đó GV dẫn dắt HS vào nội dung bài học.

Hoạt động 2: Hình lăng trụ và hình hộp (25 phút)

a) Mục tiêu:

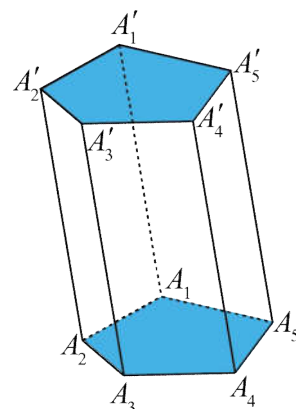
- HS mô tả được hình lăng trụ và hình hộp chính xác về mặt Toán học.
- HS biết được định nghĩa hình lăng trụ, hình hộp và các thuật ngữ liên quan.
- HS nhận biết được cách gọi tên, giải thích được một số tính chất của hình lăng trụ.
- HS biết cách chứng minh một hình là hình lăng trụ.

b) Nội dung:

- Định nghĩa và tính chất của hình lăng trụ; hình hộp.
- HS vận dụng các tính chất trên vào việc giải **Ví dụ 5** và **Ví dụ 6**.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án HD3:** Các hình ảnh đã cho trên đều có chứa hai mặt nằm trong hai mặt phẳng song song, các mặt còn lại chứa các cạnh đối diện song song với nhau.
- GV giới thiệu định nghĩa và các thuật ngữ liên quan của hình lăng trụ như trong SGK.
- **Đáp án 1:** Xét mặt bên $A_1A'_1A'_2A_2$, theo lý thuyết, ta có $A_1A'_1 // A_2A'_2$, lại có mp($A_1A'_1A'_2A_2$) lần lượt cắt hai mặt phẳng song song (α) và (α')



Hình 4.70. Hình lăng trụ

$A_1A_2A_3A_4A_5 \cdot A'_1A'_2A'_3A'_4A'_5$.

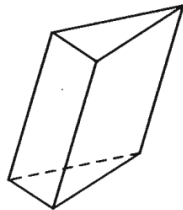
theo hai giao tuyến A_1A_2 và $A'_1A'_2$ nên $A_1A_2 // A'_1A'_2$. Do vậy, tứ giác $A_1A'_1A'_2A_2$ là hình bình hành (các cặp cạnh đối diện song song). Từ đó suy ra $A_1A'_1 // A_2A'_2$ và $A_1A'_1 = A_2A'_2$.

Chứng minh tương tự, ta có các mặt bên khác của hình lăng trụ là hình bình hành, từ đó suy ra các cạnh bên đôi một song song và có độ dài bằng nhau.

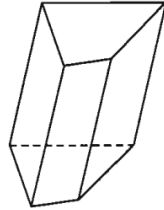
Tính chất hình lăng trụ:

- Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.
- Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.
- Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.

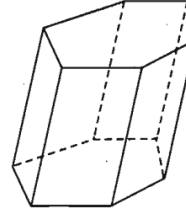
Chú ý: Tên của hình lăng trụ được gọi dựa theo tên của đa giác đáy.



Hình lăng trụ tam giác



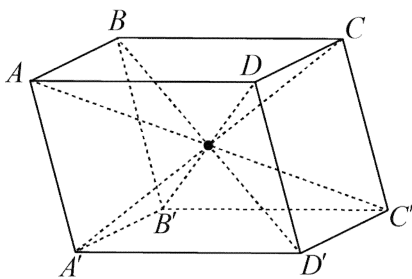
Hình lăng trụ tứ giác



Hình lăng trụ lục giác

Hình 4.71

- **Hướng dẫn Ví dụ 5:** Thực hiện như SGK trang 92.
- **Đáp án HD7:** Hình thứ hai từ trái sang phải trong **HD6** gọi nên hình ảnh về hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.



Hình 4.72

Khung kiến thức: Hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ (Hình 4.72) có đáy là hình bình hành, được gọi là hình hộp.

- Các cặp điểm A và C' ; B và D' ; C và A' ; D và B' được gọi là các đỉnh đối diện của hình hộp.
- Các đoạn thẳng AC' ; BD' ; CA' ; DB' được gọi là các đường chéo của hình hộp.
- Các cặp tứ giác $ABCD$ và $A'B'C'D'$; $ADD'A'$ và $BCC'B'$; $ABB'A'$ và $CDD'C'$ được gọi là các hai mặt đối diện của hình hộp.

- **Hướng dẫn Ví dụ 6:** Thực hiện như SGK trang 90.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD6** SGK trang 91 và **HD7** SGK trang 92.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **1**: Hãy giải thích tại sao các mặt bên của hình lăng trụ là hình bình hành, từ đó suy ra các cạnh bên đôi một song song và có độ dài bằng nhau.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 5**, **Ví dụ 6** SGK trang 92.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD6** và **HD7**.
- HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **1**.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 5**, **Ví dụ 6** SGK trang 92.
- GV khuyến khích, động viên, giúp đỡ, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

- GV lưu ý HS về định nghĩa và tính chất của hình lăng trụ; hình hộp.

Hoạt động 3: Luyện tập (10 phút)

a) Mục tiêu:

- HS biết cách chứng minh một hình là hình lăng trụ.
- HS biết cách chứng minh hai mặt phẳng song song.

b) Nội dung: Luyện tập 5 SGK trang 92 và Luyện tập 6 SGK trang 93.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án ?2:** Ta chứng minh hai đáy của hình đó nằm trên hai mặt phẳng song song và các mặt bên là những hình bình hành.
- **Đáp án Luyện tập 5** (Hình 4.73): Vì M và M' lần lượt là trung điểm của hai cạnh BC và $B'C'$ của hình bình hành $BCC'B'$ nên $MM' \parallel BB'$, suy ra MM', CC' và AA' đôi một song song. Vì $(AMC) \parallel (A'M'C')$ nên $AMC.A'M'C'$ là hình lăng trụ.
- **Đáp án Luyện tập 6** (Hình 4.74): Mặt đáy $ABCD$ là hình bình hành nên $AD \parallel BC$, suy ra $AD \parallel (BCC'B')$.

Các cạnh bên của hình hộp đôi một song song nên $DD' \parallel CC'$, suy ra $DD' \parallel (BCC'B')$.

Mặt phẳng $(ADD'A')$ chứa hai đường thẳng cắt nhau AD và DD' cùng song song với mp $(BCC'B')$ nên $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành ?2: Để chứng minh một hình là hình lăng trụ ta làm như thế nào?
- Yêu cầu HS HĐ nhóm đôi làm Luyện tập 5 SGK trang 92 và Luyện tập 6 SGK trang 93.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS HĐ nhóm đôi làm Luyện tập 5 SGK trang 92 và Luyện tập 6 SGK trang 93.
- GV khuyến khích, động viên, giúp đỡ, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vờ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

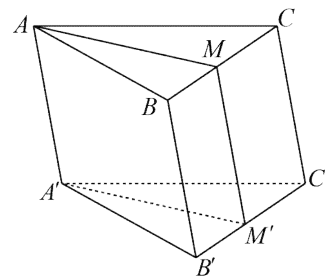
- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS các tính chất cơ bản về hai mặt phẳng song song và định lí Thalès trong không gian.

Hoạt động 4: Vận dụng (5 phút)

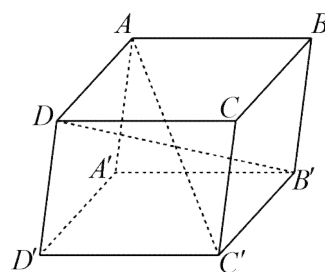
a) Mục tiêu: HS sử dụng điều kiện (hay dấu hiệu) của hai mặt phẳng song song để giải thích một hiện tượng trong thực tiễn.

b) Nội dung: Vận dụng 2 SGK trang 93.

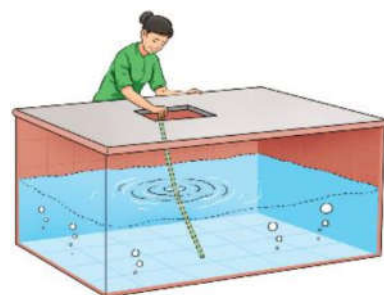
c) Sản phẩm: Áp dụng định lí Thalès cho ba mặt phẳng là mặt đáy của bể, mặt nước và mặt nắp bể, hai “cát tuyến” là một cạnh thẳng đứng bất kì của bể và thanh gõ. Từ đó áp dụng định lí Thalès và tính chất của tỉ lệ thức, suy ra hai tỉ lệ được đề cập là bằng nhau.



Hình 4.73



Hình 4.74



d) Tổ chức thực hiện:

Hình 4.75

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Vận dụng 2** SGK trang 93 lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải **Vận dụng 1**, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về điều kiện và tính chất của hai mặt phẳng song song; định lý Thalès trong không gian; định nghĩa và tính chất của hình lăng trụ; hình hộp.
- Làm **Bài tập 4.22; 4.23; 4.25; 4.26; 4.27; 4.28** SGK trang 94.

BÀI 14. PHÉP CHIẾU SONG SONG

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được khái niệm và các tính chất cơ bản về phép chiếu song song.
- Xác định được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng, một tam giác, một đường tròn qua một phép chiếu song song.
- Vẽ được hình biểu diễn của một số hình khối đơn giản.
- Sử dụng được kiến thức về phép chiếu song song để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

2. Năng lực

- **Năng lực tư duy và lập luận toán học:** HS thực hiện được các thao tác tư duy (phân tích, tổng hợp, quy nạp, diễn dịch); HS sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề; HS nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện Toán học.
- **Năng lực giải quyết vấn đề toán học:** HS biết tiếp cận hệ thống câu hỏi và bài tập để đưa ra những giải pháp xử lý tình huống; HS nhận biết được khái niệm và các tính chất cơ bản về phép chiếu song song; HS xác định được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng, một tam giác, một đường tròn qua một phép chiếu song song; HS vẽ được hình biểu diễn của một số hình khối đơn giản.
- **Năng lực mô hình hóa toán học:** HS vận dụng được kiến thức phép chiếu song song để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn; Thông qua **Vận dụng 1** nắm chắc phương pháp xác định hình chiếu của một vật thể qua phép chiếu song song; về việc sử dụng phép chiếu song song để vẽ chữ nổi.
- **Năng lực giao tiếp toán học:** HS trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác; Sử dụng được một cách hợp lý ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để biểu đạt cách suy nghĩ, lập luận, chứng minh các khẳng định toán học.
- **Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện toán học:** Sử dụng tính toán vào giải bài tập toán; phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về phổ cổ Hội An ở Quảng Nam.

3. Phẩm chất

- *Trách nhiệm*: trong thực hiện nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- *Chăm chỉ*: biểu hiện qua việc có ý thức tìm tòi, khám phá, vận dụng kiến thức phép chiếu song song vào thực tiễn.
- *Trung thực*: HS thật thà ngay thẳng trong học tập.
- *Yêu nước*: thông qua hình ảnh phố cổ Hội An ở Quảng Nam, HS được vun đắp tình yêu quê hương đất nước.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Giáo viên**: Máy vi tính, máy chiếu (máy chiếu vật thể nếu có) các hình ảnh minh họa cho đường thẳng song song với mặt phẳng.
2. **Học sinh**: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

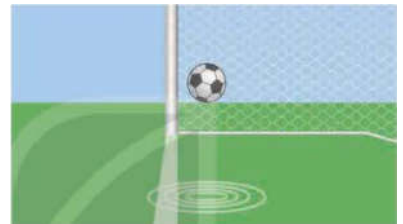
TIẾT 1. TỪ ĐẦU ĐẾN HẾT VÍ DỤ 2

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

- a) **Mục tiêu**: HS bước đầu có cảm nhận về hình chiếu song song của vật thể.
- b) **Nội dung**: Giới thiệu về một tình huống trong thực tiễn cuộc sống mà ở đó sử dụng hình chiếu song song của vật thể.
- c) **Sản phẩm**: Các HS am hiểu về bóng đá có thể sẽ giải thích được rằng, khi một bàn thắng được ghi thì bóng của quả bóng (theo phương thẳng đứng) nằm hoàn toàn sau vạch vôi.
- d) **Tổ chức thực hiện**:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV (*sử dụng máy chiếu để chiếu nội dung lên bảng*): Trong bóng đá, công nghệ Goal-line được sử dụng để xác định xem bóng đã hoàn toàn vượt qua vạch vôi hay chưa, từ đó giúp trọng tài đưa ra quyết định về một bàn thắng có được ghi hay không (Hình 4.76). Yếu tố hình học nào cho ta biết quả bóng đã vượt qua vạch vôi hay chưa?



Hình 4.76. Một bàn thắng được ghi

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả của HS.
- Khi đó GV có thể yêu cầu HS mô tả chính xác “bóng của quả bóng”, hay rộng hơn là bóng của một vật thể về mặt toán học là gì, từ đó dẫn đến khái niệm phép chiếu song song và hình chiếu song song. Trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới.

Hoạt động 2: Phép chiếu song song (15 phút)

a) Mục tiêu:

- HS quan sát được các đường thẳng nối mỗi điểm với ảnh của nó (qua phép chiếu song song) thì song song với nhau, từ đó biết cách xác định ảnh của một điểm qua phép chiếu song song khi biết phương chiếu và mặt phẳng chiếu.
- HS nhận biết được khái niệm và các tính chất cơ bản về phép chiếu song song.

- HS nhận biết được cách xác định ảnh của một hình qua phép chiếu song song.
- Vẽ được hình biểu diễn của một số hình khối đơn giản.
- Sử dụng được kiến thức về phép chiếu song song để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

b) Nội dung:

- Định nghĩa phép chiếu song song.
- Giải **Ví dụ 1** SGK trang 96, **Luyện tập 1** SGK trang 97.

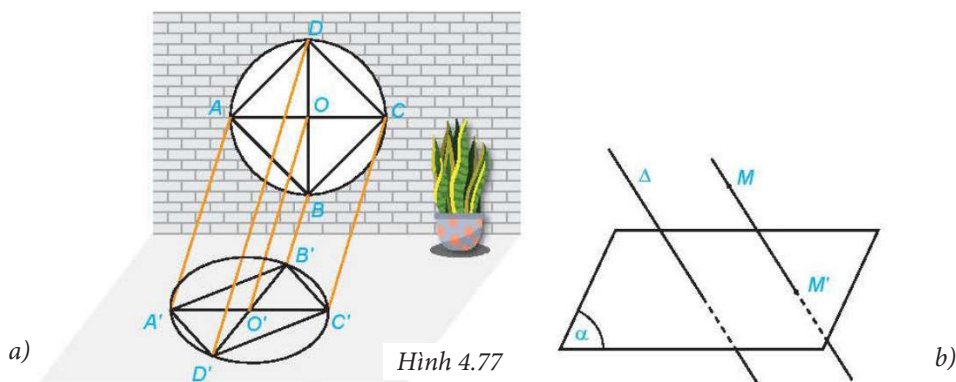
c) Sản phẩm:

- **Đáp án HD1:**

a) HS có thể quan sát hình vẽ để đưa ra câu trả lời $AA' // BB' // CC'$.

Để tăng tính chặt chẽ, GV có thể nhấn mạnh thêm rằng các tia sáng từ mặt trời được coi là đôi một song song, do đó AA' , BB' , CC' đôi một song song.

b) Để xác định bóng của một điểm M trên khung cửa, ta vẽ đường thẳng qua điểm đó và song song với AA' cắt nền nhà tại M' . Điểm M' là điểm cần tìm.



Hình 4.77

Khung kiến thức (định nghĩa phép chiếu song song SGK trang 96): Ở Hình 4.77b), mặt phẳng (α) gọi là **mặt phẳng chiếu**, đường thẳng Δ gọi là **phương chiếu**; điểm M' gọi là **hình chiếu song song** (hoặc **ảnh**) của điểm M qua phép chiếu song song nói trên.

- **Đáp án** 1: Ta biết rằng, điểm C thuộc khung cửa nên ảnh C' của nó cũng thuộc ảnh của khung cửa. Để xác định được bóng của toàn bộ song cửa CD , ta xác định bóng của từng điểm C và D trên sàn nhà là C' và D' . Khi đó $C'D'$ chính là bóng của song cửa CD .

Khung kiến thức: Cho hình $\mathcal{H}$. Tập hợp $\mathcal{H}'$ các hình chiếu M' của các điểm M thuộc $\mathcal{H}$ qua phép chiếu song song được gọi là hình chiếu của $\mathcal{H}$ qua phép chiếu song song đó.

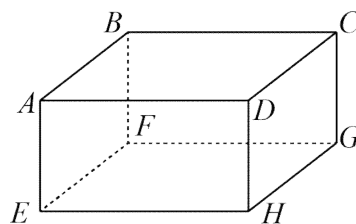
Chú ý: Hình chiếu của một đường thẳng song song hoặc trùng với phương chiếu là một điểm. Kể từ đây, ta chỉ xét các phép chiếu mà phương chiếu không song song với mặt phẳng chiếu.

- **Hướng dẫn Ví dụ 1:** Thực hiện như SGK trang 96.
- **Đáp án Luyện tập 1** (Hình 4.78): Hình chiếu của điểm A theo phương BC là điểm D , phương BG là điểm H .

d) Tổ chức thực hiện:

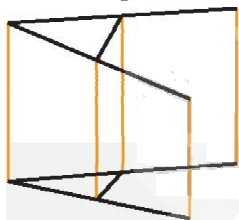
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD1** SGK trang 95.
- GV hướng dẫn câu b) như sau:
 - + Ảnh của mỗi điểm trên khung cửa sở thuộc mặt phẳng nào?
 - + Đường thẳng nối mỗi điểm trên khung cửa với ảnh của nó song song với đường thẳng nào hay không?



Hình 4.78

- Yêu cầu HS HĐ cá nhân thực hiện **HD1**: Trong **HD1**, làm thế nào để xác định được bóng của toàn bộ song cửa CD trên sàn nhà?
- GV giới thiệu ảnh của một số hình trong thực tiễn: Hình chiếu của chữ "A"; Bóng đổ của người bán hàng rong dưới ánh mặt trời trên đường phố cổ Hội An ở Quảng Nam. Sau đó, yêu cầu HS HĐ cá nhân sử dụng phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về phố cổ Hội An ở Quảng Nam.



Hình chiếu của hình chữ "A"



Bóng đổ của người bán hàng rong dưới ánh mặt trời trên đường phố Hội An

- + Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 1** SGK trang 96.
- + Yêu cầu HS HĐ nhóm đôi làm **Luyện tập 1** SGK trang 97.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD1** và **Luyện tập 1**.
- HS HĐ cá nhân thực hiện **HD1** và **Ví dụ 1**.
- HS nghe GV giới thiệu về cầu Long Biên. Sau đó, HS HĐ cá nhân sử dụng phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng *Internet* để tìm hiểu về phố cổ Hội An ở Quảng Nam.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS: Hình chiếu của một đường thẳng song song hoặc trùng với phương chiếu là một điểm.

Hoạt động 3: Tính chất của phép chiếu song song (20 phút)

a) Mục tiêu:

- HS nhận biết được các tính chất của phép chiếu song song dựa trên quan sát.
- Xác định được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng qua một phép chiếu song song.
- Sử dụng được kiến thức về phép chiếu song song để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.
- Xác định được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng qua một phép chiếu song song.

b) Nội dung:

- Các tính chất của phép chiếu song song.
- Xác định được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng qua một phép chiếu song song.
- Giải **HD2**, **Ví dụ 2** SGK trang 97.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án HD2**: Quan sát Hình 4.77a ta thấy:
 - Hình chiếu O' của điểm O nằm trên đoạn $A'C'$.
 - Hình chiếu của hai song cửa AB và CD lần lượt là $A'B'$ và $C'D'$, chúng song song với nhau.
 - Hình chiếu O' của điểm O là trung điểm của đoạn $A'C'$.
- GV kết luận: Ta có các tính chất sau của phép chiếu song song.

Khung kiến thức: Cách tính chất của phép chiếu song song (SGK trang 97).

- **Đáp án 2:** Hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có thể cắt nhau hoặc trùng nhau.
- **Hướng dẫn Ví dụ 2:** Thực hiện như SGK trang 97.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD2** SGK trang 97.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân thực hiện **2:** Hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có phải là hai đường thẳng cắt nhau hay không?
- GV hướng dẫn: Ảnh của giao điểm có thuộc ảnh của hai đường thẳng hay không?
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 2** SGK trang 97.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **HD2**.
- HS HĐ cá nhân thực hiện **2** và **Ví dụ 2**.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

Hoạt động 4: Vận dụng (5 phút)

a) Mục tiêu: HS sử dụng khái niệm phép chiếu song song và hình chiếu để trả lời câu hỏi trong tình huống mở đầu.

b) Nội dung: Vận dụng 1 SGK trang 97.

c) Sản phẩm: Khi một bàn thắng được ghi, hình chiếu của quả bóng trên mặt đất theo phương thẳng đứng nằm hoàn toàn phía sau vạch vôi.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu **Vận dụng 1** SGK trang 97 lên màn chiếu, yêu cầu HS hoàn thành.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ HS khi làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày lời giải **Vận dụng 1**, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của các nhóm, chốt kiến thức.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại kiến thức: Phép chiếu song song; Tính chất của phép chiếu song song.
- Làm **Bài tập 4.29; 4.30; 4.31** SGK trang 100.
- Tìm hiểu trước **Luyện tập 2** SGK trang 98 đến hết bài.

TIẾT 2. TỰ LUYỆN TẬP 2 ĐẾN HẾT, BÀI TẬP

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (4 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố định nghĩa và các tính chất của phép chiếu song song.

b) Nội dung: Bài tập 4.29 SGK trang 100.

c) Sản phẩm:

- a) Mệnh đề a) đúng.
- b) Mệnh đề b) sai vì phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- c) Mệnh đề c) sai vì phép chiếu song song biến tam giác đều thành một tam giác bất kì.
- d) Mệnh đề d) đúng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành **Bài tập 4.29** SGK trang 100.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức để giải **Bài tập 4.29** SGK trang 100.

Hoạt động 2: Tính chất của phép chiếu song song (tiếp theo) (9 phút)

a) Mục tiêu: HS sử dụng tính chất của phép chiếu song song để xác định ảnh của một số hình phẳng cơ bản.

b) Nội dung:

- Vận dụng tính chất của phép chiếu song song để xác định ảnh của một số hình phẳng cơ bản.
- Giải **Luyện tập 2** và **Ví dụ 3** SGK trang 98.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án Luyện tập 2:** Ta có $A'B'C'D'$ là hình chiếu song song của $ABCD$ trên mặt phẳng (P) theo phương d (Hình 4.80).

Vì $AB \parallel CD$ nên hình chiếu của hai đường thẳng này song song với nhau, tức là $A'B' \parallel C'D'$. Tứ giác $A'B'C'D'$ có $A'B' \parallel C'D'$ nên nó là hình thang.

- **Hướng dẫn Ví dụ 3:** Thực hiện như SGK trang 98.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **Luyện tập 2** SGK trang 98.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 3** SGK trang 98.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu **Luyện tập 2** SGK trang 98.
- HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 3** SGK trang 98.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vớ.

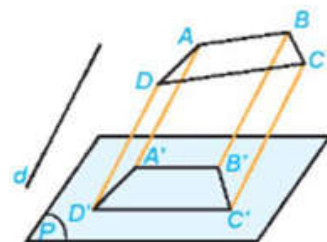
Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV lưu ý HS: Tính chất của phép chiếu song song.

Hoạt động 3: Hình biểu diễn của một hình không gian (15 phút)

a) Mục tiêu:

- HS quan sát và thừa nhận các tính chất về hình biểu diễn của các hình phẳng cơ bản.



Hình 4.80

- HS sử dụng được các tính chất của hình biểu diễn của hình phẳng để vẽ hình biểu diễn của một số hình trong không gian.
- HS quan sát và nhận biết được cách sử dụng phép chiếu song song để vẽ dạng 3D của một số chữ cái đơn giản.

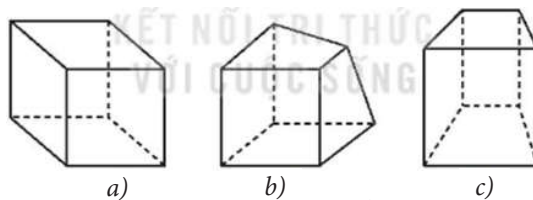
b) Nội dung:

- Hình biểu diễn của của một hình không gian.
- Các tính chất thừa nhận về hình biểu diễn của các hình phẳng cơ bản.
- Vẽ hình biểu diễn của một số hình trong không gian.
- Giải **Ví dụ 4**, **Luyện tập 4** và **Vận dụng 2** SGK trang 99.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án HD3:** Trong các hình bên, Hình 4.81a thể hiện hình lập phương chính xác nhất.

GV kết luận: Từ trước đến nay chúng ta luôn biểu diễn các hình không gian trên mặt phẳng (mặt bảng, mặt giấy, ...) và các hình biểu diễn này không hề được vẽ một cách tùy ý mà chúng cần tuân theo một nguyên tắc nhất định nhằm đảm bảo đúng một số kích thước (hoặc tỉ lệ) và một số đặc trưng hình học của các hình được biểu diễn.



Hình 4.81

Khung kiến thức: **Hình biểu diễn** của một hình trong không gian là hình chiếu song song của hình đó trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

- **Đáp án 1:** Quan sát hình ảnh khung cửa sổ trong Hình 4.81a, ta thấy:

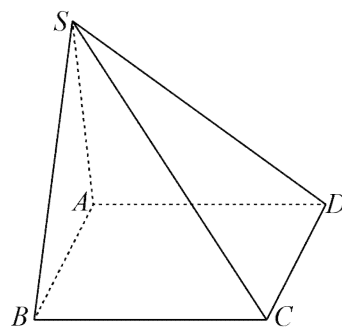
- + Hình biểu diễn của hình tam giác là hình tam giác;
- + Hình biểu diễn của hình vuông là hình bình hành;
- + Hình biểu diễn của hình tròn là hình elip.

Tính chất:

- Hình biểu diễn của một tam giác (cân, đều, vuông) là một tam giác;
- Hình biểu diễn của hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành là hình bình hành;
- Hình biểu diễn của hình thang $ABCD$ với $AB \parallel CD$ là một hình thang $A'B'C'D'$ với $A'B' \parallel C'D'$

$$\text{thoả mãn } \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'};$$

- Hình biểu diễn của hình tròn là hình elip.
- **Hướng dẫn Ví dụ 4:** Thực hiện như SGK trang 99.
- **Đáp án Luyện tập 4:** Hình chóp $S.ABCD$ có các mặt bên là các hình tam giác nên hình biểu diễn của nó cũng có các mặt bên là hình tam giác, đáy $ABCD$ là hình bình hành nên hình biểu diễn của đáy $ABCD$ cũng là một hình bình hành. Từ đó, ta vẽ được hình biểu diễn của hình chóp $S.ABCD$ như Hình 4.82.

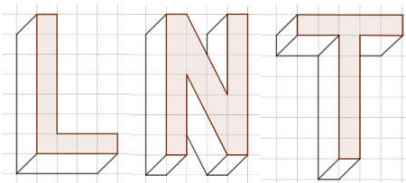


Hình 4.82

- **Đáp án Vận dụng 2:** Theo cách tạo chữ nổi chữ E (SGK, trang 99), ta có thể nhận được dạng 3D của một chữ cái bằng cách nối mỗi điểm trên chữ cái đó (ở dạng phẳng) với mỗi điểm tương ứng trên hình chiếu của chữ cái đó.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ



Hình 4.83

- Yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD3** trang 98, **Luyện tập 4, Vận dụng 2** trang 99, SGK.
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân thực hiện **❓ 1**: Quan sát hình ảnh khung cửa sổ trong Hình 4.77a) và cho biết hình biểu diễn của hình tam giác, hình vuông, hình tròn là hình gì?
- Yêu cầu HS HĐ cá nhân làm **Ví dụ 4** SGK trang 99.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành **HD3, Luyện tập 4, Vận dụng 2**.
- HS HĐ cá nhân thực hiện **❓ 2** và **Ví dụ 4** SGK trang 99.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vờ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

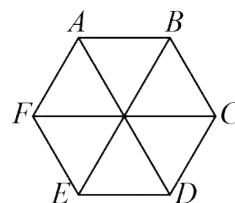
Hoạt động 4: Bài tập về hình biểu diễn của một hình trong không gian (15 phút)

a) Mục tiêu: Nhằm kiểm tra kiến thức về hình biểu diễn của một hình không gian; HS vẽ được hình biểu diễn của một số hình khối đơn giản.

b) Nội dung: Bài tập 4.32; 4.33 SGK trang 100.

c) Sản phẩm:

- **Đáp án Bài tập 4.32:** Hình lục giác đều (Hình 4.84) có đường chéo chính song song với hai cạnh không có đỉnh chung với đường chéo đó. Vì vậy nếu $ABCDEF$ là hình biểu diễn của một lục giác đều thì $AD \parallel BC \parallel EF$. Tuy nhiên, hình vẽ trong bài không thể hiện điều này nên hình đó không là hình biểu diễn của một hình lục giác đều.

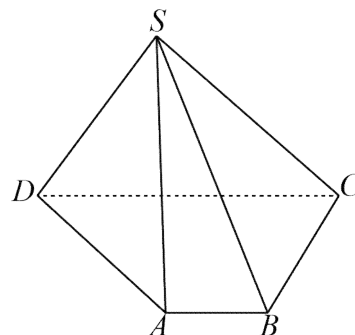


Hình 4.84

- **Đáp án Bài tập 4.33:** Vì hình chóp $S.ABCD$ có $AB \parallel CD$ và $AB = 2 \text{ cm}$, $CD = 6 \text{ cm}$ nên hình biểu diễn của hình chóp cũng có

đáy $AB \parallel CD$ và $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Do đó, ta vẽ hình thang $ABCD$ có

$AB \parallel CD$ và $AB = \frac{1}{3}CD$, vẽ điểm S và nối SA, SB, SC, SD .



Hình 4.85

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS HĐ cá nhân hoàn thành **Bài tập 4.32; 4.33** SGK trang 100.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, HĐ cá nhân hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS và chốt kiến thức để giải **Bài tập 4.32; 4.33** SGK trang 100.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về: Định nghĩa phép chiếu song song; Tính chất của phép chiếu song song; Hình biểu diễn của một hình không gian.
- Làm các bài tập Chương IV (gồm phần trắc nghiệm và tự luận SGK trang 102, 103).

CHƯƠNG V. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 11 bộ “Kết nối tri thức với cuộc sống”)

BÀI 15. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết khái niệm giới hạn của dãy số; khái niệm giới hạn vô cực.
- Giải thích một số giới hạn cơ bản.
- Vận dụng các phép toán giới hạn để tìm giới hạn của một số dãy số đơn giản.
- Tính tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn và vận dụng được kết quả đó để giải quyết một số tình huống giả định hoặc liên quan đến thực tiễn.

2. Năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học thông qua việc giải thích giới hạn dãy số.
- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học.
- Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề thông qua việc vận dụng giới hạn dãy số mô tả/giải thích các quá trình gắn với thực tiễn.

3. Phẩm chất

Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Giáo viên:** Kế hoạch bài dạy, đồ dùng dạy học, bảng phụ, bút lông, máy tính, Projector/Tivi, máy chiếu Overhead (nếu có).

2. **Học sinh:** SGK, tìm hiểu trước bài học, đồ dùng học tập, giấy bìa kiếng trong, ...

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

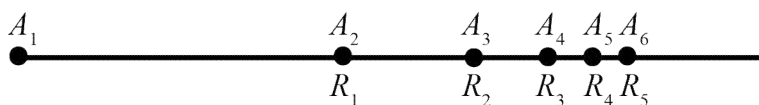
TIẾT 1. GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA DÃY SỐ. ĐỊNH LÝ VỀ GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có hứng thú và gợi động cơ với nội dung bài học.

b) **Nội dung:** Tìm hiểu nghịch lý Zeno, trang 104, SGK.

c) **Sản phẩm:** Mô tả lập luận của Zeno qua hình vẽ:



Hình 5.1

Trước tiên Achilles phải đến được vị trí $A_2 = R_1$ và trong khoảng thời gian này, rùa đã di chuyển đến vị trí R_2 . Sau đó, Achilles phải đến được vị trí $A_3 = R_2$, lúc này rùa đã di chuyển đến vị trí R_3 , ... Cứ như vậy, Achilles không bao giờ đuổi kịp rùa.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm.
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu nghịch lý Zeno, trang 104, SGK, mô tả lập luận của Zeno qua hình vẽ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV đặt vấn đề: Trong số các nghịch lý của Zeno, nghịch lý Achilles đuổi rùa được coi đã thúc đẩy sự hình thành khái niệm giới hạn, một công cụ thiết yếu của toán học, được sử dụng để nghiên cứu các quá trình liên quan đến sự vô hạn, đó chính là nội dung bài học mới.

Hoạt động 2: Nhận biết dãy số có giới hạn là 0 (5 phút)

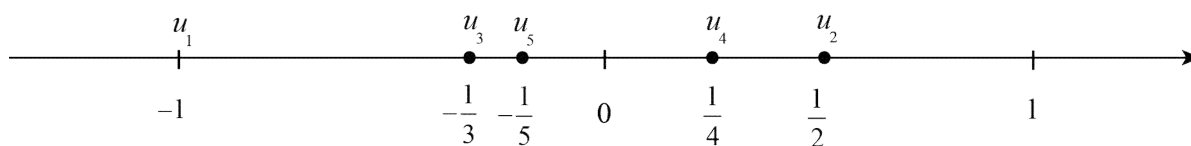
a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm giới hạn của dãy số, bắt đầu với giới hạn là 0.

b) **Nội dung:** HĐ1, trang 105, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- Ta có $u_1 = \frac{(-1)^1}{1} = -1$; $u_2 = \frac{(-1)^2}{2} = \frac{1}{2}$; $u_3 = \frac{(-1)^3}{3} = -\frac{1}{3}$; $u_4 = \frac{(-1)^4}{4} = \frac{1}{4}$; $u_5 = \frac{(-1)^5}{5} = -\frac{1}{5}$.

Biểu diễn trên trục số:



- Khoảng cách từ u_n đến 0 là $|u_n| = \left| \frac{(-1)^n}{n} \right| = \frac{1^n}{n} = \frac{1}{n}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Ta có: $\frac{1}{n} < 0,01 \Leftrightarrow \frac{1}{n} < \frac{1}{100} \Leftrightarrow n > 100$.

Vậy bắt đầu từ số hạng thứ 101 của dãy thì khoảng cách từ u_n đến 0 nhỏ hơn 0,01.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS thực hiện các yêu cầu trong HĐ1, trang 105, SGK.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu và hoàn thành nội dung trên giấy nháp.
- GV quan sát, giúp đỡ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Từ kết quả HĐ1, ta thấy: $|u_n| = \frac{1}{n} < 0,01$ khi $n > 100$. Ta có thể nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới dương vô cực. Từ đó, dẫn đến khái niệm dãy số có giới hạn là 0:

Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ hay $u_n \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Hoạt động 3: Củng cố khái niệm dãy số có giới hạn là 0 (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành chứng minh dãy số có giới hạn là 0.

b) **Nội dung:** Ví dụ 1, trang 105, SGK.

c) **Sản phẩm:** Dãy số này có giới hạn là 0, bởi vì $|u_n| = \frac{1}{n^2}$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý khi n đủ lớn. Chẳng hạn, để $|u_n| < 0,0001$ tức $\frac{1}{n^2} < 10^{-4}$ ta cần $n^2 > 10000 \Leftrightarrow n > 100$. Như vậy, các số hạng của dãy kể từ số hạng thứ 101 đều có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 0,0001.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS thực hiện **Ví dụ 1** trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Để chứng minh dãy số (u_n) có giới hạn là 0, ta chứng minh $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý khi n đủ lớn.

- GV lưu ý HS:
 - $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0, \forall k \in \mathbb{N}^*$;
 - $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$, với $|q| < 1$;
 - Nếu $|u_n| \leq v_n, \forall n \geq 1$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

Hoạt động 4: Nhận biết dãy số có giới hạn hữu hạn (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của dãy số.

b) **Nội dung:** HĐ2, trang 105, SGK.

c) **Sản phẩm:** • $v_n = u_n - 1 = \frac{n + (-1)^n}{n} - 1 = \frac{(-1)^n}{n}$; • $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - 1) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **HĐ2**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá HĐ của HS, nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Từ kết quả của **HĐ2**, ta có: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - 1) = 0$. Ta có thể nói dãy số (u_n) có giới hạn là 1 khi n

dần tới dương vô cực. GV đưa ra khái niệm giới hạn hữu hạn của dãy số:

Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số thực a khi n dần tới dương vô cực nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ hay $u_n \rightarrow a$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Hoạt động 5: Củng cố khái niệm giới hạn hữu hạn của dãy số (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành chứng minh dãy số có giới hạn hữu hạn cho trước.

b) **Nội dung:** Ví dụ 2, trang 106, SGK.

c) **Sản phẩm:** Ta có $u_n - 2 = \frac{2n+1}{n} - 2 = \frac{(2n+1) - 2n}{n} = \frac{1}{n} \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow +\infty$. Do vậy $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm.
- *Yêu cầu:* HS thực hiện **Ví dụ 2**, hoàn thành nội dung trên bảng phụ và lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS chú ý lắng nghe và trả lời. Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Từ khái niệm giới hạn hữu hạn của dãy số, để chứng minh dãy số (u_n) có giới hạn là số thực a , ta làm như sau:

+ Tính $u_n - a$;

+ Chứng minh $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.

- GV lưu ý HS:

+ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.

+ $\lim_{n \rightarrow +\infty} c = c$ (với c là hằng số).

Hoạt động 6: Vận dụng (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Mô tả một quá trình thực tế giả định bởi dãy số có giới hạn là 0.

b) **Nội dung:** Vận dụng 1, trang 106, SGK.

c) **Sản phẩm:** Theo giả thiết, với $n \geq 2$, ta có $u_n = \frac{2}{3}u_{n-1}$, $u_1 = \frac{2}{3}.5$. Từ đó, $u_n = 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow +\infty$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm.
- *Yêu cầu:* HS vận dụng kiến thức dãy số có giới hạn là 0, hoàn thành nội dung trên bảng phụ và lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức.

Hoạt động 7: Hình thành quy tắc tính giới hạn (6 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành các quy tắc tính giới hạn của dãy số.

b) **Nội dung:** HĐ3, trang 106, SGK.

c) **Sản phẩm:** Ta có: $u_n + v_n = 2 + \frac{1}{n} + 3 - \frac{2}{n} = 5 - \frac{1}{n} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{1}{n}\right) = 5;$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right) = 2; \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{2}{n}\right) = 3 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2 + 3 = 5.$$

$$\text{Do đó } \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n.$$

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS thực hiện các yêu cầu trong HĐ3 và hoàn thành nội dung trên giấy nháp.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung, từ đó dẫn dắt HS đi tới các quy tắc tính giới hạn của dãy số:

a) Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = a + b$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = a - b$;

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = a \cdot b; \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b} \text{ (nếu } b \neq 0 \text{)}.$$

b) Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ thì $a \geq 0$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.

- GV lưu ý HS: Bốn quy tắc đầu có thể gọi lần lượt là quy tắc tổng, hiệu, tích và thương, ta áp dụng trực tiếp được bốn quy tắc trên để giải toán, nếu biết hai dãy số (u_n) và (v_n) có giới hạn hữu hạn khi n dần tới dương vô cực.

Hoạt động 8: Củng cố các quy tắc tính giới hạn của dãy số (4 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành áp dụng các quy tắc tính giới hạn của dãy số.

b) **Nội dung:** Ví dụ 3, trang 106, SGK.

c) **Sản phẩm:** Áp dụng các quy tắc tính giới hạn, ta được:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{2 - \frac{1}{n^2}} = \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)}{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{1}{n^2}\right)} = \frac{1}{2}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS thực hiện **Ví dụ 3**, trang 106, SGK trên giấy nháp và sau đó trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Để tính giới hạn của dãy số nhờ vào các quy tắc tính giới hạn liên quan đến giới hạn hữu hạn của dãy số, ta biến đổi biểu thức biểu diễn dãy số về dạng có thể áp dụng được các quy tắc tính giới hạn liên quan đến giới hạn hữu hạn của dãy số.
 - Nếu biểu thức có dạng phân thức, ta thường chia cả tử thức và mẫu thức cho lũy thừa cao nhất của n (hoặc q^n , với q là số lớn nhất có lũy thừa n).
 - Nếu biểu thức có chứa biến n dưới dấu căn, ta thường nhân và chia cho biểu thức liên hợp để đưa về dạng phân thức.
 - Sau đó áp dụng các quy tắc tính giới hạn.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Nắm vững các kiến thức đã học: giới hạn hữu hạn của dãy số; định lý về giới hạn hữu hạn của dãy số.
- Làm **Bài tập 5.1, 5.2, 5.5**, trang 109, SGK vào vở bài tập.
- *Hướng dẫn Bài tập 5.5:* Gọi u_n là lượng thuốc trong cơ thể bệnh nhân sau n ngày dùng thuốc.

Ta có $u_1 = 150$ (mg). Từ đó, ta có: $u_2 = u_1 \cdot \frac{1}{20} + 150 = 150 \cdot \frac{21}{20}$, $u_3 = u_2 \cdot \frac{1}{20} + 150 = 150 \cdot \frac{421}{400}$,
 $u_4 = u_3 \cdot \frac{1}{20} + 150 = 150 \cdot \frac{8421}{8000}$, $u_5 = u_4 \cdot \frac{1}{20} + 150 = 150 \cdot \frac{168421}{160000}$.

Tổng quát, ta có $u_n = u_{n-1} \cdot \frac{1}{20} + 150$. Nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài, lượng thuốc trong cơ thể được ước lượng bởi $a = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Khi đó, ta có $a = \frac{a}{20} + 150$, hay $a = 150 \cdot \frac{20}{19} \approx 158$ (mg).

- Tìm hiểu trước: Mục 3, Mục 4, trang 107, 108, SGK.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - 2) = 0$. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. 0.

Câu 2. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ thoả mãn $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2$. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n)$ bằng

- A. 6. B. 8. C. -2. D. 2.

Câu 3. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ thoả mãn $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n)$ bằng

- A. 1. B. 5. C. 6. D. -1.

Câu 4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3n}$ bằng

- A. $-\frac{1}{3}$. B. 2. C. 0. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 - n} - n)$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. -1. D. $-\frac{1}{2}$.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. A

Câu 2. A

Câu 3. C

Câu 4. B

Câu 5. D

TIẾT 2. TỔNG CỦA CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠN. GIỚI HẠN VÔ CỰC CỦA DÃY SỐ

Hoạt động 1: Làm quen với việc tính tổng vô hạn (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn.

b) **Nội dung:** HD4, trang 107, SGK.

c) **Sản phẩm:** • $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$, với $|q| < 1$.

$$\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{u_1}{1 - q} - \left(\frac{u_1}{1 - q} \right) q^n \right] = \frac{u_1}{1 - q}.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).

- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu HD4, hoàn thành nội dung trên giấy nháp và lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.

- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

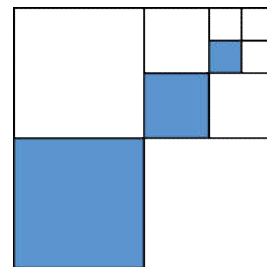
GV gọi HS trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung và dẫn dắt HS đi đến kiến thức mới:

Giới hạn này được gọi là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) và kí hiệu là: $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$

Như vậy: $S = \frac{u_1}{1 - q} \quad (|q| < 1).$



Hình 5.2

Hoạt động 2: Củng cố tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (7 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn, cách chuyển số thập phân vô hạn tuần hoàn thành phân số.

b) Nội dung: Ví dụ 4, Ví dụ 5, trang 107, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 4. Dễ thấy đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 1$ và $q = -\frac{1}{2}$.

$$\text{Do đó: } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}.$$

Ví dụ 5. Ta có $2,222... = 2 + 0,2 + 0,02 + 0,002 + ... = 2 + 2 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3} + ...$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 2$, $q = 10^{-1}$ nên $2,222... = \frac{u_1}{1-q} = \frac{2}{1-\frac{1}{10}} = \frac{20}{9}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1, 3: Thực hiện **Ví dụ 4**. + Nhóm 2, 4: Thực hiện **Ví dụ 5**.
- *Yêu cầu:* HS thực hiện ví dụ được giao, hoàn thành nội dung trên bảng phụ và lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ.
- GV quan sát, hướng dẫn, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Để tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn, ta thực hiện các bước:
 - + Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đã cho.
 - + Áp dụng công thức: $S = \frac{u_1}{1-q}$ ($|q| < 1$).

Hoạt động 3: Nhận biết giới hạn vô cực (8 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết khái niệm giới hạn vô cực của dãy số.

b) Nội dung: HD5, trang 108, SGK.

c) Sản phẩm:

- Gọi u_n là số lượng vi khuẩn sau chu kì thứ n . Ta có số lượng vi khuẩn được nuôi cấy ban đầu là $u_1 = 50$. Sau mỗi chu kì 4 giờ, số lượng của chúng tăng gấp đôi nên ta có:

$$u_2 = 2.50; \quad u_3 = 2.2.50 = 2^2.50; \quad \dots \quad u_n = 2^{n-1}.50, n > 1.$$

- Số lượng vi khuẩn sẽ vượt con số 10000 khi n thỏa mãn

$$2^{n-1}.50 > 10000 \Leftrightarrow 2^{n-1} > 200 \Leftrightarrow 2^n > 400.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu HD5, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Từ kết quả của **HĐ5**, ta có: $u_n > 10000$ khi n thỏa mãn $2^n > 400$. Ta có thể nói dãy số (u_n) được gọi là có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$. Từ đó, dẫn đến khái niệm giới hạn vô cực của dãy số:

- Dãy số (u_n) được gọi là có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ hay $u_n \rightarrow +\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.
- Dãy số (u_n) được gọi là có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = +\infty$, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ hay $u_n \rightarrow -\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

- GV: Từ định nghĩa trên, ta có:

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty, \forall k \in \mathbb{N}^*$; • $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$, với $q > 1$.

- GV lưu ý HS một số quy tắc của giới hạn vô cực:

- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$ (hoặc $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$) thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$.
- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.
- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a > 0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty$.

Hoạt động 4: Củng cố quy tắc giới hạn vô cực của dãy số (7 phút)

a) Mục tiêu: Thực hành tính giới hạn vô cực của dãy số.

b) Nội dung: Ví dụ 6, trang 109, SGK.

c) Sản phẩm: Ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 2n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[n^2 \left(1 - \frac{2}{n} \right) \right] = +\infty$ (do $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n} \right) = 1 > 0$).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- Yêu cầu: HS thực hiện Ví dụ 6, trang 109, SGK trên giấy nháp.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Củng cố: Để tính giới hạn dãy số nhờ vào quy tắc tính giới hạn vô cực của dãy số, ta thực hiện các bước:
 - + Đặt lũy thừa cao nhất của n làm thừa số chung;
 - + Áp dụng các quy tắc của giới hạn vô cực.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (7 phút)

- Nắm vững các kiến thức đã học: Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn; Giới hạn vô cực của dãy số; Một số quy tắc của giới hạn vô cực.
- Làm Bài tập 5.3, 5.4, 5.6, trang 109, SGK vào vở bài tập.

Hướng dẫn Bài tập 5.6: Ta có: $AA_1 = h.\sin \alpha$, $A_1A_2 = AA_1.\sin \alpha = h.\sin^2 \alpha$, ...

Với $n \geq 2$, ta có $A_{n-1}A_n = h.\sin^n \alpha$. Vậy độ dài đường gấp khúc là

$$L = h.\sin \alpha + h.\sin^2 \alpha + \dots + h.\sin^n \alpha + \dots = h.\frac{\sin \alpha}{1 - \sin \alpha}.$$

- Đọc thêm phần “Em có biết”.

- Tìm hiểu trước: Bài 16 “Giới hạn của hàm số”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a > 0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty$.

B. Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a \neq 0$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \pm\infty$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$.

C. Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.

D. Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a < 0$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$, $v_n > 0, \forall n$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = -\infty$.

Câu 2. Cho cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 1$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Câu 3. Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 2,13131313\dots$ dưới dạng phân số.

A. $P = \frac{212}{99}$.

B. $P = \frac{213}{100}$.

C. $P = \frac{211}{100}$.

D. $P = \frac{211}{99}$.

Câu 4. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n - 3n^3}{4n^2 + 2n + 1}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{3}{4}$.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Câu 5. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n - \sqrt{n})$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. C

Câu 2. A

Câu 3. D

Câu 4. D

Câu 5. C

BÀI 16. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm; khái niệm giới hạn một phía.
- Nhận biết khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực; khái niệm giới hạn vô cực.
- Tính một số dạng giới hạn của hàm số.

- Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với giới hạn của hàm số.

2. Năng lực

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học thông qua việc tính giới hạn của hàm số qua giới hạn của dãy số.
- Rèn luyện năng lực mô hình hoá toán học thông qua việc viết công thức hàm số mô tả mối liên quan giữa các đại lượng hình học.

3. Phẩm chất

Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. Giáo viên:** Kế hoạch bài dạy, đồ dùng dạy học, bảng phụ, bút lông, máy tính, Projector/Tivi, máy chiếu Overhead (nếu có).
- 2. Học sinh:** SGK, tìm hiểu trước bài học, đồ dùng học tập, giấy bìa kiếng và bút viết.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

- Mục tiêu:** Giúp HS có hứng thú và gợi động cơ với nội dung bài học.
- Nội dung:** Bài toán ở tình huống mở đầu.
- Sản phẩm:** HS thấy được khi vận tốc của vật tăng thì khối lượng của nó cũng tăng.
- Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- GV mô tả vắn tắt công thức tính khối lượng trong trường hợp vật chuyển động.
- GV đặt câu hỏi: Khi vận tốc của vật tăng thì khối lượng của nó sẽ như thế nào?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chú ý lắng nghe, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS và bổ sung.
- GV: Để giải quyết được bài toán ở tình huống mở đầu, chúng ta cần có kiến thức cơ bản về giới hạn của hàm số. Từ đó dẫn đến bài học mới.

Hoạt động 2: Nhận biết khái niệm giới hạn tại một điểm (6 phút)

- Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm giới hạn hàm số tại một điểm thông qua giới hạn dãy số đã biết.
- Nội dung:** HĐ1, trang 111, SGK.
- Sản phẩm:** Biểu thức $f(x) = \frac{4-x^2}{x-2}$ có nghĩa khi $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Ta có:

$$f(x_n) = \frac{4 - x_n^2}{x_n - 2} = \frac{4 - \left(\frac{2n+1}{n}\right)^2}{\frac{2n+1}{n} - 2} = \frac{4 - \frac{(2n+1)^2}{n^2}}{\frac{2n+1 - 2n}{n}} = \frac{\frac{4n^2 - (4n^2 + 4n + 1)}{n^2}}{\frac{-4n - 1}{n}} = \frac{-4n - 1}{\frac{-4n - 1}{n^2}} = \frac{-4n - 1}{n^2} \cdot n = -\frac{4n + 1}{n}.$$

$$\text{Do đó } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-4n - 1}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-4 - \frac{1}{n}\right) = -4.$$

$$\text{Với } (x_n) \text{ bất kì sao cho } x_n \neq 2 \text{ và } x_n \rightarrow 2, \text{ ta có: } f(x_n) = \frac{4 - x_n^2}{x_n - 2} = -\frac{(x_n - 2)(x_n + 2)}{x_n - 2} = -x_n - 2;$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-x_n - 2) = -4.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm:
 - + Nhóm 1: Câu a).
 - + Nhóm 2: Câu b).
 - + Nhóm 3 và 4: Câu c).
- **Yêu cầu:** HS thực hiện **HD1**, hoàn thành nội dung vào bảng phụ và lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Từ kết quả của **HD1**, ta có: Với dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 2$ và $x_n \rightarrow 2$, ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = -4$. Ta có thể nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là -4 khi x dần tới 2 . Từ đó ta có khái niệm giới hạn tại một điểm:

Giả sử $(a; b)$ là một khoảng chứa điểm x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$, có thể trừ điểm x_0 . Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi x dần tới x_0 nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in (a; b)$, $x_n \neq x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow x_0$.

Hoạt động 3: Củng cố định nghĩa giới hạn tại một điểm (5 phút)

a) Mục tiêu: Tính giới hạn hàm số cụ thể bằng cách sử dụng định nghĩa.

b) Nội dung: Ví dụ 1, trang 111, SGK.

c) Sản phẩm: Lấy dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 1$ và $x_n \rightarrow 1$, ta có:

$$f(x_n) = \frac{x_n - 1}{x_n^2 - 1} = \frac{x_n - 1}{(x_n - 1)(x_n + 1)} = \frac{1}{x_n + 1}; \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{x_n + 1} = \frac{1}{2}.$$

Theo định nghĩa, ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- **Yêu cầu:** HS thực hiện **Ví dụ 1** trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Để tính $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ bằng định nghĩa, ta thực hiện các bước:

+ Lấy dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$.

+ Tính $f(x_n)$.

+ Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$.

Hoạt động 4: Hình thành quy tắc tính giới hạn (6 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành các quy tắc tính giới hạn.

b) **Nội dung:** Kiểm tra lại kiến thức cũ của HS về các quy tắc tính giới hạn của dãy số.

c) **Sản phẩm:** Các quy tắc tính giới hạn của dãy số:

- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$ thì: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = a + b$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = a - b$;
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = a \cdot b$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$ (nếu $b \neq 0$).
 • Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ thì $a \geq 0$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS nhắc lại các quy tắc tính giới hạn của dãy số.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS hỏi tương lại kiến thức cũ về các quy tắc tính giới hạn của dãy số, chọn lọc thông tin và trả lời.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Tương tự đối với dãy số, ta có các quy tắc tính giới hạn của hàm số tại một điểm như sau:
 a) Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ thì:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M;$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, \text{ nếu } M \neq 0.$$

b) Nếu $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$.

- GV lưu ý HS: + $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$ (với c là hằng số); + $\lim_{x \rightarrow x_0} x^n = x_0^n$, với $n \in \mathbb{N}$.
 + Ta có thể áp dụng trực tiếp các quy tắc trên vào giải toán, khi các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có giới hạn hữu hạn.

Hoạt động 5: Củng cố các quy tắc tính giới hạn của hàm số tại một điểm (5 phút)

a) Mục tiêu:

- Thực hành các quy tắc tính giới hạn của hàm số.
- Xét trường hợp không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương hai hàm số khi giới hạn của mẫu số bằng 0.

b) Nội dung: Ví dụ 2, Ví dụ 3, trang 112, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 2. Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = \lim_{x \rightarrow 1} x - \lim_{x \rightarrow 1} 1 = 1 - 1 = 0$. Mặt khác, ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^3 = 1$.

a) Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 1} [3f(x)] - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 \cdot 0 - 1 = -1$.

b) Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^2}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} = \frac{0}{1} = 0$.

Ví dụ 3. Do mẫu thức có giới hạn là 0 khi $x \rightarrow 0$ nên ta không thể áp dụng ngay quy tắc tính giới hạn của thương hai hàm số.

$$\text{Chú ý rằng } \frac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \frac{(\sqrt{x+9})^2-3^2}{x(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{x}{x(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{\sqrt{x+9}+3}.$$

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+9}+3} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} [\sqrt{x+9}+3]} = \frac{1}{6}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1 và 3: **Ví dụ 2.** + Nhóm 2 và 4: **Ví dụ 3.**
- *Yêu cầu:* HS thực hiện ví dụ được giao, hoàn thành nội dung trên bảng phụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ và lần lượt lên trình bày.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Để tính giới hạn của hàm số tại một điểm, ta áp dụng trực tiếp các quy tắc tính giới hạn của hàm số tại một điểm. Đối với trường hợp không thể áp dụng trực tiếp quy tắc tính giới hạn của thương hai hàm số khi giới hạn của mẫu số bằng 0, ta cần biến đổi về dạng có thể áp dụng quy tắc tính giới hạn của thương hai hàm số.

Tính $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{u(x)}{v(x)}$, khi $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} v(x) = 0$:

- Nếu $u(x), v(x)$ là các đa thức thì ta có thể phân tích tử thức và mẫu thức thành tích các nhân tử và rút gọn. Cụ thể, ta biến đổi: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{u(x)}{v(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(x-x_0)A(x)}{(x-x_0)B(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{A(x)}{B(x)}$, sau đó tính $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{A(x)}{B(x)}$.
- Nếu $u(x)$ hoặc $v(x)$ có chứa biến số dưới dấu căn thì ta có thể nhân tử thức và mẫu thức với biểu thức liên hợp, trước khi phân tích chúng thành tích để rút gọn.

Hoạt động 6: Nhận biết khái niệm giới hạn một phía (6 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm giới hạn một bên của hàm số.

b) **Nội dung:** HĐ2, trang 113, SGK.

c) **Sản phẩm:**

• Với $x_n = \frac{n}{n+1}$, ta có $y_n = f(x_n) = \frac{\left| \frac{n}{n+1} - 1 \right|}{\frac{n}{n+1} - 1}$.

Do $n < n+1$ nên $\frac{n}{n+1} < 1$ hay $\frac{n}{n+1} - 1 < 0$ nên $y_n = f(x_n) = \frac{-\left(\frac{n}{n+1} - 1\right)}{\frac{n}{n+1} - 1} = -1$.

• Với $x'_n = \frac{n+1}{n}$, ta có $y'_n = f(x'_n) = \frac{\left| \frac{n+1}{n} - 1 \right|}{\frac{n+1}{n} - 1}$.

Do $n+1 > n$ nên $\frac{n+1}{n} > 1$ hay $\frac{n+1}{n} - 1 > 0$. Do đó $y'_n = f(x'_n) = \frac{\frac{n+1}{n} - 1}{\frac{n+1}{n} - 1} = 1$.

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-1) = -1$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} y'_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1$.

• Ta có $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1} = \begin{cases} \frac{x-1}{x-1} & \text{khi } x-1 > 0 \\ \frac{-(x-1)}{x-1} & \text{khi } x-1 < 0. \end{cases} = \begin{cases} 1 & \text{khi } x > 1 \\ -1 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$

Theo giả thiết, ta có $x_n < 1 < x'_n$ hay $x_n < 1$ và $x'_n > 1$, với mọi n . Do đó $f(x_n) = -1$ và $f(x'_n) = 1$.

Vậy $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-1) = -1$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x'_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS thực hiện HĐ2 trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Từ kết quả của HĐ2, ta thấy:

+ Với dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n < 1$ và $x_n \rightarrow 1$, ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = -1$. Ta có thể nói -1 là giới hạn bên trái của $f(x)$ khi $x \rightarrow 1$.

+ Với dãy số (x'_n) bất kì sao cho $x'_n > 1$ và $x'_n \rightarrow 1$, ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x'_n) = 1$. Ta có thể nói 1 là giới hạn bên phải của $f(x)$ khi $x \rightarrow 1$.

Từ đó suy ra khái niệm giới hạn một phía của hàm số:

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$. Ta nói số L là giới hạn bên phải của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$.
- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0)$. Ta nói số L là giới hạn bên trái của $f(x)$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $a < x_n < x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

Hoạt động 7: Củng cố định nghĩa giới hạn một phía của hàm số (5 phút)

a) Mục tiêu: Thực hành tính giới hạn một bên của hàm số, đồng thời thể hiện mối liên hệ giữa giới hạn một bên của hàm số với giới hạn của hàm số tại một điểm.

b) Nội dung: Ví dụ 4 và Luyện tập 2, trang 113, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 4. Với dãy số (x_n) bất kì sao cho $0 < x_n < 1$ và $x_n \rightarrow 1$, ta có $f(x_n) = x_n^2$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 1$.

Tương tự, với dãy số (x_n) bất kì sao cho $1 \leq x_n < 2$ và $x_n \rightarrow 1$, ta có $f(x_n) = x_n + 1$, cho nên $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 2$.

Luyện tập 2. Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x) = 0$. Từ đó, ta có $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: + Nhóm 1 và 3: **Ví dụ 4.** + Nhóm 2 và 4: **Luyện tập 2.**
- *Yêu cầu:* HS thực hiện nội dung được giao, hoàn thành nội dung trên bảng phụ và lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Để tính $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$) bằng định nghĩa, ta tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$ với (x_n) là dãy số bất kì thuộc khoảng trên đó đang xét giới hạn, $x_0 < x_n$ (hoặc $x_0 > x_n$) với mọi n và $x_n \rightarrow x_0$.
- GV lưu ý HS: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Nắm vững các kiến thức đã học: Khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm; khái niệm giới hạn một phía.

- Làm **Bài tập 5.7, 5.8, 5.9, 5.11**, trang 118, SGK vào vở bài tập.

Hướng dẫn Bài tập 5.11: Tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 5x + 6}{-(x - 2)}$.

- Tìm hiểu trước: Mục 2, trang 114 và Mục 3, trang 115, SGK.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu 1. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$.

Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$ bằng:

- A. 5. B. 6. C. 1. D. -1.

Câu 2. $\lim_{x \rightarrow -2} (3x^2 - 3x - 8)$ bằng

- A. -2. B. 5. C. 9. D. 10.

Câu 3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} \right)$ bằng

- A. -2. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 4. Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt{3x+1}-1)}{x}$ và $J = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x - 2}{x+1}$. Tính $I - J$.

- A. -6. B. 3. C. 4. D. 0.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{x - x^2}{|x|}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ bằng

- A. 0. B. 1. C. $+\infty$. D. -1.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. A **Câu 2.** D **Câu 3.** A **Câu 4.** C **Câu 5.** B

TIẾT 2. GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA HÀM SỐ TẠI VÔ CỰC. GIỚI HẠN VÔ CỰC CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM

Hoạt động 1: Nhận biết khái niệm giới hạn tại vô cực (5 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS hình thành khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực.

b) Nội dung: HD3, trang 114, SGK.

c) Sản phẩm: Với dãy (x_n) bất kì sao cho $x_n > 1$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $f(x_n) = 1 + \frac{2}{x_n - 1}$.

Khi $x_n \rightarrow +\infty$ thì $\frac{2}{x_n - 1} \rightarrow 0$, do đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).

- **Yêu cầu:** HS thực hiện HD3 trên giấy nháp, sau đó lên bảng trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.

- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Từ kết quả của **HD3**, với dãy (x_n) bất kì sao cho $x_n > 1$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 1$. Ta có thể nói $f(x) \rightarrow 1$ khi $x \rightarrow +\infty$. Từ đó dẫn đến khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực:

• Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; +\infty)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi $x \rightarrow +\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow +\infty$.

• Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; b)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi $x \rightarrow -\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n < b$ và $x_n \rightarrow -\infty$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow -\infty$.

Hoạt động 2: Củng cố định nghĩa giới hạn tại vô cực (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành tính giới hạn của hàm số tại vô cực; vận dụng các quy tắc tính giới hạn tại vô cực.

b) **Nội dung:** Ví dụ 5, trang 114 và Ví dụ 6, trang 115, SGK.

c) **Sản phẩm:**

Ví dụ 5. Lấy dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n > 1$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $f(x_n) = 2 + \frac{4}{x_n - 1}$.

Do đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = 2$. Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Tương tự, ta cũng có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$.

Ví dụ 6. Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2}} \right) = -\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} = -\sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} = -\sqrt{1 + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2}} = -1$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm:
- + Nhóm 1 và nhóm 3: Thực hiện Ví dụ 5.
- + Nhóm 2 và nhóm 4: Nghiên cứu các quy tắc tính giới hạn hữu hạn tại vô cực, trang 114, SGK và thực hiện Ví dụ 6.
- *Yêu cầu:* HS thực hiện nội dung được giao trên bảng phụ, sau đó lần lượt trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, chọn lọc thông tin, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:*

- Để tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$) bằng định nghĩa, ta tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$, với (x_n) là dãy số bất kỳ sao cho $x_n > x_0$ (hoặc $x_n < x_0$) và $x_n \rightarrow +\infty$ (hoặc $x_n \rightarrow -\infty$), trong đó x_0 thuộc khoảng trên đó đang xét giới hạn.
- Để tính giới hạn của hàm số tại vô cực, ta có thể áp dụng trực tiếp các quy tắc tính giới hạn của hàm số tại vô cực.

Đối với trường hợp không thể áp dụng trực tiếp quy tắc tính giới hạn của hàm số tại vô cực, ta cần biến đổi về dạng có thể áp dụng quy tắc tính giới hạn của hàm số tại vô cực:

- + Tính $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{u(x)}{v(x)}$, khi $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} u(x) = \pm\infty$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} v(x) = \pm\infty$: Chia cả tử số và mẫu số cho lũy thừa cao nhất của x .
- + Tính $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [u(x) - v(x)]$, khi $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} u(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} v(x) = +\infty$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} u(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} v(x) = -\infty$): Nhân và chia với biểu thức liên hợp (nếu có biểu thức chứa biến dưới dấu căn thức) hoặc quy đồng mẫu số để đưa về cùng một phân thức (nếu chứa nhiều phân thức).

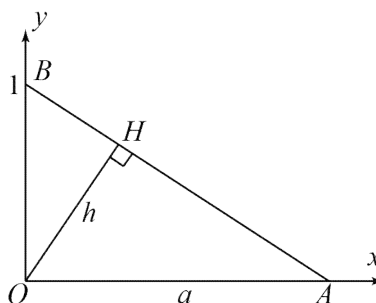
Hoạt động 3: Vận dụng (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng khái niệm giới hạn của hàm số tại một điểm và vô cực để giải một bài toán hình học.

b) **Nội dung:** Vận dụng, trang 115, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- Tính h theo a : Chú ý $OH \cdot AB = OA \cdot OB$ (bằng hai lần diện tích $\triangle ABC$). Do đó $h\sqrt{1+a^2} = a$. Vậy $h = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$.
- Khi A dịch chuyển về O thì $a \rightarrow 0$. Khi đó $h \rightarrow 0$, tức là độ dài OH dần tới 0. Nói cách khác, H cũng dịch chuyển về O .
- Khi A dịch chuyển ra vô cực theo chiều dương của trục Ox thì $a \rightarrow +\infty$. Khi đó $h \rightarrow 1$, tức là H dịch chuyển về B .



Hình 5.3

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **Vận dụng**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó lên trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.
- GV quan sát và hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

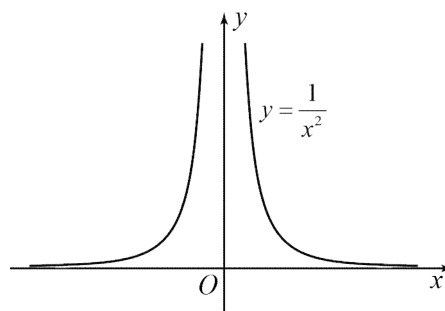
GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 4: Nhận biết khái niệm giới hạn vô cực (4 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm giới hạn vô cực.

b) **Nội dung:** HĐ4, trang 114, SGK.

c) **Sản phẩm:** Ta có $f(x_n) = \frac{1}{x_n^2}$.



Hình 5.4

Khi $n \rightarrow +\infty$ thì $x_n = \frac{1}{n} \rightarrow 0$, do đó $f(x_n) = \frac{1}{x_n^2} \rightarrow +\infty$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu **HD4**, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung, chuẩn kiến thức và minh hoạ kết quả bằng đồ thị.
- GV: Từ kết quả **HD4**, với dãy số $x_n = \frac{1}{n}$, $x_n \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $x_n \rightarrow 0$, ta có $f(x_n) = \frac{1}{x_n^2} \rightarrow +\infty$. Ta có thể nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow 0$. Do đó ta có khái niệm giới hạn vô cực:

Giả sử khoảng $(a;b)$ chứa x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a;b) \setminus \{x_0\}$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in (a;b) \setminus \{x_0\}$, $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow +\infty$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$.

Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $-\infty$ khi $x \rightarrow x_0$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} [-f(x)] = +\infty$.

Hoạt động 5: Củng cố khái niệm giới hạn vô cực (4 phút)

a) Mục tiêu: Thực hành tính giới hạn vô cực của hàm số.

b) Nội dung: Ví dụ 7, trang 115, SGK.

c) Sản phẩm: Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{|x-1|}$. Lấy dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq 1$, $x_n \rightarrow 1$. Khi đó,

$|x_n - 1| \rightarrow 0$. Do đó $f(x_n) = \frac{1}{|x_n - 1|} \rightarrow +\infty$. Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|} = +\infty$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- Yêu cầu HS:
 - + Nhắc lại quy tắc tính giới hạn vô cực của dãy số.
 - + Thực hiện **Ví dụ 7** trên giấy nháp và lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS chú ý lắng nghe, chọn lọc thông tin và trả lời.
- HS thực hiện **Ví dụ 7** theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp và lên trình bày.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Giả sử khoảng $(a;b)$ chứa x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a;b) \setminus \{x_0\}$. Để tính

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ bằng định nghĩa, ta thực hiện các bước:

- + Lấy dãy số (x_n) bất kì sao cho $x_n \neq x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$.
- + Tính $f(x_n)$.
- + Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$.

- GV lưu ý HS các khái niệm giới hạn một bên tương ứng.

Hoạt động 6: Nhận biết khái niệm giới hạn vô cực một bên (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm giới hạn vô cực một phía.

b) **Nội dung:** HD5 trang 116, SGK.

c) **Sản phẩm:** Ta có:
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{x_n - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{n}\right) - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty;$$
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x'_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{x'_n - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{n}\right) - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-n) = -\infty.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS thực hiện HD5, trang 116, SGK trên giấy nháp và lên bảng trình bày.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện HD5 theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp. GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
 - GV: Từ kết quả HD5, ta có:
 - + Với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > 1$, $x_n \rightarrow 1$ (do $n \rightarrow +\infty$), ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = +\infty$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow 1$ về bên phải.
 - + Với dãy số (x'_n) bất kì, $x'_n < 1$, $x'_n \rightarrow 1$ (do $n \rightarrow +\infty$), ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x'_n) = -\infty$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $-\infty$ khi $x \rightarrow 1$ về bên trái.
- Từ đó đưa đến khái niệm giới hạn vô cực một bên:

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ về bên phải nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $x_0 < x_n < b$, $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow +\infty$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$.
- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0$ về bên trái nếu với dãy số (x_n) bất kì thoả mãn $a < x_n < x_0$, $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow +\infty$, kí hiệu $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$.
- Các giới hạn một bên $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ được định nghĩa tương tự.

Hoạt động 7: Củng cố khái niệm giới hạn vô cực một phía (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Giải bài toán ở tình huống mở đầu gắn với giới hạn vô cực một bên của hàm số.

b) Nội dung: Ví dụ 8, trang 116, SGK.

c) Sản phẩm: Từ công thức tính khối lượng $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, ta thấy m là một hàm số của v , với tập xác

định là nửa khoảng $[0; c)$. Rõ ràng khi v tiến gần tới vận tốc ánh sáng, tức là $v \rightarrow c^-$, ta có

$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow 0$. Do đó $\lim_{v \rightarrow c^-} m(v) = +\infty$, nghĩa là khối lượng m của vật trở nên vô cùng lớn khi vận tốc của vật gần với vận tốc ánh sáng.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp làm 4 nhóm.
- *Yêu cầu:* HS thực hiện **Ví dụ 8**, trang 116, SGK trên bảng phụ, sau đó lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 8: Quy tắc tích và quy tắc thương cho giới hạn vô cực (5 phút)

a) Mục tiêu: Hình thành quy tắc tích và quy tắc thương cho giới hạn vô cực.

b) Nội dung: Quy tắc tích và quy tắc thương cho giới hạn vô cực, trang 117, SGK.

c) Sản phẩm:

- *Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x).g(x)$:* Giả sử $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ (hoặc $-\infty$).

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

- *Quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$:*

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
L	$+\infty$	Tùy ý	0
$L > 0$	0	$+$	$+\infty$
		$-$	$-\infty$
$L < 0$	0	$+$	$-\infty$
		$-$	$+\infty$

Các quy tắc trên vẫn đúng cho các trường hợp $x \rightarrow x_0^+$, $x \rightarrow x_0^-$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu quy tắc tích và quy tắc thương cho giới hạn vô cực, chọn lọc thông tin và trả lời.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chú ý lắng nghe, chọn lọc thông tin, rồi trả lời.
- GV quan sát, hỗ trợ HS thực hiện.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 9: Củng cố quy tắc tính giới hạn vô cực (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành quy tắc tích và quy tắc thương cho giới hạn vô cực, giới hạn vô cực một bên của hàm số.

b) **Nội dung:** Ví dụ 9 và Ví dụ 10, trang 117, SGK.

c) **Sản phẩm:**

Ví dụ 9. Ta sử dụng quy tắc tìm giới hạn của thương. Rõ ràng, giới hạn của tử số $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1) = 1$. Ngoài

ra, mẫu số nhận giá trị dương với mọi $x \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$. Do vậy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{x^2} = +\infty$.

Ví dụ 10. Viết $\frac{1}{x(1-x)} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{1-x}$, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x} = 1 > 0$. Hơn nữa $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1-x} = -\infty$ do $1-x < 0$ khi $x > 1$.

Áp dụng quy tắc tìm giới hạn của tích, ta được $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x(1-x)} = -\infty$. Tương tự, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x(1-x)} = +\infty$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp làm 4 nhóm: + Nhóm 1 và 3: **Ví dụ 9**; + Nhóm 2 và 4: **Ví dụ 10**.
- *Yêu cầu:* HS thực hiện ví dụ được giao, hoàn thành nội dung trên bảng phụ và lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Để tính giới hạn của tích và thương hai hàm số khi một trong hai hàm số có giới hạn vô cực, ta áp dụng hai quy tắc tính giới hạn vô cực.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Nắm vững các kiến thức đã học: khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực; khái niệm giới hạn vô cực; khái niệm giới hạn vô cực một bên; quy tắc tính giới hạn vô cực.
- Làm **Bài tập 5.10, 5.12, 5.13**, trang 118, SGK vào vở bài tập.
- Tìm hiểu trước bài 17: “Hàm số liên tục”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ (5 phút)

Câu 1. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$.

Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x).g(x)]$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. -2 . D. 2 .

Câu 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{|x|}$ bằng

- A. 2 . B. $-\infty$. C. -2 . D. $+\infty$.

Câu 3. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. 1 . D. $-\infty$.

Câu 4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} + x)$ bằng

- A. 0 . B. $-\frac{1}{2}$. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 5. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) = 0$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. -4 . B. 4 . C. 7 . D. -7 .

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. A Câu 2. D Câu 3. A Câu 4. B Câu 5. D

BÀI 17. HÀM SỐ LIÊN TỤC

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận dạng hàm số liên tục tại một điểm, hoặc trên một khoảng, trên một đoạn.
- Nhận biết tính liên tục của một số hàm sơ cấp cơ bản trên tập xác định của chúng.
- Nhận dạng tính liên tục của tổng, hiệu, tích, thương của hai hàm số liên tục.

2. Năng lực

Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học và năng lực mô hình hoá toán học thông qua các bài toán thực tiễn liên quan đến hàm số liên tục.

3. Phẩm chất

Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Kế hoạch bài dạy, đồ dùng dạy học, bảng phụ, bút lông, máy tính, Projector/Tivi, máy chiếu Overhead (nếu có).

2. Học sinh: SGK, tìm hiểu trước bài học, đồ dùng học tập, giấy bìa kiếng và bút viết.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. HÀM SỐ LIÊN TỤC TẠI MỘT ĐIỂM. HÀM SỐ LIÊN TỤC TRÊN MỘT KHOẢNG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (3 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có hứng thú, gọi động cơ với nội dung bài học.

b) **Nội dung:** Bài toán ở tình huống mở đầu trang 119, SGK.

c) **Sản phẩm:** HS hiểu được:

- Đây là bài toán về vận tốc trung bình; Vận tốc trung bình trên cả hành trình là $v_a = 60$ km/h.
- Cần chứng tỏ rằng, có ít nhất một thời điểm xe chạy với vận tốc là v_a .

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu tình huống mở đầu, tìm hiểu xem bài toán đề cập đến vận tốc gì? Vận tốc trung bình trên cả hành trình bằng bao nhiêu?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung.
- GV: Để giải quyết được bài toán ở tình huống mở đầu, cần có các kiến thức cơ bản về hàm số liên tục, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới.

Hoạt động 2: Nhận biết tính liên tục của hàm số tại một điểm (6 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm hàm số liên tục tại một điểm thông qua giới hạn của hàm số tại điểm đó.

b) **Nội dung:** HĐ1, trang 119, SGK.

c) **Sản phẩm:** Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, $x_0 = 1 \in \mathbb{R}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$ và $f(1) = 2$. Từ đó $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS thực hiện HĐ1 trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Từ kết quả **HĐ1**, trang 119, SGK, ta có:
 - + Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, $x_0 = 1 \in \mathbb{R}$; $\quad \quad \quad + \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$.

Từ đó, ta có thể nói hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$. Dẫn đến khái niệm hàm số liên tục tại một điểm:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 . Hàm số $f(x)$ gọi là liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$. Hàm số $f(x)$ không liên tục tại điểm x_0 gọi là gián đoạn tại điểm đó.

Hoạt động 3: Củng cố khái niệm hàm số liên tục tại một điểm (6 phút)

a) Mục tiêu: Thực hành xét tính liên tục của hàm số tại một điểm.

b) Nội dung: Ví dụ 1, trang 119, Ví dụ 2, trang 120, SGK.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 1. Hàm số $f(x)$ xác định trên tập $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, do đó $x_0 = 2 \in D$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-1} = 3 = f(2)$. Vậy hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 2$.

Ví dụ 2. Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} S(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} S(x) = -1$. Do đó, hàm số $S(x)$ không liên tục tại điểm 0.

Vậy hàm số $S(x)$ gián đoạn tại 0.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm: $\quad \quad \quad +$ Nhóm 1 và 3: **Ví dụ 1**; $\quad \quad \quad +$ Nhóm 2 và 4: **Ví dụ 2**.
- **Yêu cầu:** HS thực hiện ví dụ được giao trên bảng phụ, sau đó lần lượt lên trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV lưu ý HS: Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.
- Củng cố:
 - + Để xét tính liên tục của $f(x)$ tại điểm x_0 bằng định nghĩa, ta tính và so sánh $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ với $f(x_0)$.
 - + Trong trường hợp bên trái, bên phải x_0 hàm số được xác định bằng hai biểu thức khác nhau, để tìm $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ ta cần tìm $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ và lưu ý rằng $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.
 - + Từ định nghĩa hàm số liên tục tại một điểm, ta suy ra hàm số $y = f(x)$ gián đoạn tại điểm x_0 , nếu xảy ra một trong các điều kiện sau:
 - Hàm số $f(x)$ không xác định tại điểm x_0 .
 - Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$.
 - $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$.

Hoạt động 4: Nhận biết hàm số liên tục trên một khoảng (7 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS hình thành khái niệm hàm số liên tục trên một khoảng.

b) **Nội dung:** HD2, trang 120, SGK.

c) **Sản phẩm:** Ta có: $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} 2x = 1$, $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} 1 = 1$ và $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$.

Do đó hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x = \frac{1}{2}$.

Ta thấy $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} x = \frac{1}{2}$, $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} 1 = 1$.

Do đó, hàm số $g(x)$ không liên tục tại điểm $x = \frac{1}{2}$. Vậy hàm số $g(x)$ gián đoạn tại điểm $x = \frac{1}{2}$.

Trên khoảng $(0;1)$, đồ thị của hàm số $f(x)$ là một đường liền, còn đồ thị hàm số $g(x)$ không phải là một đường liền.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS thực hiện HD1 trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HD của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức và dẫn dắt HS đi đến khái niệm hàm số liên tục trên một khoảng:

- Hàm số $y = f(x)$ gọi là liên tục trên khoảng $(a; b)$ nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng này.
- Hàm số $y = f(x)$ gọi là liên tục trên $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

- GV chốt kiến thức: Các khái niệm hàm số liên tục trên nửa khoảng như $(a; b]$, $[a; +\infty)$, ... được định nghĩa theo cách tương tự.
- GV lưu ý HS: Đồ thị của hàm số liên tục trên một khoảng là một đường liền trên khoảng đó.

Hoạt động 5: Củng cố định nghĩa hàm số liên tục trên một khoảng (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành xét tính liên tục của hàm số trên nửa khoảng.

b) **Nội dung:** Ví dụ 3, trang 121, SGK.

c) **Sản phẩm:** Ta có $f(x) = x - 1$ với $x \in (0; 1)$. Với $x_0 \in (0; 1)$ bất kì, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (x - 1) = x_0 - 1 = f(x_0).$$

Vậy hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;1)$.

Hơn nữa, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0 = f(1)$ nên $f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $(0;1]$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS thực hiện **Ví dụ 3** trên giấy nháp, sau đó lên trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thực hiện **Ví dụ 3** theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp. GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

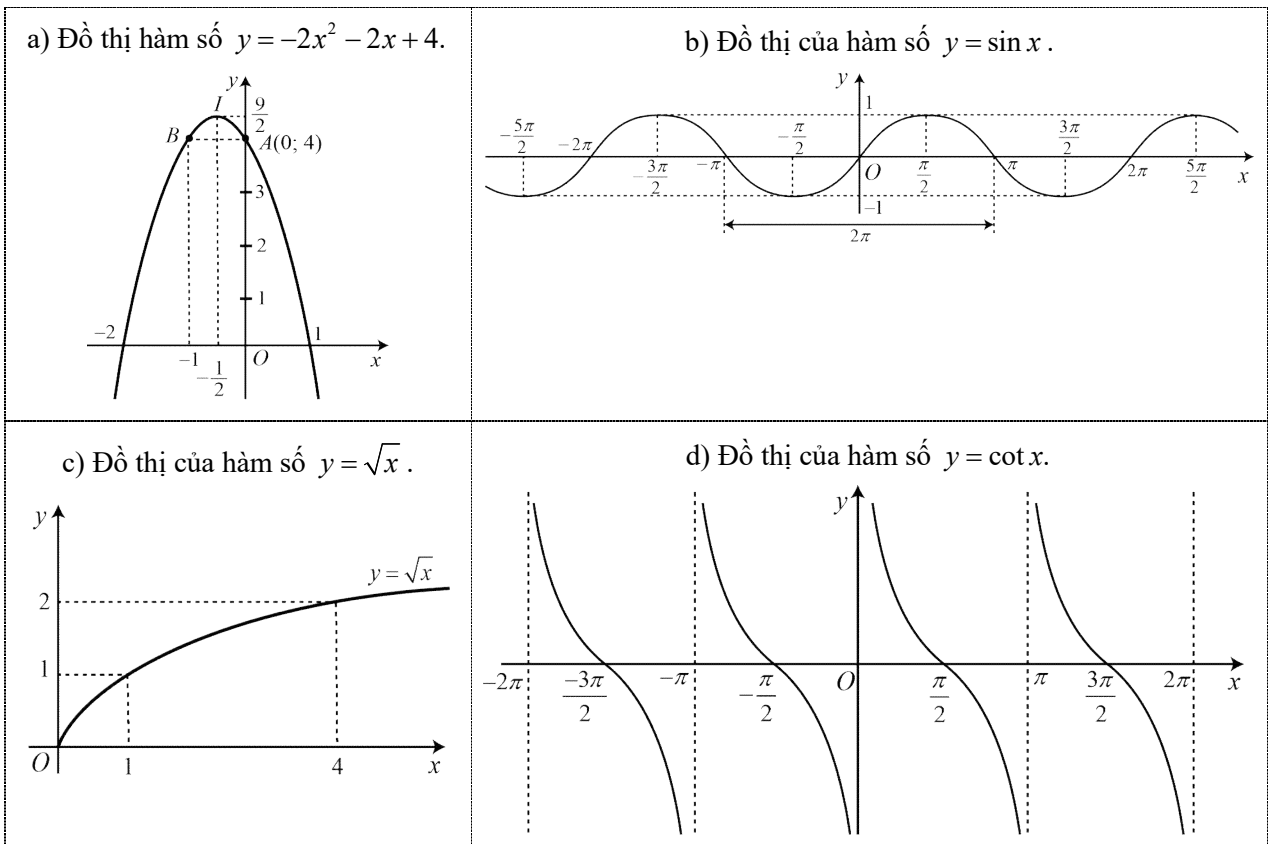
- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Củng cố:* Để xét tính liên tục của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(a; b)$, ta xét tính liên tục của hàm số $f(x)$ tại điểm x_0 bất kì thuộc khoảng $(a; b)$.

Trong trường hợp yêu cầu xét tính liên tục của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$, ta cần tìm thêm và so sánh $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ với $f(a)$; $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x)$ với $f(b)$.

Hoạt động 6: Tính liên tục của một số hàm số sơ cấp (6 phút)

a) Mục tiêu: Khẳng định tính liên tục của một số hàm số sơ cấp như hàm đa thức, hàm căn thức, hàm phân thức hữu tỉ và hàm lượng giác trên từng khoảng xác định của chúng.

b) Nội dung: Quan sát đồ thị của các hàm số dưới đây, hãy nhận xét tính chất liên tục của mỗi hàm số trên từng khoảng xác định của chúng.



Hình 5.5

c) Sản phẩm:

- Các hàm số $y = -2x^2 - 2x + 4$ và $y = \sin x$ xác định trên $\mathbb{R}$. Hơn nữa, đồ thị của chúng là đường liên tục trên $\mathbb{R}$. Do đó, hai hàm số này liên tục trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y = \sqrt{x}$ xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ và đồ thị của nó là một đường liên tục trên nửa khoảng đó nên hàm số này liên tục trên nửa khoảng đó.
- Hàm số có tập xác định $D = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (k\pi; (k+1)\pi)$ và đồ thị của nó là một đường liên tục trên mỗi khoảng xác định, do đó hàm số này liên tục trên mỗi khoảng xác định.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- *Yêu cầu:* HS quan sát đồ thị của các hàm số sơ cấp đã biết, hãy nhận xét tính chất liên tục của mỗi hàm số trên tập xác định của nó.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức và dẫn dắt HS đi đến tính liên tục của các hàm số sơ cấp cơ bản:

- Hàm số đa thức và các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
- Các hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$, $y = \sqrt{x}$ và hàm phân thức hữu tỉ (thương của hai đa thức) liên tục trên tập xác định của chúng.

Hoạt động 7: Củng cố tính liên tục của các hàm số sơ cấp cơ bản (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành tìm các khoảng trên đó hàm số liên tục.

b) **Nội dung:** Ví dụ 4, trang 121, SGK.

c) **Sản phẩm:** Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Vậy hàm số $f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- *Yêu cầu:* HS thực hiện Ví dụ 4 trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- **Củng cố:** Để tìm các khoảng trên đó hàm số liên tục, ta thực hiện các bước:
 - Tìm tập xác định của hàm số;
 - Áp dụng tính liên tục của các hàm số sơ cấp cơ bản.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Nắm vững các kiến thức đã học: khái niệm hàm số liên tục tại một điểm; khái niệm hàm số liên tục trên một khoảng; tính liên tục của các hàm số sơ cấp cơ bản.
- Làm **Bài tập 5.14, 5.15, 5.16, 5.17**, trang 122, SGK vào vở bài tập.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ (5 phút)

Câu 1. Hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây ?

- A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 2. Hàm số $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 4x + 3}$ liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; 4)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 0. D. 1.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. D **Câu 2.** A **Câu 3.** B

TIẾT 2. MỘT SỐ TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA HÀM SỐ LIÊN TỤC

Hoạt động 1: Nhận dạng tính liên tục của tổng hai hàm số (6 phút)

a) Mục tiêu:

- Giúp HS nhận dạng tính chất liên tục của tổng hai hàm số.
- Tổng quát, khẳng định tính liên tục của tổng, hiệu, tích và thương của hai hàm liên tục.

b) Nội dung: **HĐ3**, trang 121, SGK.

c) Sản phẩm:

- Hai hàm số $f(x) = x^2$ và $g(x) = -x + 1$ xác định trên $\mathbb{R}$, do đó $x = 1 \in \mathbb{R}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1 = f(1)$. Do đó hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (-x + 1) = 0 = g(1)$. Vậy hàm số $g(x)$ liên tục tại $x = 1$.

- Ta có $L = \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = 1 + 0 = 1$; $f(1) + g(1) = 1$. Do đó $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = f(1) + g(1)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- **Yêu cầu:** HS thực hiện **HĐ3** trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên giấy nháp.

- GV quan sát, hỗ trợ HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV: Từ kết quả **HĐ3**, ta thấy hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục tại điểm $x=1$. Hơn nữa, ta có $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = f(1) + g(1)$. Từ đó, ta có thể nói hàm số $f(x) + g(x)$ liên tục tại $x=1$.

Ta có khẳng định sau đây về tổng, hiệu, tích và thương của hai hàm số liên tục như sau:

Giả sử hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục tại điểm x_0 . Khi đó:

a) Các hàm số $y = f(x) + g(x)$, $y = f(x) - g(x)$ và $y = f(x)g(x)$ liên tục tại x_0 ;

b) Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại x_0 nếu $g(x_0) \neq 0$.

Hoạt động 2: Củng cố tính chất cơ bản của hàm số liên tục (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành xét tính liên tục của thương của hai hàm liên tục.

b) **Nội dung:** Ví dụ 5, trang 121, SGK.

c) **Sản phẩm:** Hàm số xác định trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. Trên các khoảng này, tử thức (hàm lượng giác) và mẫu thức (hàm đa thức) là các hàm số liên tục. Do đó, hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo cá nhân.
- Yêu cầu: HS thực hiện **Ví dụ 5** trên giấy nháp, sau đó lên trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện **Ví dụ 5** theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- **Củng cố:** Để xét tính liên tục của hàm số $y = f(x)$ trên tập xác định, ta dùng tính liên tục của các hàm số sơ cấp cơ bản, tính chất cơ bản của hàm số liên tục. Nếu hàm số được cho bằng nhiều biểu thức khác nhau, cần nghiên cứu tính liên tục của hàm số tại một điểm.

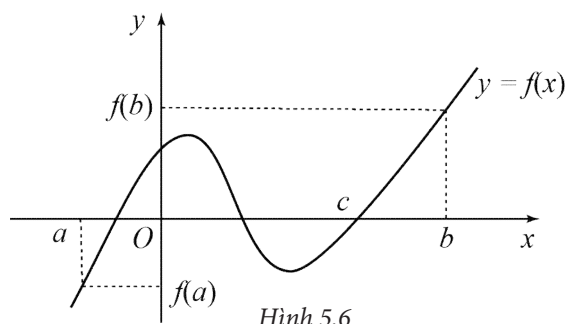
Hoạt động 3: Tính chất của hàm liên tục trên một đoạn (7 phút)

a) **Mục tiêu:** Trình bày một tính chất quan trọng của hàm liên tục, gọi là tính chất trung bình.

b) **Nội dung:** Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ với $f(a) < 0$, $f(b) > 0$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có cắt trục hoành tại điểm thuộc khoảng $(a; b)$ không?

c) **Sản phẩm:** Vì hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ với $f(a) < 0$, $f(b) > 0$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ là một đường liên nét đi từ điểm $(a; f(a))$ nằm dưới trục hoành đến điểm

$(b; f(b))$ nằm phía trên trục hoành (Hình 5.6). Vì thế, trong khoảng $(a; b)$ đồ thị đó sẽ cắt trục hoành.



Hình 5.6

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm.
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu nội dung bài toán, chọn lọc thông tin và trả lời.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, quan sát, hỗ trợ HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung, chuẩn kiến thức.
- GV: Từ kết quả bài toán, ta thấy trong khoảng $(a; b)$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ sẽ cắt trục hoành, điều đó chứng tỏ tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a; b)$ sao cho $f(c) = 0$. Nói cách khác, phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong khoảng $(a; b)$. Trong trường hợp tổng quát, ta có:

Nhận xét (về tính chất trung bình): Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a; b)$ sao cho $f(c) = 0$.

- GV: Tính chất trung bình thường được áp dụng để chứng minh sự tồn tại nghiệm của phương trình trên một khoảng.

Hoạt động 4: Củng cố tính chất trung bình (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Thực hành chứng minh một phương trình có nghiệm.

b) **Nội dung:** Ví dụ 6, trang 122, SGK.

c) **Sản phẩm:** Xét hàm số $f(x) = x^5 + x^3 - 10$. Vì $f(x)$ là hàm đa thức nên nó liên tục trên $\mathbb{R}$, do đó liên tục trên $[0; 2]$.

Hơn nữa, ta có $f(0) = -10 < 0$, $f(2) = 30 > 0 \Rightarrow f(0)f(2) < 0$.

Theo tính chất trung bình, phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(0; 2)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).

- **Yêu cầu:** HS thực hiện **Ví dụ 6** trên giấy nháp, sau đó lên trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS thực hiện **Ví dụ 6** theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- **Củng cố:**
 - + Để chứng minh phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm, cần tìm được hai số a và b sao cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a)f(b) < 0$.
 - + Nếu phương trình chứa tham số, thì chọn a và b sao cho:
 - Các giá trị $f(a)$ và $f(b)$ không chứa tham số, hoặc chứa tham số nhưng có dấu không đổi.
 - Hoặc cả $f(a)$ và $f(b)$ đều chứa tham số nhưng tích $f(a).f(b)$ luôn âm.
 - + Để chứng minh phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất k ($k \in \mathbb{N}^*$) nghiệm, cần tìm được k cặp số a_i và b_i ($i \in \mathbb{N}^*$) sao cho các khoảng $(a_i; b_i)$ rời nhau, $f(a_i)f(b_i) < 0$ và hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tất cả các đoạn $[a_i; b_i]$.

Hoạt động 5: Vận dụng (7 phút)

a) Mục tiêu: Giải bài toán ở tình huống mở đầu.

b) Nội dung: **Vận dụng**, trang 122, SGK.

c) Sản phẩm: Theo giả thiết, vận tốc trung bình của xe là $v_a = 60$ (km/h). Tại thời điểm xuất phát t_0 , vận tốc của xe $v(t_0) = 0$ nên có một thời điểm t_1 xe chạy với vận tốc $v(t_1) > v_a$. Rõ ràng, hàm số $f(t) = v(t) - v_a$ là hàm liên tục trên đoạn $[t_0; t_1]$.

Hơn nữa, ta có $f(t_0) = -v_a < 0$, $f(t_1) = v(t_1) - v_a > 0$, suy ra $f(t_0).f(t_1) < 0$ nên tồn tại thời điểm $t^* \in (t_0; t_1)$ sao cho $f(t^*) = 0$. Khi đó, ta có $v(t^*) = 60$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm.
- GV hướng dẫn HS: Áp dụng tính chất của hàm số liên tục cho hàm số $f(t) = v(t) - 60$, ở đó $v(t)$ là hàm biểu thị vận tốc tại thời điểm t .
- **Yêu cầu:** HS thực hiện **Vận dụng**, hoàn thành nội dung trên bảng phụ, sau đó lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung trên bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (10 phút)**

- Nắm vững các kiến thức đã học: một số tính chất cơ bản của hàm số liên tục; tính chất của hàm liên tục trên một đoạn.
- Hướng dẫn HS làm một số bài tập cuối bài trong SGK:

5.14. Sử dụng khái niệm hàm số liên tục tại một điểm. Từ giả thiết, ta có $2f(1) - g(1) = 3 \Rightarrow g(1) = ?$

5.15. Sử dụng tính liên tục của các hàm số sơ cấp cơ bản.

a) Hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2 + 5x + 6}$ là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{-2; -3\}$ của nó.

b)

- Với $x < 1$, ta có $f(x) = 1 + x^2$ là hàm đa thức nên liên tục trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- Với $x > 1$, ta có $f(x) = 4 - x$ là hàm đa thức nên liên tục trên khoảng $(1; +\infty)$.
- Tại $x = 1$, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (1 + x^2) = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - x) = 3$. Do đó, hàm $f(x)$ không liên tục tại $x = 1$. Vậy hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.

5.16. Sử dụng tính liên tục của các hàm số sơ cấp cơ bản.

- Với $x > 0$, ta có $f(x) = \sin x$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Với $x < 0$, ta có $f(x) = -x + m$ là hàm đa thức nên nó liên tục trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- Tại $x = 0$, ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x + m) = m$; $f(0) = 0$. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi nó liên tục tại $x = 0$, tức là $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m = 0$.

- Làm **Bài tập cuối chương V**, trang 123, 124, SGK vào vở bài tập.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ (5 phút)

Câu 1. Hàm số nào dưới đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x + \sin x$. B. $y = x - \tan x$. C. $y = 1 + \cot x$. D. $y = \frac{1}{\sin x}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 3x^3 - 2x^2 - 15x - 5$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(-2; -1)$.
B. $f(-1)f(3) > 0$ và phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(-1; 3)$.
C. Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(2; 3)$.
D. $f(-2)f(0) > 0$ và phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm thuộc khoảng $(-1; 3)$.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. A

Câu 2. B

CHƯƠNG VI. HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT

BÀI 18. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được khái niệm và các tính chất của lũy thừa với số mũ nguyên, số mũ hữu tỉ, số mũ thực.
- Nhận biết được khái niệm căn bậc n và các tính chất của căn bậc n .
- Giải thích được các tính chất của phép tính lũy thừa với số mũ nguyên, lũy thừa với số mũ hữu tỉ.
- Sử dụng được tính chất của phép tính lũy thừa trong tính toán các biểu thức số và rút gọn các biểu thức chứa biến (tính viết và tính nhẩm, tính nhanh một cách hợp lý).
- Tính được giá trị biểu thức số có chứa phép tính lũy thừa bằng sử dụng MTCT.
- Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gần với phép tính lũy thừa.

2. Năng lực

- Vận dụng được các tính chất của lũy thừa trong tính toán các biểu thức số, rút gọn các biểu thức chứa biến và giải quyết một số vấn đề có liên quan đến thực tiễn.
- Trình bày được kết quả thảo luận của nhóm, biết chia sẻ, giúp đỡ bạn thực hiện nhiệm vụ học tập, biết tranh luận và bảo vệ ý kiến của mình.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết các vấn đề.
- Có ý thức làm việc cặp đôi, làm việc nhóm.
- Báo cáo chính xác kết quả HĐ cặp đôi, HĐ nhóm.
- Có tinh thần trách nhiệm cao khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Thiết kế các phiếu học tập và sử dụng phần mềm toán học GeoGebra hoặc GSP5.

2. Học sinh:

- Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.
- Tìm hiểu những nội dung thực tiễn có liên quan đến lũy thừa với số mũ thực.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ NGUYÊN, SỐ MŨ HỮU TỈ

Hoạt động 1: Khởi động (8 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được sự cần thiết phải tìm hiểu, nghiên cứu về lũy thừa với số nguyên, số mũ hữu tỉ và số mũ thực.

b) Nội dung: HS thực hiện các nhiệm vụ mà GV đưa ra.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Một số dương x được viết dưới dạng kí hiệu khoa học nếu $x = a.10^m$, ở đó $1 \leq a < 10$ và m là một số nguyên.

1. Biết rằng khối lượng của Trái Đất khoảng 598000000000000000000000 kg và khối lượng của hạt proton khoảng 0,000 000 000 000 000 000 000 001 672 62 kg .

a) Em có nhận xét gì về cách viết khối lượng nói trên?

b) Hãy viết các khối lượng nói trên dưới dạng kí hiệu khoa học. Em có nhận xét gì về cách viết này?

2. Hãy hoàn thành các khẳng định sau:

a) Khoảng cách 149600000 km từ Trái Đất đến Mặt Trời được ghi dưới dạng kí hiệu khoa học là

b) Vận tốc ánh sáng trong chân không là 299790000 m/s được ghi dưới dạng kí hiệu khoa học là

c) **Sản phẩm:** HS hoàn thành được các nhiệm vụ trong **Phiếu học tập số 1**.

1. a) Các cách viết nói trên cần phải viết nhiều chữ số, rất dễ bị thiếu số, khó kiểm soát, cồng kềnh, tốn diện tích khi viết trên giấy hoặc trên bảng,

b) Khối lượng của Trái Đất: $598000000000000000000000 \text{ kg} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

Khối lượng của hạt proton:

$$0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001\ 672\ 62 \text{ kg} = 1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Các khối lượng nói trên, viết dưới dạng kí hiệu khoa học vừa ngắn gọn, dễ quan sát và chiếm ít dung lượng.

2. a) $1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$.

b) $2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chiếu và phát **Phiếu học tập số 1** cho HS.
- Yêu cầu HS thảo luận cặp đôi để hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS đại diện cho các cặp đôi trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc của HS, đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của các cặp đôi.
- Trên cơ sở các câu trả lời của HS, GV dẫn dắt vào bài học mới.

Hoạt động 2: Hình thành khái niệm lũy thừa với số mũ nguyên (9 phút)

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được khái niệm lũy thừa với số mũ nguyên của số thực khác 0.

b) **Nội dung:** HS hoàn thành nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

1. Người ta viết $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$. Hãy điền vào chỗ chấm để được một đẳng thức đúng.

a) $3^{-6} = \frac{1}{3^{\dots\dots\dots}}$;

b) $5^{\dots\dots\dots} = \frac{1}{5^7}$;

c) $\left(\frac{7}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{7}\right)^{\dots\dots\dots}$.

2. Cho số nguyên dương n và số thực $a \neq 0$. Chúng ta đã biết cách tính số a^n . Theo em, số a^{-n} được xác định như thế nào?

c) **Sản phẩm:** HS hoàn thành được các nhiệm vụ trong **Phiếu học tập số 2**.

$$1. a) 3^{-6} = \frac{1}{3^6}; \quad b) 5^{-7} = \frac{1}{5^7}; \quad c) \left(\frac{7}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{7}\right)^3.$$

$$2. \text{ Cho số nguyên dương } n \text{ và số thực } a \neq 0. \text{ Số } a^{-n} \text{ được xác định: } a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu và phát **Phiếu học tập số 2** cho HS. HS làm việc cá nhân.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động suy nghĩ và hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi một số HS trình bày ý kiến, một số HS khác nhận xét, thảo luận.
- GV trình chiếu kết quả.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ kiến thức về *lũy thừa với số mũ nguyên*:

1. Định nghĩa: Cho n là một số nguyên dương. Ta định nghĩa:

- Với a là số thực tùy ý thì $a^n = \underbrace{a.a \dots a}_{n \text{ thừa số}}$. • Với a là số thực khác 0 thì $a^0 = 1$ và $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Trong biểu thức a^n , a gọi là *cơ số*, n gọi là *số mũ*.

2. Tính chất: Với $a \neq 0, b \neq 0$ và m, n là các số nguyên, ta có:

$$a) a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad b) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \quad c) (a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m; \quad d) (ab)^n = a^n b^n; \quad e) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

3. Chú ý: • Nếu $a > 1$ thì $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$. • Nếu $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n \Leftrightarrow m < n$.

Hoạt động 3: Luyện tập 1 (8 phút)

a) **Mục tiêu:** HS giải thích được các tính chất của phép tính lũy thừa với số mũ nguyên và sử dụng các tính chất của phép tính lũy thừa trong tính toán các biểu thức số.

b) **Nội dung:** HS hoàn thành nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

Ví dụ 1. Tính giá trị của biểu thức $A = \left(\frac{1}{5}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{125}\right)^{-5} + (0,4)^{-4} \cdot 25^{-2} \cdot \left(\frac{1}{64}\right)^{-1}$.

Ví dụ 2. Cho a là số thực khác 0 và m, n là các số nguyên. Giải thích tại sao $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

c) **Sản phẩm:**

Ví dụ 1. $A = 5^{-12} \cdot 5^{15} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-4} \cdot 5^{-4} \cdot (4^{-3})^{-1} = 5^3 + 2^{-4} \cdot 4^3 = 125 + 2^{-4} \cdot 2^6 = 125 + 2^2 = 129$.

Ví dụ 2. Việc giải thích các tính chất của phép tính lũy thừa chúng ta phải đưa về lũy thừa với số mũ nguyên dương. Do đó, chúng ta xét các trường hợp sau đây:

- Nếu m, n là các số nguyên dương thì hiển nhiên ta có $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (kết quả đã biết).
- Nếu m, n không là các số nguyên dương thì $a^m \cdot a^n = \frac{1}{a^{-m}} \cdot \frac{1}{a^{-n}} = \frac{1}{a^{-m} \cdot a^{-n}} = \frac{1}{a^{-(m+n)}} = a^{m+n}$.
- Nếu m là số nguyên dương, còn n không là số nguyên dương thì $a^m \cdot a^n = a^m \cdot \frac{1}{a^{-n}} = \frac{a^m}{a^{-n}} = a^{m-(-n)} = a^{m+n}$.

- Nếu m không là số nguyên dương, còn n là số nguyên dương thì

$$a^m . a^n = \frac{1}{a^{-m}} . a^n = \frac{a^n}{a^{-m}} = a^{n-(-m)} = a^{n+m} = a^{m+n}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu từng ví dụ một, giải quyết xong ví dụ này mới chuyển sang ví dụ sau. Nhắc nhở HS đọc kĩ đề bài và thực hiện theo yêu cầu của từng ví dụ.
- HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tích cực, chủ động hoàn thành nhiệm vụ.
- GV quan sát, hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi đại diện HS trình bày kết quả thực hiện nhiệm vụ.
- Tổ chức cho HS thảo luận và kiểm tra kết quả thực hiện nhiệm vụ của những HS khác.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức.

Hoạt động 4: Hình thành khái niệm căn bậc n (10 phút)

a) **Mục tiêu:** HS biết được khái niệm căn bậc n và các tính chất của căn bậc n .

b) **Nội dung:** HS thực hiện nhiệm vụ do GV đưa ra.

Nhiệm vụ 1. a) Tìm tất cả các số thực x sao cho $x^2 = 9$.

b) Tìm tất cả các số thực x sao cho $x^3 = -8$.

Nhiệm vụ 2. GV sử dụng phần mềm GSP5 để vẽ đồ thị của các hàm số $y = x^5$ và $y = x^6$. Sau đó yêu cầu HS quan sát đồ thị để trả lời các câu hỏi:

a) Với mỗi số thực b , có bao nhiêu số thực x thỏa mãn $x^5 = b$?

b) Với mỗi số thực b , có bao nhiêu số thực x thỏa mãn $x^6 = b$?

c) Sản phẩm:

Nhiệm vụ 1. a) $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$. b) $x^3 = -8 \Leftrightarrow x = -2$.

Nhiệm vụ 2. a) Với mỗi số thực b , có duy nhất số thực x thỏa mãn $x^5 = b$.

b) Với mỗi số thực $b > 0$, có đúng hai số thực x thỏa mãn $x^6 = b$.

Với $b = 0$, có đúng một số thực x thỏa mãn $x^6 = b$, đó là $x = 0$.

Với mỗi số thực $b < 0$, không có số thực x nào thỏa mãn $x^6 = b$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu từng nhiệm vụ và yêu cầu HS hoàn thành nhiệm vụ.
- HS làm việc cá nhân.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ kiến thức về *khái niệm căn bậc n* :

1. Khái niệm:

Cho số thực a và số nguyên dương n . Số b được gọi là căn bậc n của số a nếu $b^n = a$.

2. Nhận xét:

- Khi n là số lẻ, mỗi số thực a chỉ có một căn bậc n và kí hiệu là $\sqrt[n]{a}$. Căn bậc 1 của số a chính là a .
- Khi n là số chẵn, mỗi số thực dương a có đúng hai căn bậc n là hai số đối nhau, giá trị dương kí hiệu là $\sqrt[n]{a}$ (gọi là *căn số học bậc n của a*), còn giá trị âm kí hiệu là $-\sqrt[n]{a}$.
- $\sqrt[n]{0} = 0$ ($n \in \mathbb{N}^+$).
- Số âm không có căn bậc chẵn.

3. Tính chất (SGK trang 6).

Hoạt động 5. Luyện tập 2 (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Biết vận dụng các tính chất của căn bậc n để tính toán các biểu thức số.

b) **Nội dung:** HS thực hiện các nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

Ví dụ 3. Tính: a) $\sqrt[5]{9} \cdot \sqrt[5]{-27}$; b) $(\sqrt[3]{2})^{21}$.

Ví dụ 4. Giáo viên đưa ra bài tập: “Đơn giản biểu thức $\sqrt[4]{(2x-3)^4}$, với x là số thực tùy ý”.

Bạn An đưa ra lời giải như sau: Với mọi số thực x , ta có $\sqrt[4]{(2x-3)^4} = 2x-3$.

Lời giải nói trên của bạn An đã chính xác chưa? Nếu chưa chính xác thì cần phải trình bày lời giải như thế nào cho đúng?

c) Sản phẩm:

Ví dụ 3. a) $\sqrt[5]{9} \cdot \sqrt[5]{-27} = \sqrt[5]{9 \cdot (-27)} = \sqrt[5]{-3^2 \cdot 3^3} = \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$.

b) $(\sqrt[3]{2})^{21} = \sqrt[3]{2^{21}} = \sqrt[3]{2^{3 \cdot 7}} = \sqrt[3]{(2^3)^7} = 2^7 = 128$.

Ví dụ 4. Lời giải của bạn An chưa chính xác. Vì $\sqrt[4]{(2x-3)^4} = 2x-3$ chỉ đúng khi $2x-3 \geq 0$ hay $x \geq \frac{3}{2}$.

Lời giải chính xác: $\sqrt[4]{(2x-3)^4} = |2x-3|$ (do có tính chất $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{khi } n \text{ lẻ} \\ |a| & \text{khi } n \text{ chẵn} \end{cases}$).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu từng nhiệm vụ và yêu cầu HS hoàn thành nhiệm vụ.
- HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập kiến thức đã học về lũy thừa với số mũ nguyên và căn bậc n .
- Tìm hiểu về một số vấn đề thực tiễn có liên quan đến lũy thừa với số mũ thực.
- Tìm hiểu trước nội dung còn lại của bài học.

TIẾT 2. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ HỮU TỈ, SỐ MŨ THỰC

Hoạt động 1. Hình thành khái niệm lũy thừa với số mũ hữu tỉ (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS nhận biết được khái niệm lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

b) **Nội dung:** HS thực hiện các nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

1. Điền dấu $<, >, =$ vào ô trống để được khẳng định đúng.

a) $5^{\frac{6}{3}} \square \sqrt[3]{5^6}$;

b) $7^{-\frac{10}{5}} \square \sqrt[5]{7^{-10}}$.

2. Cho a là số thực dương, n là số nguyên dương và m là số nguyên tùy ý. Có dự đoán gì về hai số $a^{\frac{m}{n}}$ và $\sqrt[n]{a^m}$?

c) **Sản phẩm:**

1. a) Vì $5^{\frac{6}{3}} = 5^2 = 25$ và $\sqrt[3]{5^6} = \sqrt[3]{(5^2)^3} = 5^2 = 25$ nên $5^{\frac{6}{3}} = \sqrt[3]{5^6}$.

b) Vì $7^{-\frac{10}{5}} = 7^{-2}$ và $\sqrt[5]{7^{-10}} = \sqrt[5]{(7^{-2})^5} = 7^{-2}$ nên $7^{-\frac{10}{5}} = \sqrt[5]{7^{-10}}$.

2. Cho a là số thực dương, n là số nguyên dương và m là số nguyên tùy ý. Từ kết quả ý 1, chúng ta có thể dự đoán $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu từng nhiệm vụ và yêu cầu HS hoàn thành nhiệm vụ.
- HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức về định nghĩa *lũy thừa với số mũ hữu tỉ* (SGK trang 7) và trình chiếu để HS được biết.

1. Định nghĩa: Cho a là số thực dương và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó m là số nguyên và n là số

nguyên dương. Lũy thừa của a với số mũ r , kí hiệu là a^r , xác định bởi $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Hiển nhiên, $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$.

2. Tính chất: Cho a, b là các số thực dương và p, q là các số hữu tỉ. Khi đó:

a) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$;

b) $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$;

c) $(a^p)^q = a^{pq} = (a^q)^p$;

d) $(ab)^p = a^p b^p$;

e) $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$.

Hoạt động 2. Luyện tập 1 (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố khái niệm lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

b) **Nội dung:** HS thực hiện các nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

Ví dụ 1. Hãy biểu thị các lũy thừa sau đây dưới dạng căn thức:

a) $3^{\frac{5}{4}} = \dots$; b) $5^{-\frac{7}{3}} = \dots$; c) $a^{\frac{11}{5}} = \dots$, với $a > 0$.

Ví dụ 2. Hãy viết mỗi biểu thức sau đây dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ:

a) $\sqrt[13]{7^{-4}} = \dots$; b) $a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{11}{6}} = \dots$; c) $\sqrt[7]{a^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}} = \dots$, với $a > 0$.

Ví dụ 3. Cho hai số thực dương a, b . Rút gọn biểu thức $S = \frac{a^{\frac{3}{2}}b + ab^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 1. a) $3^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{3^5}$; b) $5^{-\frac{7}{3}} = \sqrt[3]{5^{-7}}$; c) $a^{\frac{11}{5}} = \sqrt[5]{a^{11}}$.

Ví dụ 2. a) $\sqrt[13]{7^{-4}} = 7^{-\frac{4}{13}}$; b) $a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{11}{6}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{11}{6}} = a^{\frac{8}{3}}$; c) $\sqrt[7]{a^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}} = \left(a^2 \cdot a^{\frac{3}{5}}\right)^{\frac{1}{7}} = \left(a^{\frac{13}{5}}\right)^{\frac{1}{7}} = a^{\frac{13}{35}}$.

Ví dụ 3. $S = \frac{a^{\frac{3}{2}}b + ab^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{ab(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} = ab$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu từng nhiệm vụ và yêu cầu HS hoàn thành nhiệm vụ. HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức.

Hoạt động 3. Hình thành khái niệm lũy thừa với số mũ thực (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được khái niệm lũy thừa với số mũ thực.

b) Nội dung: HS thực hiện các nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

PHIẾU HỌC TẬP

Xét dãy số hữu tỉ (r_n) với $r_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, với $n \in \mathbb{N}^*$. Người ta chứng minh được rằng:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \approx 2,718281828\dots, \text{ ở đó } e \text{ là một số vô tỉ (số siêu việt).}$$

Lập dãy số (x_n) với $x_1 = 2,7$; $x_2 = 2,71$; $x_3 = 2,718$; $x_4 = 2,7182$; $x_5 = 2,71828$; ...

Hãy hoàn thành bảng số liệu dưới đây:

n	x_n	2^{x_n}
1		
2		
3		
4		
5		

Nêu dự đoán về giá trị của số 2^e (đến hàng phần trăm).

c) **Sản phẩm:** HS hoàn thành được các nhiệm vụ trong **Phiếu học tập**.

n	x_n	2^{x_n}
1	2,7	6,4980
2	2,71	6,5432
3	2,718	6,5796
4	2,7182	6,5805
5	2,71828	6,5808

Từ bảng trên, chúng ta có thể dự đoán $2^e \approx 6,58$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu từng nhiệm vụ và yêu cầu HS hoàn thành nhiệm vụ.
- HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.
- GV có thể hướng dẫn HS sử dụng MTCT để hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức về *lũy thừa với số mũ thực*:

1. Định nghĩa: Cho a là số thực dương và α là số vô tỉ, (r_n) là dãy số hữu tỉ mà $\lim_{n \rightarrow +\infty} r_n = \alpha$. Khi đó dãy số (a^{r_n}) có giới hạn xác định và không phụ thuộc vào dãy số hữu tỉ (r_n) đã chọn. Giới hạn đó gọi là lũy thừa của a với số mũ α , kí hiệu là a^α .

$$a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} a^{r_n}$$

2. Tính chất: Cho a, b là các số thực dương và p, q là các số thực. Khi đó:

$$a) a^p \cdot a^q = a^{p+q}; \quad b) \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}; \quad c) (a^p)^q = a^{pq} = (a^q)^p; \quad d) (ab)^p = a^p b^p; \quad e) \left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}.$$

3. Chú ý:

- Nếu $a > 1$ thì $a^p > a^q \Leftrightarrow p > q$.
- Nếu $0 < a < 1$ thì $a^p > a^q \Leftrightarrow p < q$.
- Biểu thức x^α xác định tùy thuộc vào giá trị của α . Cụ thể:
 - + Nếu α nguyên dương thì x^α xác định với mọi giá trị của x .
 - + Nếu $\alpha = 0$ hoặc α nguyên âm thì x^α xác định với mọi giá trị $x \neq 0$.
 - + Nếu α không nguyên thì x^α xác định với mọi giá trị $x > 0$.

- GV giới thiệu về một số nội dung thực tiễn có liên quan đến lũy thừa với số mũ thực:

TÌM TÒI

1. Một vài số liệu về Trái Đất:

- Bán kính: $6,4 \cdot 10^3$ km.
- Khối lượng: $5,98 \cdot 10^{24}$ kg.
- Bán kính quỹ đạo quay quanh Mặt Trời: $1,5 \cdot 10^8$ km.

2. Trong nguyên tử tồn tại một loại hạt có khối lượng và mang điện tích âm, được gọi là electron (kí hiệu là e).
- Hạt electron có điện tích $q_e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ và khối lượng $m_e = 9,11 \cdot 10^{-28} \text{ g}$.
 - Người ta chưa phát hiện được điện tích nào nhỏ hơn $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ nên nó được dùng làm điện tích đơn vị, điện tích của electron được quy ước là -1 .
3. Trong Vật lí, định luật phân rã phóng xạ của nguyên tử được biểu diễn bởi công thức $N = N_0 e^{-\lambda t}$, trong đó N_0 là số hạt nhân của mẫu phóng xạ tại thời điểm $t = 0$, λ là hằng số phóng xạ.

Hoạt động 4. Luyện tập 2 và Vận dụng (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố khái niệm và tính chất lũy thừa với số mũ thực của một số thực dương.

b) **Nội dung:** HS thực hiện các nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

Ví dụ 4. Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\sqrt{7}+3} \cdot a^{8-\sqrt{7}}}{(a^{3-\sqrt{5}})^{3+\sqrt{5}}}$, với $a > 0$.

Ví dụ 5. Không sử dụng MTCT, hãy so sánh hai số $8^{2\sqrt{3}}$ và $4^{6\sqrt{2}}$.

Ví dụ 6. Nếu một khoản tiền gốc M_0 được gửi ngân hàng với lãi suất hằng năm r (r được biểu thị dưới dạng số thập phân), được tính lãi n lần trong một năm, thì tổng số tiền M_N nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau N kì gửi cho bởi công thức $M_N = M_0 \left(1 + \frac{r}{n}\right)^N$.

Hỏi nếu bác Bình gửi tiết kiệm số tiền 200 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi là 7,8% một năm, thì số tiền thu được cả vốn lẫn lãi của bác Bình sau 3 năm là bao nhiêu?

c) **Sản phẩm:**

Ví dụ 4. $A = \frac{a^{\sqrt{7}+3} \cdot a^{8-\sqrt{7}}}{(a^{3-\sqrt{5}})^{3+\sqrt{5}}} = \frac{a^{\sqrt{7}+3+8-\sqrt{7}}}{a^{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}} = \frac{a^{11}}{a^4} = a^{11-4} = a^7$.

Ví dụ 5. Chúng ta đưa về cùng cơ số và sau đó so sánh hai số mũ. Cụ thể:

$$8^{2\sqrt{3}} = (2^3)^{2\sqrt{3}} = 2^{6\sqrt{3}} = 2^{\sqrt{36 \cdot 3}} = 2^{\sqrt{108}} \quad \text{và} \quad 4^{6\sqrt{2}} = (2^2)^{6\sqrt{2}} = 2^{12\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{144 \cdot 2}} = 2^{\sqrt{288}}.$$

Do cơ số $2 > 1$ và $\sqrt{288} > \sqrt{108}$ nên $4^{6\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{288}} > 2^{\sqrt{108}} = 8^{2\sqrt{3}}$.

Ví dụ 6. Ta có $M_0 = 200$ (triệu đồng), $r = 0,078$, $n = \frac{12}{6} = 2$ và $N = 3$ nên

$$M_3 = 200 \cdot (1 + 0,039)^3 \approx 224,324 \text{ (triệu đồng)}.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu từng nhiệm vụ và yêu cầu HS hoàn thành nhiệm vụ.
- HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Hệ thống hoá kiến thức đã học về lũy thừa dưới dạng sơ đồ hình cây.
- Làm các bài tập trong SGK trang 9.
- Tìm hiểu trước nội dung còn lại của bài học.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. B. $P = x^{\frac{13}{24}}$. C. $P = x^{\frac{1}{4}}$. D. $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 2. Cho số thực dương a và các số thực tùy ý x, y . Biểu thức $\frac{a^{x+3}}{a^{y+2}}$ bằng

- A. $a^{\frac{x+3}{y+2}}$. B. $a^{x-y+\frac{3}{2}}$. C. a^{x-y-1} . D. a^{x-y+1} .

Câu 3. Điều kiện để biểu thức $f(x) = x^{\sqrt{2}}$ xác định là

- A. $\forall x \in \mathbb{R}$. B. $x \neq 0$. C. $x > 0$. D. $x > 2$.

Câu 4. Điều kiện để biểu thức $f(x) = (2x - 5)^{\frac{7}{3}}$ xác định là

- A. $x \neq \frac{5}{2}$. B. $x > \frac{5}{2}$. C. $x > \frac{2}{5}$. D. $\forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 5. Có bao nhiêu số nguyên x để biểu thức $f(x) = (16 - 3x^2)^\pi$ xác định?

- A. Vô số. B. 5. C. 4. D. 7.

Câu 6. Đẳng thức $(5x + 2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5x + 2}$ xảy ra khi nào?

- A. $x > \frac{2}{5}$. B. $x > -\frac{2}{5}$. C. $\forall x \in \mathbb{R}$. D. $x > -\frac{5}{2}$.

B. Tự luận

Câu 7. Tính giá trị của biểu thức $A = \left(125^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{1}{2}} + 343^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{2}}$.

Câu 8. Đơn giản biểu thức M với $a > 0, b > 0$: $M = \sqrt{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{a}{b} \right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a} \right)^{-\frac{1}{2}} \right]^{-2}} + 1$.

Câu 9. Tìm tất cả các số nguyên dương x thỏa mãn: $\sqrt[5]{(21 - 2x)^3} = (21 - 2x)^{\frac{3}{5}}$.

Câu 10. Sự gia tăng dân số của một quốc gia được ước tính theo công thức $P_N = P_0 e^{Nr}$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính, P_N là dân số sau N năm và r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Tính đến hết năm 2020, dân số của Việt Nam ước tính là 97 582 690 người và tỉ lệ gia tăng dân số hàng năm là 1,14% (Nguồn: <https://www.gso.gov.vn/>). Đến hết năm 2030, dân số của Việt Nam là bao nhiêu?

BÀI 19. LÔGARIT

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được khái niệm, các tính chất cơ bản, các quy tắc tính của lôgarit và công thức đổi cơ số.
- Giải thích được các tính chất của phép tính lôgarit nhờ sử dụng định nghĩa hoặc các tính chất đã biết trước đó.
- Sử dụng được tính chất của phép tính lôgarit trong tính toán các biểu thức số và rút gọn các biểu thức chứa biến (tính viết và tính nhẩm, tính nhanh một cách hợp lý).
- Tính được giá trị (đúng hoặc gần đúng) của lôgarit bằng cách sử dụng MTCT.
- Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phép tính lôgarit.

2. Năng lực

- Vận dụng được định nghĩa, các tính chất cơ bản, các quy tắc trong tính toán các biểu thức số và rút gọn các biểu thức chứa biến và giải quyết một số vấn đề có liên quan đến thực tiễn.
- Trình bày được kết quả thảo luận của nhóm, biết chia sẻ giúp đỡ bạn thực hiện nhiệm vụ học tập, biết tranh luận và bảo vệ ý kiến của mình.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết các vấn đề.
- Có ý thức làm việc cặp đôi, làm việc nhóm.
- Báo cáo chính xác kết quả HĐ cặp đôi, HĐ nhóm.
- Có tinh thần, trách nhiệm cao khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Thiết kế các phiếu học tập; Phần mềm toán học GeoGebra hoặc GSP5.

2. Học sinh:

- Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.
- Tìm hiểu những nội dung thực tiễn có liên quan đến lôgarit.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. KHÁI NIỆM LÔGARIT

Hoạt động 1: Khởi động (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS củng cố phép tính lũy thừa và nhận biết được sự cần thiết phải tìm hiểu, nghiên cứu về lôgarit.

b) Nội dung: HS thực hiện các nhiệm vụ mà GV đưa ra.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Bác Bình gửi tiết kiệm số tiền 200 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi là 7,8% một năm, thì số tiền thu được cả vốn lẫn lãi của bác Bình sau N kì gửi cho bởi công thức $M_N = 200 \cdot (1 + 0,039)^N$ (triệu đồng).

- Hỏi sau 30 tháng (tức là sau 5 kì gửi), số tiền gửi cả vốn lẫn lãi bác Bình nhận được là bao nhiêu?
- Hỏi sau ít nhất bao nhiêu kì gửi, tổng số tiền bác Bình nhận được là 250 triệu đồng?

c) Sản phẩm: HS hoàn thành được các nhiệm vụ trong **Phiếu học tập số 1**.

- Sau 5 kì hạn, số tiền cả gốc lẫn lãi bác Bình nhận được là:

$$M_5 = 200 \cdot (1 + 0,039)^5 \approx 242,162 \text{ (triệu đồng)}.$$

b) Giả sử sau ít nhất N kì gửi thì tổng số tiền bác Bình nhận được là 250 triệu đồng.

$$\text{Ta có } 200 \cdot (1 + 0,039)^N = 250 \text{ hay } (1,039)^N = \frac{5}{4}.$$

- HS gặp khó khăn trong việc tìm ra giá trị của N . Trên cơ sở đó, GV dẫn dắt để tổ chức **HD2**.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chiếu và phát **Phiếu học tập số 1** cho HS.
- Yêu cầu HS thảo luận cặp đôi để hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS đại diện cho các cặp đôi trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc của HS, đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của các cặp đôi.
- Trên cơ sở các câu trả lời của HS, GV dẫn dắt vào bài học mới.

Hoạt động 2: Hình thành khái niệm lôgarit (18 phút)

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được khái niệm lôgarit và những tính chất cơ bản của lôgarit.

b) **Nội dung:** HS hoàn thành nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Nhiệm vụ 1. Tìm x biết:

$$\text{a) } 3^x = 9; \quad \text{b) } 3^x = \frac{1}{27}; \quad \text{c) } 3^x = \sqrt[5]{3}.$$

Nhiệm vụ 2. Từ kết quả $5^3 = 125$, ta nói “3 là lôgarit cơ số 5 của 125”, viết là $3 = \log_5 125$. Hãy điền vào chỗ trống để được những khẳng định đúng.

$$\begin{aligned} \text{a) } 3^2 = 9, \text{ nên ta nói “2 là lôgarit cơ số 3 của”, viết là } 2 = \log_3 \dots; \\ \text{b) Ta nói “-3 là lôgarit cơ số 3 của } \frac{1}{27} \text{”, viết là } -3 = \log_3 \frac{1}{27}, \text{ vì } 3^{-3} = \dots; \\ \text{c) } \log_3 \frac{1}{27} = \dots, \text{ vì } 3^{-3} = \dots; \quad \text{d) } \log_3 \dots = \frac{1}{5}, \text{ vì } 3^{\dots} = \sqrt[5]{3}; \quad \text{e) } \log_a N = b, \text{ vì } a^b = \dots. \end{aligned}$$

Nhiệm vụ 3. Cho a là số thực dương, khác 1 và N là một số thực dương. Sử dụng cách viết $\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$, hãy điền vào chỗ trống để được cách viết đúng.

$$\begin{aligned} \text{a) } \log_3 9 = 2 \Leftrightarrow \dots; \quad \text{b) } \log_3 \frac{1}{27} = \dots \Leftrightarrow \dots; \\ \text{c) } \log_3 \dots = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \dots; \quad \text{d) } \log_a \dots = 1 \Leftrightarrow \dots; \\ \text{e) } \log_a 1 = \dots \Leftrightarrow \dots. \end{aligned}$$

Theo em, $\log_a N$ là một số x như thế nào? Hãy định nghĩa $\log_a N$.

c) Sản phẩm:

$$\text{Nhiệm vụ 1.} \quad \text{a) } x = 2; \quad \text{b) } x = -3; \quad \text{c) } x = \frac{1}{5}.$$

Nhiệm vụ 2.

- a) $3^2 = 9$, nên ta nói “2 là lôgarit cơ số 3 của 9”, viết là $2 = \log_3 9$;
b) Ta nói “-3 là lôgarit cơ số 3 của $\frac{1}{27}$ ”, viết là $-3 = \log_3 \frac{1}{27}$, vì $3^{-3} = \frac{1}{27}$;
c) $\log_3 \frac{1}{27} = -3$, vì $3^{-3} = \frac{1}{27}$; d) $\log_3 \sqrt[5]{3} = \frac{1}{5}$, vì $3^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{3}$; e) $\log_a N = b$, vì $a^b = N$.

Nhiệm vụ 3.

- a) $\log_3 9 = 2 \Leftrightarrow 3^2 = 9$; b) $\log_3 \frac{1}{27} = -3 \Leftrightarrow 3^{-3} = \frac{1}{27}$;
c) $\log_3 \sqrt[5]{3} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{3}$; d) $\log_a a = 1 \Leftrightarrow a^1 = a$; e) $\log_a 1 = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$.

Kết quả mong muốn: $\log_a N$ là một số thực x thỏa mãn $a^x = N$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu và phát **Phiếu học tập số 2** cho HS. HS làm việc cặp đôi hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động suy nghĩ và hoàn thành nhiệm vụ được giao.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi một số HS trình bày ý kiến, một số khác nhận xét, thảo luận.
- GV trình chiếu kết quả.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.
- GV nêu vấn đề để dẫn đến tính chất cơ bản của lôgarit:
 - + Trong công thức $\log_a N = x$, nếu thay $N = a^x$ thì ta thu được kết quả nào?
 - + Trong công thức $a^x = N$, nếu thay $x = \log_a N$ thì ta thu được kết quả nào?
- GV đề cập đến các khái niệm lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên và nhấn mạnh đến điều kiện tồn tại của $\log_a N$.

Hoạt động 3: Luyện tập 1 (15 phút)

a) Mục tiêu: HS được củng cố định nghĩa lôgarit, các tính chất cơ bản của lôgarit và giải quyết vấn đề trong phần khởi động.

b) Nội dung: HS hoàn thành nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

Ví dụ 1. Tính: a) $\log_2 256$; b) $\log_5 \sqrt[7]{25}$; c) $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{81}$.

Ví dụ 2. Tính: a) $25^{\log_5 3}$; b) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$.

Ví dụ 3. Tìm x , biết: a) $3^x = 7$; b) $2^{x+3} = 5$.

Ví dụ 4. Tìm điều kiện để biểu thức $f(x) = \log_7(2x-3)$ xác định.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 1. a) $\log_2 256 = \log_2 2^8 = 8$; b) $\log_5 \sqrt[7]{25} = \log_5 \sqrt[7]{5^2} = \log_5 5^{\frac{2}{7}} = \frac{2}{7}$;

$$c) \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{81} = \log_{\sqrt{3}} 81^{-1} = \log_{\sqrt{3}} 3^{-4} = \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^{2 \cdot (-4)} = \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^{-8} = -8.$$

Ví dụ 2. a) $25^{\log_5 3} = (5^2)^{\log_5 3} = (5^{\log_5 3})^2 = 3^2 = 9$; b) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5} = (2^{-2})^{\log_2 5} = (2^{\log_2 5})^{-2} = 5^{-2} = \frac{1}{25}.$

Ví dụ 3. a) $3^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_3 7$; b) $2^{x+3} = 5 \Leftrightarrow x+3 = \log_2 5 \Leftrightarrow x = -3 + \log_2 5.$

Ví dụ 4. Biểu thức $f(x) = \log_7 (2x-3)$ xác định khi và chỉ khi $2x-3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}.$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu từng ví dụ một, giải quyết xong ví dụ này mới chuyển sang ví dụ sau. Nhắc nhở HS đọc kĩ đề bài và thực hiện theo yêu cầu của từng ví dụ.
- HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tích cực, chủ động hoàn thành nhiệm vụ.
- GV quan sát, hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi đại diện HS trình bày kết quả thực hiện nhiệm vụ.
- Tổ chức cho HS thảo luận và kiểm tra kết quả thực hiện nhiệm vụ của những HS khác.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc của HS, đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV nêu vấn đề giải quyết bài toán ở phần khởi động: Tìm N sao cho $(1,039)^N = \frac{5}{4}.$
- GV nêu vấn đề: Cần lưu ý gì khi sử dụng các tính chất $\log_a a^x = x$ và $a^{\log_a N} = N$?

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập kiến thức đã học về lôgarit.
- Tìm hiểu về một số vấn đề thực tiễn có liên quan đến lôgarit.
- Tìm hiểu trước nội dung còn lại của bài học.

TIẾT 2. TÍNH CHẤT CỦA LÔGARIT

Hoạt động 1. Hình thành quy tắc tính lôgarit và công thức đổi cơ số (18 phút)

- a) **Mục tiêu:** Giúp HS nhận biết được các tính chất của lôgarit.
b) **Nội dung:** HS thực hiện các nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3

Nhiệm vụ 1. Cho a, M, N là các số thực dương và a khác 1. Biết $x = \log_a M$ và $y = \log_a N$.

- a) Biểu diễn M theo a, x và biểu diễn N theo a, y . Từ đó, biểu diễn $M, N, \frac{M}{N}$ và M^a theo a, x, y, a .
b) Tính $\log_a (M.N)$ và so sánh với $\log_a M + \log_a N$.
c) Tính $\log_a \left(\frac{M}{N}\right)$ và so sánh với $\log_a M - \log_a N$.
d) Tính $\log_a M^a$ và so sánh với $a \log_a M$.

Nhiệm vụ 2. Cho các số thực dương a, b khác 1 và số thực dương M . Đặt $\log_a M = x$. Hãy biểu diễn M theo a và x , sau đó lấy lôgarit cơ số b hai vế và rút ra công thức tính x .

c) Sản phẩm:

Nhiệm vụ 1.

a) $M = a^x; N = a^y; M.N = a^x \cdot a^y = a^{x+y}; \frac{M}{N} = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ và $M^a = (a^x)^a = a^{xa}$.

b) $\log_a(M.N) = \log_a a^{x+y} = x+y = \log_a M + \log_a N$.

c) $\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a a^{x-y} = x-y = \log_a M - \log_a N$.

d) $\log_a M^a = \log_a a^{xa} = xa = a \log_a M$.

Nhiệm vụ 2. Ta có $M = a^x$. Lấy lôgarit cơ số b hai vế ta được $\log_b M = \log_b a^x = x \log_b a$.

Suy ra $x = \frac{\log_b M}{\log_b a}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu **Phiếu học tập số 3** và phát cho HS, yêu cầu HS hoàn thành nhiệm vụ.
- HS làm việc cặp đôi hoặc theo nhóm.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức về quy tắc tính lôgarit, trình chiếu để HS được biết và nhấn mạnh đến các điều kiện của biểu thức lấy lôgarit.

Hoạt động 2. Luyện tập 1 (8 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS củng cố các quy tắc tính lôgarit.

b) Nội dung: HS thực hiện các nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

Ví dụ 1. Tính $A = \log_4 8 + \log_4 40 - \log_4 5$.

Ví dụ 2. Cho $\log_3 x = \sqrt{2}$, tính $B = \log_3(x^3 + 2x^2) + \log_3(9x) - \log_3(x+2)$.

Ví dụ 3. Cho $a > 0, a \neq 1$ và $N > 0, x \neq 0$. Chứng minh $\log_{a^x} N = \frac{1}{x} \log_a N$.

Ví dụ 4. GV đưa ra bài tập:

Tìm các số thực x thỏa mãn: $\log_2(x-1) + \log_2(x+2) = 2$.

Một bạn HS đã trình bày lời giải như sau:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log_2(x-1) + \log_2(x+2) &= 2 \Leftrightarrow \log_2[(x-1)(x+2)] = 2 \\ &\Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = -3. \end{aligned}$$

Vậy các giá trị cần tìm là $x = 2$ và $x = -3$.

Theo em lời giải trên đã chính xác chưa? Nếu chưa chính xác hãy chỉ ra lỗi sai trong lời giải trên và hướng khắc phục lỗi sai đó.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 1. $A = \log_4 8 + \log_4 40 - \log_4 5 = \log_4 8 + \log_4 \frac{40}{5} = \log_4 8 + \log_4 8 = \log_4 64 = \log_4 4^3 = 3$.

Ví dụ 2. Ta có: $B = \log_3(x^3 + 2x^2) + \log_3(9x) - \log_3(x+2) = \log_3 \frac{(x^3 + 2x^2) \cdot (9x)}{(x+2)}$

$$\Leftrightarrow B = \log_3(9x^3) = \log_3 9 + \log_3 x^3 = 2 + 3\log_3 x = 2 + 3\sqrt{2}.$$

Ví dụ 3. $\log_{a^x} N = \frac{\log_a N}{\log_a a^x} = \frac{\log_a N}{x} = \frac{1}{x} \log_a N.$

Ví dụ 4. Lời giải của bạn HS chưa chính xác do chưa đặt điều kiện để các biểu thức lôgarit tồn tại trước khi biến đổi, từ đó dẫn đến thừa giá trị $x = -3$.

Lời giải chính xác như sau:

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1. \text{ Với điều kiện đó, ta có:}$$

$$\log_2(x-1) + \log_2(x+2) = 2 \Leftrightarrow \log_2[(x-1)(x+2)] = 2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (thoả mãn) hoặc } x = -3 \text{ (không thoả mãn).}$$

Vậy giá trị cần tìm là $x = 2$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu từng nhiệm vụ và yêu cầu HS hoàn thành. HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt lại kiến thức.

Hoạt động 3. Vận dụng (10 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS vận dụng kiến thức về lôgarit vào giải một số bài toán thực tiễn.

b) Nội dung: HS thực hiện các nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

Ví dụ 5. Trong Hoá học, độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$, trong đó $[\text{H}^+]$ là nồng độ H^+ (ion hydrogen) tính bằng mol/L.

- Nước cất có nồng độ $[\text{H}^+]$ là 10^{-7} mol/L. Tính độ pH của nước cất.
- Một dung dịch X có nồng độ $[\text{H}^+]$ gấp 20 lần nồng độ $[\text{H}^+]$ của nước cất. Tính độ pH của dung dịch X đó.
- Dung dịch Y có độ pH bằng 7,4. Tính nồng độ $[\text{H}^+]$ của dung dịch Y.

Ví dụ 6. Mức cường độ âm L được tính theo công thức $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$ (dB), trong đó I là cường độ âm,

tức là năng lượng truyền đi bởi sóng âm trong một đơn vị thời gian và qua một đơn vị diện tích bề mặt vuông góc với sóng truyền (đơn vị đo là W/m^2); $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ là cường độ âm ở ngưỡng nghe.

- Một GV đang giảng bài trong lớp học có mức cường độ âm là 50 dB. Hỏi cường độ âm của giọng nói GV bằng bao nhiêu?

b) Một chiếc lá rơi cách chỗ một người đang đứng khoảng 1 mét, có cường độ âm 10^{-11} W/m^2 . Mức cường độ âm của chiếc lá rơi bằng bao nhiêu?

c) Sản phẩm:

Ví dụ 5. a) Độ pH của nước cất bằng $-\log 10^{-7} = -(-7)\log 10 = 7$.

b) Nồng độ $[H^+]$ của dung dịch X bằng $20 \cdot 10^{-7} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ (mol/L)}$.

Suy ra độ pH của dung dịch X bằng $-\log(2 \cdot 10^{-6}) = -(\log 2 + \log 10^{-6}) = 6 - \log 2 \approx 5,699$.

c) Theo giả thiết, ta có $-\log[H^+] = 7,4 \Leftrightarrow \log[H^+] = -7,4 \Leftrightarrow [H^+] = 10^{-7,4}$.

Vậy nồng độ $[H^+]$ của dung dịch Y bằng $10^{-7,4} \text{ mol/L}$.

Ví dụ 6. a) Ta có $L = 50 \text{ dB}$ nên $50 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Leftrightarrow I = 10^{-7}$. Vậy cường độ âm của giọng nói GV bằng 10^{-7} W/m^2 .

b) Ta có: $L = 10 \log \frac{10^{-11}}{10^{-12}} = 10 \text{ (dB)}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu từng nhiệm vụ và yêu cầu HS hoàn thành nhiệm vụ.
- HS làm việc cặp đôi hoặc làm việc nhóm.
- GV có thể hướng dẫn HS sử dụng MTCT để hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Hệ thống hoá kiến thức đã học về lôgarit dưới dạng sơ đồ hình cây.
- Làm các bài tập trong SGK trang 14, 15.
- Tìm hiểu trước nội dung bài về hàm số mũ, hàm số lôgarit.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_a b$ bằng

- A. $5 \log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. D. $\frac{1}{5} \log_a b$.

Câu 2. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(a^2b)} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 12. D. 2.

Câu 3. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a) - \ln(2a)$ bằng

- A. $\ln a$. B. $\ln \frac{2}{3}$. C. $\ln(6a^2)$. D. $\ln \frac{3}{2}$.

Câu 4. Cho a và b là hai số thực dương thoả mãn $a^4b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng

- A. 4. B. 3. C. 16. D. 8.

Câu 5. Cho a và b là hai số thực dương thoả mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a = 4b^3$. B. $a = 3b + 4$. C. $a = 3b + 2$. D. $a = \frac{4}{b^3}$.

B. Tự luận

Câu 6. Cho $a > 0, a \neq 1$, tính giá trị của biểu thức $A = 2\log_a a^3 - 3\log_a \frac{1}{a^5} + 4\log_{a^2} a^5$.

Câu 7. Tìm điều kiện để biểu thức $f(x) = \log_2(3 - 4x)$ xác định.

Câu 8. Cho $a = \log 2$ và $b = \log 3$. Biểu thị biểu thức $A = \log_6 12$ theo a và b .

Câu 9. Cho các số thực dương a, b thoả mãn $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 23$. Chứng minh rằng: $\log \frac{a+b}{5} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

Câu 10. Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của một cái cây nào đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hoá thành nitơ 14.

Biết rằng, nếu gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cái cây sinh

trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức $P(t) = 100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5750}} (\%)$. Phân tích một

mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ là 65%. Hãy xác định niên đại của công trình kiến trúc đó.

(Nguồn: *Giải tích 12 nâng cao*, NXB Giáo dục Việt Nam, 2008).

BÀI 20. HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT

(Thời gian thực hiện: 1 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được biểu thức, tính chất và đồ thị của hàm số mũ và hàm số lôgarit. Nêu được một số ví dụ thực tế về hàm số mũ, hàm số lôgarit.
- Nhận dạng được đồ thị của các hàm số mũ, hàm số lôgarit.
- Giải thích được các tính chất của hàm số mũ, hàm số lôgarit thông qua đồ thị của chúng.
- Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với hàm số mũ và hàm số lôgarit.

2. Năng lực

- Vẽ được đồ thị của hàm số mũ, hàm số lôgarit.
- Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với hàm số mũ và hàm số lôgarit.
- Trình bày được kết quả thảo luận của nhóm, biết chia sẻ giúp đỡ bạn thực hiện nhiệm vụ học tập, biết tranh luận và bảo vệ ý kiến của mình.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết các vấn đề.
- Có ý thức làm việc cặp đôi, làm việc nhóm.
- Báo cáo chính xác kết quả HĐ cặp đôi, HĐ nhóm.

- Có tinh thần, trách nhiệm cao khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Thiết kế các phiếu học tập; Phần mềm toán học GeoGebra hoặc GSP5.

2. Học sinh:

- Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.
- Tìm hiểu những nội dung thực tiễn có liên quan đến hàm số mũ, hàm số lôgarit.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Hoạt động 1: Khởi động và hình thành kiến thức mới (8 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được sự cần thiết phải tìm hiểu, nghiên cứu về hàm số mũ và hàm số lôgarit.

b) Nội dung: HS thực hiện các nhiệm vụ mà GV đưa ra.

- Đọc các thông tin sau và trả lời các câu hỏi:

Thông tin 1. Sự tăng trưởng dân số



Hình 6.1.

(Nguồn: <https://www.shutterstock.com>)

Dân số là một trong những chỉ số quan trọng nhất của một quốc gia và tốc độ tăng trưởng dân số có thể gây ra nhiều vấn đề cho sự phát triển của một quốc gia. Khi dân số tăng nhanh, sẽ có một số vấn đề đáng lo ngại cần phải được quan tâm và giải quyết như: nguồn tài nguyên và môi trường; nền kinh tế quốc gia; an ninh lương thực; việc làm;... Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức tăng trưởng mũ $A = P.e^{rt}$, trong đó P là dân số của năm lấy làm gốc, A là dân số sau t năm và r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm.

Câu hỏi: Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm không thay đổi, em có nhận xét gì về tương quan giữa A và t ?

Thông tin 2. Lốc xoáy

Lốc xoáy là hiện tượng một luồng không khí xoáy tròn mở rộng ra từ một đám mây giông xuống tới mặt đất (Hình 6.2). Các cơn lốc xoáy thường có sức tàn phá rất lớn. Tốc độ của gió (đơn vị: dặm/giờ) gần tâm của một cơn lốc xoáy được tính bởi công thức $S = 93\log d + 65$, trong đó d (đơn vị: dặm) là quãng đường cơn lốc xoáy di chuyển được.



Hình 6.2.

(Nguồn: <https://www.shutterstock.com>)

Câu hỏi: Em có nhận xét gì về tương quan giữa S và d ?

c) Sản phẩm:

Thông tin 1. Mỗi giá trị của t cho tương ứng với một và chỉ một giá trị của A . Ngược lại, mỗi giá trị dương của A cho tương ứng với một giá trị của t .

Thông tin 2. Mỗi giá trị của d cho tương ứng với một và chỉ một giá trị của S . Ngược lại, mỗi giá trị của S cho tương ứng với một giá trị của d .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình chiếu từng thông tin và yêu cầu HS thực hiện nhiệm vụ.
- Yêu cầu HS thảo luận cặp đôi hoặc thảo luận nhóm để hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận cặp đôi hoặc thảo luận nhóm để hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS đại diện cho các cặp đôi hoặc nhóm trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc của HS, đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của các cặp đôi.
- Trên cơ sở các câu trả lời của HS, GV dẫn dắt và chốt kiến thức khái niệm hàm số mũ và hàm số lôgarit.

Hoạt động 2: Luyện tập 1 (10 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết được hàm số mũ và hàm số lôgarit trong các hàm số có công thức cho trước.

b) Nội dung: HS hoàn thành nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

Ví dụ 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số mũ? Khi đó hãy chỉ ra cơ số của hàm số đó.

- a) $y = x^{\sqrt{7}}$; b) $y = 5^x$; c) $y = 3^{-x}$; d) $y = \sqrt[3]{8^x}$.

Ví dụ 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lôgarit? Khi đó hãy chỉ ra cơ số của hàm số đó.

- a) $y = \log_2 x$; b) $y = \log_x 7$; c) $\log_{5^{-3}} x^3$; d) $y = -\log x$.

c) Sản phẩm:

Ví dụ 1. a) Không phải là hàm số mũ. b) Là hàm số mũ, cơ số bằng 5.

c) Viết lại hàm số $y = 3^{-x} = (3^{-1})^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. Đây là hàm số mũ, cơ số bằng $\frac{1}{3}$.

d) Viết lại hàm số $y = \sqrt[3]{8^x} = (2^{3x})^{\frac{1}{3}} = 2^x$. Đây là hàm số mũ, cơ số bằng 2.

Ví dụ 2. a) Là hàm số lôgarit, cơ số bằng 2. b) Không phải hàm số lôgarit vì cơ số là biến.

c) Viết lại hàm số $\log_{5^{-3}} x^3 = \frac{3}{3} \log_{5^{-1}} x = \log_{5^{-1}} x$. Đây là hàm số lôgarit, cơ số bằng 5^{-1} .

d) Viết lại hàm số $y = -\log x = \log_{10^{-1}} x$. Đây là hàm số lôgarit, cơ số bằng 10^{-1} .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu nhiệm vụ, yêu cầu HS thực hiện nhiệm vụ theo cặp đôi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động suy nghĩ và hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trình bày ý kiến, một số khác nhận xét, thảo luận; GV trình chiếu kết quả.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

Hoạt động 3: Nhận dạng đồ thị và tính chất của hàm số mũ, hàm số lôgarit (16 phút)

a) Mục tiêu: HS giải thích được các tính chất của phép tính lũy thừa với số mũ nguyên và sử dụng các tính chất của phép tính lũy thừa trong tính toán các biểu thức số.

b) Nội dung: HS hoàn thành nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

Nhiệm vụ 1. Nhóm 1 và nhóm 2: Thực hiện **HD2** trong SGK trang 16, 17.

Nhiệm vụ 2. Nhóm 3 và nhóm 4: Thực hiện **HD4** trong SGK trang 18.

c) Sản phẩm: Câu trả lời cho **HD2** và **HD4** của HS.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ**

- GV chia lớp học thành 4 nhóm.
- GV trình chiếu nhiệm vụ của từng nhóm và phát phiếu học tập cho HS làm việc cá nhân.
- HS làm việc cá nhân, sau đó làm việc nhóm.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động hoàn thành nhiệm vụ; GV quan sát, hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi đại diện nhóm 1 và nhóm 3 trình bày kết quả thực hiện nhiệm vụ.
- Tổ chức cho HS thảo luận và kiểm tra kết quả thực hiện nhiệm vụ của những HS khác.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức.
- GV nhấn mạnh cách vẽ đồ thị của hàm số mũ, hàm số lôgarit (gồm 2 bước: lập bảng giá trị của hàm số tại một số điểm và vẽ đồ thị của hàm số).

Hoạt động 4. Luyện tập 2 (8 phút)

a) **Mục tiêu:** HS vẽ được đồ thị của hàm số mũ, hàm số lôgarit.

b) **Nội dung:** HS hoàn thành nhiệm vụ mà GV đưa ra.

Ví dụ 3. Vẽ đồ thị của hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Ví dụ 4. Vẽ đồ thị của hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

c) **Sản phẩm:** Phân bài làm của HS.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ**

GV trình chiếu các ví dụ và phát giấy có lưới ô vuông cho HS, HS làm việc cá nhân.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động hoàn thành nhiệm vụ; GV quan sát, hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi đại diện HS trình bày kết quả thực hiện nhiệm vụ.
- Tổ chức cho HS thảo luận và kiểm tra kết quả thực hiện nhiệm vụ của những HS khác.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức.
- GV sử dụng phần mềm GeoGebra hoặc GSP5 để vẽ đồ thị hàm số $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ và $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)**

- Sử dụng sơ đồ tư duy để hệ thống lại kiến thức đã học về hàm số mũ, hàm số lôgarit.
- Tìm hiểu về một số vấn đề thực tiễn có liên quan đến lũy thừa với số mũ thực.
- Tìm hiểu trước nội dung còn lại của bài học.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ**A. Trắc nghiệm**

Câu 1. Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{0,7} x$. B. $y = \pi^{-x}$. C. $y = \log x$. D. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Câu 2. Cho hàm số $y = 2^x$ có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
 B. Tập giá trị của hàm số là $(0; +\infty)$.
 C. Đồ thị (C) cắt trục Ox tại đúng một điểm.
 D. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 3. Cho hàm số $y = \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} x$ có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

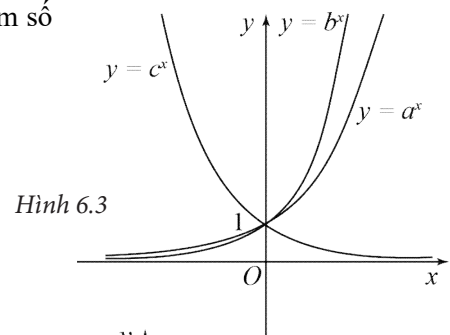
- A. Tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}$.
 B. Đồ thị (C) cắt trục Ox tại đúng một điểm.
 C. Tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 4. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1 và đồ thị của ba hàm số

$y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho bởi Hình 6.3.

Kết luận nào dưới đây là đúng đối với ba số a, b, c ?

- A. $a < b < c$.
 B. $b < c < a$.
 C. $c < b < a$.
 D. $c < a < b$.



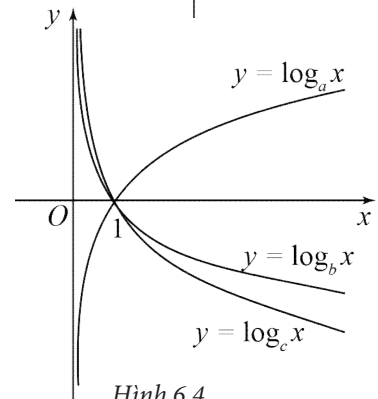
Hình 6.3

Câu 5. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1 và đồ thị của ba hàm số

$y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho bởi Hình 6.4.

Mệnh đề nào dưới đây là đúng đối với ba số a, b, c ?

- A. $c < a < b$.
 B. $b < c < a$.
 C. $c < b < a$.
 D. $a < b < c$.



Hình 6.4

B. Tự luận

Câu 6. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(4 - 3x)$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{16^{3x} - 2^{x^2}}$ có chứa tất cả bao nhiêu số nguyên?

Câu 8. Cho số thực dương a khác 1 và đồ thị của hàm số $y = \log_a(2x + 3)$ đi qua $A(3; 2)$. Phần đồ thị của hàm số đã cho với $x \in [0; 100]$, có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

Câu 9. Một căn bệnh truyền nhiễm bắt đầu lan rộng trong một thị trấn nhỏ với dân số bằng 3500 người.

Sau t ngày kể từ khi bệnh bắt đầu, số người bị nhiễm được cho bởi hàm số $N(t) = \frac{3500}{1 + 19,9e^{-0,6t}}$.

- a) Ban đầu có bao nhiêu người bị nhiễm bệnh ($t = 0$)?
 b) Tìm số người bị nhiễm sau 2 ngày, 5 ngày, 16 ngày.

Câu 10. Mức cường độ âm L được tính theo công thức $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$ (dB), trong đó I là cường độ âm,

tức là năng lượng truyền đi bởi sóng âm trong một đơn vị thời gian và qua một đơn vị diện tích bề mặt vuông góc với sóng truyền (đơn vị đo là W/m^2); $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ là cường độ âm ở ngưỡng nghe. Hãy tính mức cường độ âm mà tai người có thể nghe được, biết rằng tai người có thể nghe được âm với cường độ âm từ 10^{-12} W/m^2 đến 10 W/m^2 .

BÀI 21. PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LÔGARIT

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được khái niệm và cách giải phương trình mũ, phương trình lôgarit cơ bản.
- Nhận biết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình, bất phương trình mũ, lôgarit.
- Giải được phương trình, bất phương trình mũ, lôgarit ở dạng đơn giản.
- Giải quyết được một số vấn đề có liên quan đến môn học khác hoặc có liên quan đến thực tiễn gắn với phương trình, bất phương trình mũ, lôgarit.

2. Năng lực

Trình bày được kết quả thảo luận của nhóm, biết chia sẻ giúp đỡ bạn thực hiện nhiệm vụ học tập, biết tranh luận và bảo vệ ý kiến của mình.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức đã học để giải quyết các vấn đề.
- Có ý thức làm việc cặp đôi, làm việc nhóm.
- Báo cáo chính xác kết quả HĐ cặp đôi, HĐ nhóm.
- Có tinh thần, trách nhiệm cao khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Thiết kế các phiếu học tập; Phần mềm toán học GeoGebra hoặc GSP5.

2. Học sinh:

- Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.
- Tìm hiểu những nội dung thực tiễn có liên quan đến phương trình, bất phương trình mũ, lôgarit.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LÔGARIT

Hoạt động 1: Khởi động và hình thành kiến thức mới (12 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS nhận biết được sự cần thiết phải tìm hiểu, nghiên cứu về phương trình, bất phương trình mũ, lôgarit.

b) Nội dung: HS thực hiện các nhiệm vụ mà GV đưa ra.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Nhiệm vụ 1 (dành cho nhóm 1 và nhóm 2): Giả sử giá trị còn lại (tính theo triệu đồng) của một chiếc ô tô sau t năm sử dụng được mô hình hoá bằng công thức $V(t) = 780.(0,905)^t$. Hãy viết điều kiện thể hiện các yêu cầu sau đây:

- Hỏi nếu theo mô hình này, sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe ô tô đó còn lại là 390 triệu đồng?
- Hỏi nếu theo mô hình này, sau bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị của chiếc xe ô tô đó còn lại không quá 300 triệu đồng?

Nhiệm vụ 2 (dành cho nhóm 3 và nhóm 4): Áp suất khí quyển p (tính bằng kilôpascal, viết tắt là kPa) ở độ cao h (so với mực nước biển, tính bằng km) được tính theo công thức $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{h}{7}$. Hãy viết điều kiện thể hiện các yêu cầu sau đây:

- a) Tính áp suất khí quyển ở độ cao 4 km.
- b) Ở độ cao trên 10 km thì áp suất khí quyển sẽ như thế nào?

c) Sản phẩm: HS hoàn thành được các nhiệm vụ trong **Phiếu học tập số 1**.

Nhiệm vụ 1. a) $780 \cdot (0,905)^t = 390 \Leftrightarrow (0,905)^t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t = \log_{0,905} \frac{1}{2} \approx 6,9$ (năm).

b) $780 \cdot (0,905)^t \leq 300 \Leftrightarrow (0,905)^t \leq \frac{15}{39} \Leftrightarrow t \geq \log_{0,905} \frac{15}{39} \approx 9,6$ (năm).

Nhiệm vụ 2. a) Với $h = 4$, ta có $\ln\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{4}{7} \Rightarrow p = 100 \cdot e^{-\frac{4}{7}} \approx 56,5$ (kPa).

b) Với $h \geq 10$, ta có $\ln\left(\frac{p}{100}\right) \leq -\frac{10}{7} \Rightarrow p \leq 100 \cdot e^{-\frac{10}{7}} \approx 24$ (kPa).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp học thành 4 nhóm, GV trình chiếu và phát **Phiếu học tập số 1** cho các nhóm HS.
- Yêu cầu HS thảo luận nhóm để hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm để hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện nhóm 1 và nhóm 4 báo cáo kết quả làm việc nhóm; các nhóm và HS còn lại của nhóm 1, nhóm 4 trao đổi, thảo luận.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc của HS, đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của các nhóm.
- Trên cơ sở các câu trả lời của HS, GV dẫn dắt vào bài học mới.
- GV đặt vấn đề nghiên cứu phương trình mũ, lôgarit. GV sử dụng phần mềm toán học GeoGebra hoặc GSP5 để vẽ đồ thị hàm số $y = a^x$, $y = \log_a x$ như trong SGK nhằm giải quyết vấn đề về phương trình mũ, lôgarit cơ bản.

1. Phương trình mũ cơ bản: Phương trình mũ cơ bản có dạng $a^x = b$, với $a > 0$, $a \neq 1$.

- Nếu $b \leq 0$ thì phương trình vô nghiệm.
- Nếu $b > 0$ thì $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$.

Do đó, phương trình có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$.

2. Phương trình lôgarit cơ bản: Phương trình lôgarit cơ bản có dạng $\log_a x = b$, với $a > 0$, $a \neq 1$.

Ta có $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$ nên phương trình có nghiệm duy nhất $x = a^b$.

Hoạt động 2: Luyện tập về phương trình mũ (12 phút)

a) Mục tiêu: HS giải được các phương trình mũ ở dạng đơn giản.

b) Nội dung: HS hoàn thành nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Bài 1. Giải các phương trình sau đây:

a) $5^x = 11$; b) $5^{2x-1} - 11 = 0$; c) $3^{2x+3} = 3^{9-x}$; d) $4^{3x+2} - 8^{1-2x} = 0$.

Bài 2. Với $a > 0, a \neq 1$, hãy nêu cách giải phương trình $a^{f(x)} = a^{g(x)}$.

c) Sản phẩm:

Bài 1. a) $5^x = 11 \Leftrightarrow x = \log_5 11$. b) $5^{2x-1} - 11 = 0 \Leftrightarrow 5^{2x-1} = 11 \Leftrightarrow 2x - 1 = \log_5 11 \Leftrightarrow x = \frac{1 + \log_5 11}{2}$.

c) $3^{2x+3} = 3^{9-x} \Leftrightarrow 2x + 3 = 9 - x \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$.

d) $4^{3x+2} - 8^{1-2x} = 0 \Leftrightarrow 4^{3x+2} = 8^{1-2x} \Leftrightarrow (2^2)^{3x+2} = (2^3)^{1-2x}$

$$\Leftrightarrow 2^{2(3x+2)} = 2^{3(1-2x)} \Leftrightarrow 2(3x+2) = 3(1-2x) \Leftrightarrow 12x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{12}.$$

Bài 2. Ta có $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu và **Phát phiếu học tập số 2** cho HS; HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động suy nghĩ và hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trình bày ý kiến, một số khác nhận xét, thảo luận; GV trình chiếu kết quả.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV lưu ý với HS từng bước biến đổi để đưa phương trình về dạng phương trình mũ cơ bản.

Hoạt động 3: Luyện tập về phương trình lôgarit (19 phút)

a) Mục tiêu: HS giải được phương trình lôgarit ở dạng đơn giản.

b) Nội dung: HS hoàn thành nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 3

Bài 1. Giải các phương trình sau đây: a) $\log_2 x = -5$; b) $2\log_3(x-4) - 1 = 0$.

Bài 2. GV đưa ra bài tập: Giải phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 2) = \log_2(2x - 4)$.

Một bạn HS đã trình bày lời giải như sau:

$$\text{Ta có: } \log_2(x^2 - 3x + 2) = \log_2(2x - 4) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2x - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = 3.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = 2$ và $x = 3$.

Theo em, lời giải trên đã chính xác chưa? Nếu chưa chính xác, em hãy chỉ ra lỗi sai và cách khắc phục lỗi sai đó.

Bài 3. Cần chú ý gì khi giải phương trình có dạng $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, với $0 < a \neq 1$.

c) Sản phẩm: HS đưa ra trả lời cho **Phiếu học tập số 3**.

Bài 1. a) $\log_2 x = -5 \Leftrightarrow x = 2^{-5} \Leftrightarrow x = \frac{1}{32}$.

$$\text{b) } 2\log_3(x-4) - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_3(x-4) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x-4 = 3^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x-4 = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = 4 + \sqrt{3}.$$

Bài 2. Lời giải trên trình bày chưa chính xác ở điểm: chưa đặt điều kiện trước khi giải phương trình hoặc khi giải xong chưa tiến hành thử lại nên dẫn đến thừa nghiệm $x = 2$.

Hướng khắc phục: đặt điều kiện cho phương trình xác định trước khi giải phương trình hoặc giả thiết tạm phương trình xác định để tiến hành giải, rồi kiểm tra lại các nghiệm tìm được xem nghiệm nào là nghiệm của phương trình ban đầu.

Bài 3. Cần đặt điều kiện $f(x) > 0$ và $g(x) > 0$ trước khi giải phương trình hoặc sử dụng biến đổi tương

$$\text{đương sau đây: } \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp học thành 4 nhóm; GV trình chiếu và phát phiếu học tập cho các nhóm HS.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS tích cực, chủ động hoàn thành nhiệm vụ. GV quan sát, hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi đại diện nhóm HS trình bày kết quả thực hiện nhiệm vụ.
- Tổ chức cho HS thảo luận và kiểm tra kết quả thực hiện nhiệm vụ của những HS khác.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, đánh giá kết quả làm việc của các nhóm.
- GV nhấn mạnh các bước biến đổi để đưa phương trình về dạng phương trình lôgarit cơ bản.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Làm các bài tập trong SGK trang 24.
- Tìm hiểu trước nội dung còn lại của bài học và giải quyết vấn đề nêu ra ở phần khởi động.

TIẾT 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LÔGARIT

Hoạt động 1. Khởi động và hình thành kiến thức (9 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS củng cố kỹ năng đọc đồ thị của hàm số, giải quyết được **HD3** trang 22, SGK và biết cách biện luận bất phương trình mũ cơ bản.

b) Nội dung: HS hoàn thành các nhiệm vụ mà GV đưa ra.

Nhiệm vụ 1. Giải quyết nhiệm vụ ở **HD3** trang 22, SGK.

Nhiệm vụ 2. Dựa vào vị trí tương đối của đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$, và đường thẳng $y = b$, hãy viết tập nghiệm của các bất phương trình để hoàn thành bảng dưới đây:

Giá trị của b	$a > 1$		$0 < a < 1$	
	$a^x > b$	$a^x < b$	$a^x > b$	$a^x < b$
$b \leq 0$				
$b > 0$				

c) Sản phẩm:

Nhiệm vụ 1. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ nằm phía trên đường thẳng $y = 4$ khi và chỉ khi $x \in (2; +\infty)$. Do đó, tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 4$ là $S = (2; +\infty)$.

Nhiệm vụ 2.

Giá trị của b	$a > 1$		$0 < a < 1$	
	$a^x > b$	$a^x < b$	$a^x > b$	$a^x < b$
$b \leq 0$	$S = \mathbb{R}$	$S = \emptyset$	$S = \mathbb{R}$	$S = \emptyset$
$b > 0$	$S = (\log_a b; +\infty)$	$S = (-\infty; \log_a b)$	$S = (-\infty; \log_a b)$	$S = (\log_a b; +\infty)$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu đồ thị của hàm số $y = a^x$ ứng với hai trường hợp ($a > 1$ và $0 < a < 1$) và phát phiếu học tập cho HS. HS làm việc cặp đôi hoặc làm việc nhóm để hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức về bất phương trình mũ cơ bản.

Hoạt động 2. Luyện tập về bất phương trình mũ (11 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS giải được bất phương trình mũ ở dạng đơn giản.

b) Nội dung: HS thực hiện các nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1

Bài 1. Giải các bất phương trình sau: a) $3^x > 4$; b) $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} \leq \frac{25}{4}$.

Bài 2. Giải các bất phương trình sau: a) $5^{3x-1} - 5^{7-x} \geq 0$; b) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-2} > \left(\frac{49}{9}\right)^{x-5}$.

c) Sản phẩm:

Bài 1. a) $3^x > 4 \Leftrightarrow x > \log_3 4$. b) $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} \leq \frac{25}{4} \Leftrightarrow x-1 \geq \log_{\frac{2}{5}}\left(\frac{25}{4}\right) \Leftrightarrow x-1 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -1$.

Bài 2. a) $5^{3x-1} - 5^{7-x} \geq 0 \Leftrightarrow 5^{3x-1} \geq 5^{7-x} \Leftrightarrow 3x-1 \geq 7-x \Leftrightarrow 4x \geq 8 \Leftrightarrow x \geq 2$.

b) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-2} > \left(\frac{49}{9}\right)^{x-5} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^{3x-2} > \left(\frac{3}{7}\right)^{-2(x-5)} \Leftrightarrow 3x-2 < -2(x-5) \Leftrightarrow 5x < 12 \Leftrightarrow x < \frac{12}{5}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu từng nhiệm vụ và yêu cầu HS hoàn thành. HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức.

Hoạt động 3. Hình thành kiến thức (9 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS hình thành công thức nghiệm của bất phương trình lôgarit cơ bản.

b) Nội dung: HS thực hiện các nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

Nhiệm vụ 1. Giải quyết nhiệm vụ ở HĐ4 trang 23, SGK.

Nhiệm vụ 2. Dựa vào vị trí tương đối của đồ thị của hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a \neq 1$, và đường thẳng $y = b$, hãy viết tập nghiệm của các bất phương trình để hoàn thành bảng dưới đây:

$a > 1$		$0 < a < 1$	
$\log_a x > b$	$\log_a x < b$	$\log_a x > b$	$\log_a x < b$

c) Sản phẩm:

Nhiệm vụ 1. Đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ nằm phía trên đường thẳng $y = 2$ khi và chỉ khi $x \in (4; +\infty)$. Do đó, tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 2$ là $(4; +\infty)$.

Nhiệm vụ 2.

$a > 1$		$0 < a < 1$	
$\log_a x > b$	$\log_a x < b$	$\log_a x > b$	$\log_a x < b$
$S = (a^b; +\infty)$	$S = (0; a^b)$	$S = (0; a^b)$	$S = (a^b; +\infty)$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chiếu đồ thị hàm số $y = \log_a x$ ứng với hai trường hợp ($a > 1$ và $0 < a < 1$) và phát phiếu học tập cho HS. HS làm việc cặp đôi hoặc làm việc nhóm.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức.

Hoạt động 4. Luyện tập về bất phương trình lôgarit (14 phút)

a) Mục tiêu: Giúp HS giải được bất phương trình lôgarit ở dạng đơn giản.

b) Nội dung: HS thực hiện các nhiệm vụ học tập mà GV đưa ra.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2

Bài 1. Giải các bất phương trình sau: a) $\log_3(x+5) \geq 2$; b) $2\log_{\frac{1}{3}}(4x-5) - 1 \geq 0$.

Bài 2. Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_{0,3}(2x+1) \leq \log_{0,3}(3x-4)$; b) $2\log_4(x+1) - \log_2(2x-7) \leq 1$.

c) Sản phẩm:

Bài 1. a) $\log_3(x+5) \geq 2 \Leftrightarrow x+5 \geq 3^2 \Leftrightarrow x \geq 4$.

$$b) 2\log_{\frac{1}{3}}(4x-5) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}(4x-5) \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-5 > 0 \\ 4x-5 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < x \leq \frac{5+\sqrt{3^{-1}}}{4}.$$

Bài 2. a) $\log_{0,3}(2x+1) \leq \log_{0,3}(3x-4) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4 > 0 \\ 2x+1 \geq 3x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{4}{3} < x < 5$.

$$b) \text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{7}{2}.$$

Với điều kiện trên, ta có: $2\log_4(x+1) - \log_2(2x-7) \leq 1 \Leftrightarrow \log_2(x+1) \leq 1 + \log_2(2x-7)$
 $\Leftrightarrow \log_2(x+1) \leq \log_2[2(2x-7)] \Leftrightarrow x+1 \leq 2(2x-7) \Leftrightarrow x \geq 5.$

Kết hợp với điều kiện ban đầu, ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = [5; +\infty).$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình chiếu từng nhiệm vụ và yêu cầu HS hoàn thành. HS làm việc cá nhân hoặc cặp đôi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS chủ động, tích cực thực hiện nhiệm vụ.
- GV quan sát HS thực hiện nhiệm vụ và có biện pháp hỗ trợ đối với những HS gặp khó khăn.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV tổ chức cho HS báo cáo, thảo luận kết quả thực hiện nhiệm vụ.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét tinh thần, thái độ làm việc và đánh giá kết quả thực hiện nhiệm vụ của HS.
- GV chốt kiến thức và trình chiếu lại các bài toán ở phần **Khởi động** trong tiết 1 để HS giải quyết một cách triệt để các bài toán đó.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Sử dụng sơ đồ tư duy hệ thống hoá kiến thức đã học về phương trình, bất phương trình mũ, lôgarit.
- Làm các bài tập trong SGK trang 24, 25, 26.
- Tìm hiểu trước nội dung còn lại của bài học.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là

- A. $x = 3.$ B. $x = 2.$ C. $x = 1.$ D. $x = -1.$

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

- A. $x = \frac{8}{5}.$ B. $x = \frac{9}{5}.$ C. $x = 9.$ D. $x = 8.$

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là

- A. $[-1; 1].$ B. $(-\infty; 1].$ C. $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}].$ D. $[1; +\infty).$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+3) \leq 5$ là

- A. $(-\infty; 29].$ B. $(-3; 29].$ C. $(-3; 22].$ D. $(-3; 32].$

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(1-x) > \log_{\frac{1}{2}}(3x+2)$ là

- A. $\left(-\frac{1}{4}; 1\right).$ B. $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right).$ C. $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right).$ D. $\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{4}\right).$

B. Tự luận

Câu 6. Giải phương trình $(\log_2 x - 3)(2\log_2 x + 5) = 0.$

Câu 7. Giải phương trình $(2^x - 4)(3 \cdot 2^x - 7) = 0.$

Câu 8. Giải bất phương trình $\log_3(5x+4) - \log_3 x - \log_3(x-2) \leq 1.$

Câu 9. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x.$

Câu 10. Tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $(3^{x^2} - 9^x)[\log_3(x+25) - 3] \leq 0.$

CHƯƠNG VII. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 11 bộ “*Kết nối tri thức với cuộc sống*”)

BÀI 22. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được khái niệm góc giữa hai đường thẳng, hai đường thẳng vuông góc.
- Mô tả được một số tình huống thực tế về mối quan hệ góc, vuông góc của hai đường thẳng trong không gian.
- Vận dụng được khái niệm đã học để chứng minh được hai đường thẳng vuông góc trong không gian ở một số tình huống đơn giản.

2. Năng lực

- HS nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề. Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện toán học.
- Biểu diễn được góc giữa hai đường thẳng chéo nhau.
- Trình bày được kết quả thảo luận nhóm, HĐ nhóm, biết tranh luận và bảo vệ ý kiến của mình.
- HS trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác.
- Sử dụng được một cách hợp lý ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường để biểu đạt cách suy nghĩ, lập luận, chứng minh các khẳng định toán học.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức làm việc nhóm, báo cáo chính xác kết quả HĐ của nhóm.
- Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy tính, máy chiếu, bài tập, hệ thống câu hỏi.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu các nội dung thực tiễn liên quan đến khái niệm góc, vuông góc của hai đường thẳng trong không gian trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Hoạt động 1: Khởi động (5 phút)

a) Mục tiêu: GV giới thiệu các mô hình hai đường thẳng vuông góc trong thực tiễn; HS được ôn lại khái niệm đã biết về góc giữa hai đường thẳng.

b) Nội dung: GV chiếu, giới thiệu các mô hình thực tế về hai đường thẳng vuông góc trong không gian và yêu cầu HS nhắc lại khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong mặt phẳng.

c) Sản phẩm: HS trình bày khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong mặt phẳng: Góc giữa hai đường thẳng cắt nhau, góc giữa hai đường thẳng song song, góc giữa hai đường thẳng trùng nhau.

Cụ thể, góc giữa hai đường thẳng song song bằng 0° ; Góc giữa hai đường thẳng trùng nhau bằng 0° ; Góc giữa hai đường thẳng cắt nhau là góc có số đo nhỏ nhất trong bốn góc được tạo thành.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS nhắc lại khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong mặt phẳng: Góc giữa hai đường thẳng cắt nhau, góc giữa hai đường thẳng song song, góc giữa hai đường thẳng trùng nhau.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, trả lời câu hỏi mà GV yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào bài học mới như sau: Xác định góc giữa hai đường thẳng chéo nhau như thế nào?

Hoạt động 2: Tiếp cận khái niệm góc giữa hai đường thẳng chéo nhau (10 phút)

a) Mục tiêu: Tiếp cận khái niệm góc giữa hai đường thẳng chéo nhau trong không gian.

b) Nội dung: HS thực hiện và hoàn thành các nhiệm vụ theo các chỉ dẫn của GV.

c) Sản phẩm: HS biết được tính chất:

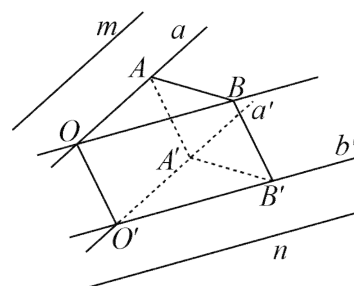
Trong không gian, cho hai đường thẳng chéo nhau m và n . Từ hai điểm phân biệt O, O' tùy ý lần lượt kẻ các cặp đường thẳng a, b và a', b' tương ứng song song với m, n . Khi đó góc giữa hai đường thẳng a, b bằng góc giữa hai đường thẳng a', b' .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV giao nhiệm vụ: Trong không gian, cho hai đường thẳng chéo nhau m và n . Từ hai điểm phân biệt O, O' tùy ý lần lượt kẻ các cặp đường thẳng a, b và a', b' tương ứng song song với m, n .

- Mỗi cặp đường thẳng a, a' và b, b' có cùng thuộc một mặt phẳng hay không?
- Lấy các điểm A, B (khác O) tương ứng thuộc a, b sao cho $\widehat{AOB} \leq 90^\circ$. Đường thẳng qua A song song với OO' cắt a' tại A' , đường thẳng qua B song song với OO' cắt b' tại B' . Giải thích vì sao $OAA'O', OBB'O', ABB'A'$ là các hình bình hành.
- So sánh góc giữa hai đường thẳng a, b và góc giữa hai đường thẳng a', b' .



Hình 7.1

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- GV chiếu nội dung câu hỏi, yêu cầu HS hoàn thành.
- HS quan sát làm theo phân công, hướng dẫn của GV để hoàn thành nhiệm vụ. GV quan sát, giúp đỡ HS hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ:

Trong không gian, cho hai đường thẳng chéo nhau m và n . Từ hai điểm phân biệt O, O' tùy ý lần lượt kẻ các cặp đường thẳng a, b và a', b' tương ứng song song với m, n . Khi đó góc giữa hai đường thẳng a, b bằng góc giữa hai đường thẳng a', b' .

- **Kết luận:** Số đo góc giữa hai đường thẳng a, b không phụ thuộc vào vị trí của điểm O và đó cũng là số đo góc giữa hai đường thẳng chéo nhau m, n .

Hoạt động 3: Nhận biết khái niệm góc giữa hai đường thẳng chéo nhau (10 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết được khái niệm góc giữa hai đường thẳng chéo nhau trong không gian.

b) Nội dung: HS thực hiện và hoàn thành các nhiệm vụ theo các chỉ dẫn của GV.

c) Sản phẩm:

- Khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong không gian: Góc giữa hai đường thẳng m và n trong không gian, kí hiệu (m, n) , là góc giữa hai đường thẳng a và b cùng đi qua một điểm, tương ứng song song với m và n .

- Trả lời câu hỏi của HS trong nhiệm vụ thứ nhất:

Theo khái niệm góc giữa hai đường thẳng: $(m, b) = (a', b') = (a, b) = (m, n)$; $(a, b') = (m, n) = (a, b)$; $(a', b) = (m, n) = (a, b)$. Vậy ta có $(m, n) = (m, b) = (a, b') = (a', b)$.

- Lời giải Ví dụ 1.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình bày khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong không gian.

- GV giao nhiệm vụ thứ nhất: Trong không gian, cho hai đường thẳng chéo nhau m và n . Từ hai điểm phân biệt O, O' tùy ý lần lượt kẻ các cặp đường thẳng a, b và a', b' tương ứng song song với m, n . So sánh góc giữa các cặp đường thẳng: (m, n) , (m, b) , (a, b') và (a', b) (Hình 7.1).

- GV giao nhiệm vụ thứ hai:

Ví dụ 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các mặt là các hình vuông. Tính các góc (AD, CC') , $(A'C', AD)$, $(AB', A'C')$ (Hình 7.2).

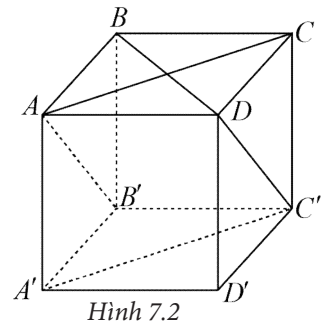
- HS quan sát và hoàn thành nhiệm vụ theo phân công, hướng dẫn của GV.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- GV giao nhiệm vụ cho HS; HS đọc đề, suy nghĩ tìm câu trả lời.

- GV gợi ý HS thực hiện nhiệm vụ thứ nhất: Sử dụng khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong không gian.

- GV gợi ý HS thực hiện nhiệm vụ thứ hai: Sử dụng các cặp đoạn thẳng song song của hình hộp để quy về cặp đường thẳng cắt nhau.



Hình 7.2

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

- Với nhiệm vụ thứ nhất: GV gọi một HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

- Với nhiệm vụ thứ hai: GV cho HS thảo luận theo cặp đôi sau đó gọi 3 HS lên bảng trình bày. HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- Sau khi HS hoàn thành nhiệm vụ thứ nhất GV hướng dẫn HS đi đến kết luận:

- Để xác định góc giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b' , ta có thể lấy một điểm O thuộc đường thẳng a và qua đó kẻ đường thẳng b song song với b' . Khi đó $(a, b') = (a, b)$.
- Với hai đường thẳng m, n bất kì: $0^\circ \leq (m, n) \leq 90^\circ$.

- Nếu a song song hoặc trùng với a' và b song song hoặc trùng với b' thì (a, b) và (a', b') bằng nhau.

- Sau khi HS hoàn thành nhiệm vụ thứ hai, GV nhận xét, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

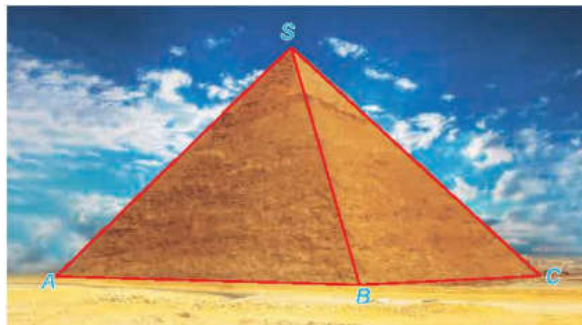
Hoạt động 4: Vận dụng (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Cùng cố khái niệm góc giữa hai đường thẳng chéo nhau trong không gian.

b) **Nội dung:** Giải **Vận dụng**, trang 29, SGK.

Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng 230 m, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng 219 m (kích thước hiện nay). (Theo *britannica.com*).

Tính (gần đúng) góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp (Hình 7.3).



Hình 7.3

c) **Sản phẩm:** Lời giải **Vận dụng** trang 29, SGK.

Do $CD \parallel AB$ nên $(SC, AB) = (SC, CD)$.

Tam giác SCD có $SC = SD = 219$ m, $CD = 230$ m nên theo định lí côsin

$$\text{ta có: } \cos \widehat{SCD} = \frac{SC^2 + CD^2 - SD^2}{2SC \cdot CD} = \frac{CD}{2SC} = \frac{230}{438} \Rightarrow \widehat{SCD} \approx 58^\circ 19' 26.66''.$$

Vậy $(SC, AB) = (SC, CD) = \widehat{SCD} \approx 58^\circ 19' 26.66''$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV giao bài tập **Vận dụng**; HS suy nghĩ, tìm cách giải.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc đề bài, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi. GV quan sát hỗ trợ HS làm bài.
- GV hướng dẫn HS xét đủ 3 trường hợp: Góc A nhọn, góc A tù, góc A vuông.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

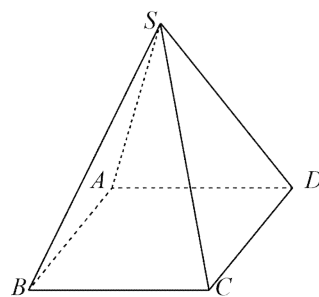
GV gọi đại diện một nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chỉnh sửa lời giải nhấn mạnh kiến thức cần nhớ.

* **Hướng dẫn tự học ở nhà (5 phút):**

- Ghi nhớ khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong không gian, gồm 4 trường hợp: Hai đường thẳng chéo nhau; hai đường thẳng song song; hai đường thẳng trùng nhau; hai đường thẳng cắt nhau.
- Làm **Bài tập 7.1** (trang 30, SGK).



Hình 7.4

TIẾT 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

Hoạt động 5: Tiếp cận khái niệm hai đường thẳng vuông góc (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Tiếp cận khái niệm hai đường thẳng vuông góc.

b) **Nội dung:** HĐ2 trang 29, SGK.

Đối với hai cánh cửa ở trong Hình 7.5, hãy tính góc giữa hai đường mép cửa BC và MN .

c) **Sản phẩm:** Câu trả lời của HS về chứng minh BC vuông góc với MN .



Hình 7.5

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thực hiện **HD2**, HS đọc đề, suy nghĩ tìm cách giải.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS chứng minh BC vuông góc với MN .

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS. Trên cơ sở đó nhấn mạnh: Cho dù khi hai cánh cửa xoay quanh trục thì BC luôn vuông góc với MN .

Hoạt động 6: Nhận biết khái niệm hai đường thẳng vuông góc (10 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết khái niệm hai đường thẳng vuông góc.

b) Nội dung:

- GV trình bày (hoặc giao cho HS trình bày) khái niệm hai đường thẳng vuông góc: Hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau, kí hiệu $a \perp b$, nếu góc giữa chúng bằng 90° .
- HS giải bài tập sau:

Ví dụ 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Chứng minh rằng $AC \perp B'D'$.

c) Sản phẩm: Khái niệm hai đường thẳng vuông góc và lời giải **Ví dụ 2**.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình bày (hoặc giao cho HS trình bày) khái niệm hai đường thẳng vuông góc.
- HS đọc đề, suy nghĩ tìm cách giải **Ví dụ 2**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS chứng minh AC vuông góc với $B'D'$.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS.

Hoạt động 7: Luyện tập (25 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng khái niệm hai đường thẳng vuông góc.

b) Nội dung: HS giải **Luyện tập 1** (trang 30, SGK) và bài tập tổng hợp theo **Phiếu học tập**:

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = AD = a, SD = a\sqrt{2}, SB = a\sqrt{5}$.

- Chứng minh SA và BC vuông góc với nhau.
- Tính góc giữa SD và BC .
- Tìm độ dài AB để SA vuông góc với CD .

c) Sản phẩm: Lời giải **Luyện tập 1** và **Ví dụ 3**.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS đọc đề, suy nghĩ tìm cách giải **Luyện tập 1** và **Ví dụ 3**.

- GV hướng dẫn HS tìm lời giải.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận nhóm đôi để tìm cách giải. GV quan sát, hướng dẫn HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi 4 HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS, chốt kiến thức, HS ghi nhớ các khái niệm đã học.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (5 phút):

- GV nhắc lại khái niệm hai đường thẳng vuông góc.
- HS làm bài tập về nhà: Từ **Bài tập 7.2** đến **Bài tập 7.4** (trang 30, SGK).
- HS về nhà đọc trước bài mới: “*Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng*”.

BÀI 23. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được khái niệm đường thẳng vuông góc với mặt phẳng; điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.
- Vận dụng kiến thức về quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng vào thực tế.

2. Năng lực

- Biểu diễn được mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.
- Trình bày được kết quả thảo luận nhóm, HĐ nhóm, biết tranh luận và bảo vệ ý kiến của mình.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn; có ý thức làm việc nhóm; có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.
- Báo cáo chính xác kết quả HĐ của nhóm.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Giáo viên:** Máy tính, máy chiếu, bài tập, hệ thống câu hỏi.

2. **Học sinh:** Đồ dùng học tập, tìm hiểu các nội dung thực tiễn liên quan đến khái niệm đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG

Hoạt động 1: Khởi động (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Tiếp cận khái niệm đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

b) **Nội dung:** HS trả lời **HĐ1** trang 31, SGK:

Đối với cánh cửa như trong Hình 7.6 khi đóng – mở cánh cửa, ta coi mép dưới BC của cánh cửa luôn sát sàn nhà (khe hở không đáng kể).



Hình 7.6

a) Từ quan sát trên, hãy giải thích vì sao đường thẳng AB vuông góc với mọi đường thẳng đi qua B trên sàn nhà.

b) Giải thích vì sao đường thẳng AB vuông góc với mọi đường thẳng trên sàn nhà.

c) Sản phẩm: Phần trả lời câu hỏi **HD1** trang 31, SGK:

- a) Khi cánh cửa quay quanh trục quay AB thì đường thẳng chứa cạnh BC (đi qua B) quét toàn bộ mặt sàn nhà. Vì vậy AB vuông góc với mọi đường thẳng đi qua B trên sàn nhà.
- b) Với mọi đường thẳng d trên sàn luôn tồn tại một đường thẳng d' trên sàn đi qua B song song hoặc trùng với d . Khi đó $(AB, d) = (AB, d') = 90^\circ$ hay $AB \perp d$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS trả lời **HD1**, GV định hướng, hướng dẫn HS hoàn thành nhiệm vụ:

- a) Khi cánh cửa quay quanh trục AB thì chuyển động của cạnh BC như thế nào?
- b) GV nhắc lại tiên đề Euclid về quan hệ song song.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả của HS, dẫn dắt HS đến khái niệm mới: Đường thẳng AB vuông góc với mặt sàn.

Hoạt động 2: Nhận biết khái niệm đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (10 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết khái niệm đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

b) Nội dung: HS thực hiện và hoàn thành các nhiệm vụ theo các chỉ dẫn của GV.

c) Sản phẩm:

- HS biết khái niệm đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: Đường thẳng Δ được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu Δ vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (P) .
- HS trả lời được câu hỏi: Nếu đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) vuông góc với nhau thì chúng có cắt nhau hay không?

Giả sử đường thẳng Δ không cắt mặt phẳng (P) thì Δ song song hoặc nằm trong phẳng (P) . Khi đó tồn tại một đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời $\Delta \parallel d$. Suy ra $(\Delta, d) = 0^\circ$.

Mặt khác $\begin{cases} \Delta \perp (P) \\ (P) \supset d \end{cases} \Rightarrow \Delta \perp d$. Từ đó dẫn tới mâu thuẫn.

Vậy nếu đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) vuông góc với nhau thì chúng có cắt nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV trình bày khái niệm đường thẳng vuông góc với mặt phẳng sau đó yêu cầu HS trả lời câu hỏi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc hiểu, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên bảng, các HS khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

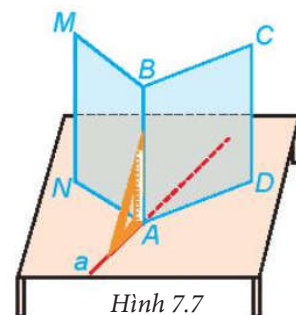
GV nhận xét quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

Hoạt động 3: Tiếp cận điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Tiếp cận điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

b) **Nội dung:** HS trả lời **HD2** trang 32, SGK.

Gấp tấm bìa cứng hình chữ nhật sao cho nếp gấp chia tấm bìa thành hai hình chữ nhật, sau đó đặt nó lên mặt bàn như Hình 7.7.



Hình 7.7

a) Bằng cách trên, ta tạo đường thẳng AB vuông góc với hai đường thẳng nào thuộc mặt bàn?

b) Trên mặt bàn, qua điểm A kẻ một đường thẳng a tùy ý. Dùng ê ke, hãy kiểm tra trên mô hình xem AB có vuông góc với a hay không?

c) **Sản phẩm:** Phần trả lời **HD2** trang 32, SGK:

a) AB vuông góc với AN và AD .

b) Thực nghiệm cho thấy AB vuông góc với đường thẳng a .

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV phân công HS thực hiện thực nghiệm theo nội dung **HD2**.
- GV giao cho HS chuẩn bị dụng cụ: một tấm bìa cứng hình chữ nhật được gấp đôi, một tấm kính (hoặc bảng trắng), một thước ê ke. Sau đó yêu cầu một HS lên thực nghiệm và các HS khác quan sát, ghi chép.
- GV định hướng, hướng dẫn HS hoàn thành nhiệm vụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS được gọi lên bảng thao tác theo yêu cầu của HĐ, thực hành và trả lời câu hỏi. Các HS khác chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS thực nghiệm đồng trả lời câu hỏi: HS đặt tấm kính (hoặc bảng trắng) lên mặt bàn, sau đó đặt tấm bìa lên kính như hình vẽ. HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả, trên cơ sở đó dẫn dắt HS đến khái niệm mới: Đường thẳng AB vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc cùng một mặt phẳng thì vuông góc với mặt phẳng đó.

Hoạt động 4: Nhận biết điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Nhận biết điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.

b) **Nội dung:** HS thực hiện và hoàn thành các nhiệm vụ theo các chỉ dẫn của GV.

c) **Sản phẩm:**

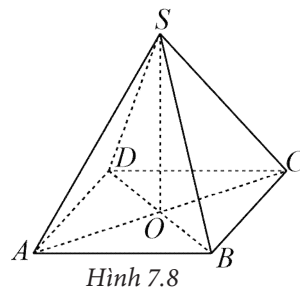
- Điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc cùng một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng đó.
- Trả lời câu hỏi: Nếu một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của một tam giác thì đường thẳng đó có vuông góc với cạnh còn lại hay không?
- Lời giải **Luyện tập 1** trang 32, SGK.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV trình bày (hoặc giao cho HS trình bày) kết luận sau thực nghiệm **HD2**.

- GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi: Nếu một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của một tam giác thì đường thẳng đó có vuông góc với cạnh còn lại hay không?
- **Luyện tập 1:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , $SA = SC$ và $SB = SD$. Chứng minh rằng $SO \perp (ABCD)$.



Hình 7.8

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS đọc hiểu, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu. GV quan sát, giúp đỡ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi 2 HS lên bảng trình bày, các HS khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

Hoạt động 5: Vận dụng (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Củng cố phương pháp chứng minh một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Giải **Vận dụng** trang 33, SGK.

Khi làm cột treo quần áo, ta có thể tạo hai thanh để thẳng đặt dưới sàn nhà và dựng cột treo vuông góc với hai thanh để đó (Hình 7.9). Hãy giải thích vì sao bằng cách đó ta có được cột treo vuông góc với sàn nhà.

c) **Sản phẩm:** Trả lời câu hỏi **Vận dụng** trang 33, SGK.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV giao **Vận dụng** trang 33, SGK, HS suy nghĩ, tìm câu trả lời.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS đọc đề bài, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi, GV quan sát hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện một nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chỉnh sửa lời giải, nhấn mạnh kiến thức cần nhớ.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (5 phút):

- Ghi nhớ khái niệm, cách chứng minh một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng.
- Làm **Bài tập 7.5** và **7.6** (trang 34, SGK).



Hình 7.9

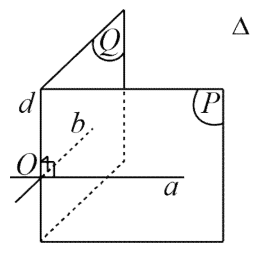
TIẾT 2. TÍNH CHẤT VỀ MỐI QUAN HỆ VUÔNG GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Hoạt động 6: Nhận biết tính chất 1 về mối quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (25 phút)

a) **Mục tiêu:** Nhận biết tính chất: “Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước”.

b) **Nội dung:**

- **HĐ3** trang 33, SGK: Cho điểm O và đường thẳng Δ không đi qua O . Gọi d là đường thẳng đi qua O và song song với Δ . Xét hai mặt phẳng phân biệt tùy ý (P) và (Q) cùng chứa d . Trong các mặt phẳng (P) , (Q) tương



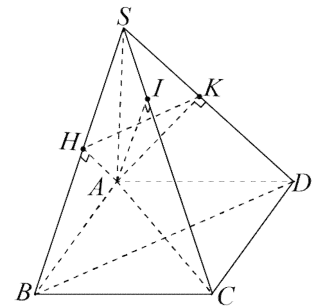
Hình 7.10

ứng kẻ các đường thẳng a, b cùng đi qua O và vuông góc với d (Hình.7.10). Giải thích vì sao $mp(a, b)$ đi qua O và vuông góc với Δ .

- Bài tập theo **Phiếu học tập**:

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC, SD .

- Chứng minh rằng $AH \perp (SBC)$, $AK \perp (SDC)$.
- Chứng minh rằng bốn điểm A, H, I, K đồng phẳng.



Hình 7.11

c) **Sản phẩm**: Trả lời **HD3** và giải bài tập trong **Phiếu học tập**.

d) **Tổ chức thực hiện**:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS thực hiện **HD3**. HS đọc đề, suy nghĩ tìm cách giải bài tập vận dụng.
- GV hướng dẫn HS:
 - + **HD3**: Đường thẳng nào vuông góc với hai đường a, b ? Đường thẳng nào song song với Δ ?
 - + **Phiếu bài tập**: Để chứng minh bốn điểm A, H, I, K đồng phẳng ta chứng minh hai mặt phẳng (AHI) và (AKI) cùng vuông góc với SC .

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS đọc hiểu, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi 3 HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS. Sau đó nhấn mạnh lại các tính chất vừa học.

Hoạt động 7: Nhận biết tính chất 2 về mối quan hệ vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (20 phút)

a) **Mục tiêu**: Nhận biết tính chất “*Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước*”.

b) **Nội dung**:

- **HD4** trang 34, SGK.
- **Luyện tập 2** trang 34, SGK: Cho ba điểm phân biệt A, B, C sao cho các đường thẳng AB và AC cùng vuông góc với một mặt phẳng (P) . Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng.

c) **Sản phẩm**: Trả lời câu hỏi của **HD4** và **Luyện tập 2**.

d) **Tổ chức thực hiện**:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thực hiện **HD4**. HS đọc đề, suy nghĩ tìm cách giải **Luyện tập 2**. GV hướng dẫn HS.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS đọc hiểu, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi 3 HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS. Sau đó nhấn mạnh lại các tính chất vừa học.

TIẾT 3. LIÊN HỆ GIỮA QUAN HỆ SONG SONG VÀ QUAN HỆ VUÔNG GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Hoạt động 8: Liên hệ giữa quan hệ song song, quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng (25 phút)

a) Mục tiêu: củng cố kiến thức và kỹ năng đã học ở hai tiết trên. Ngoài ra, từ đó có thể rút ra các tính chất về mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.

b) Nội dung: HS tham gia 6 HĐ: **HĐ5, HĐ6, HĐ7, HĐ8, HĐ9, HĐ10** trang 34, 35, 36, SGK.

c) Sản phẩm: Trả lời câu hỏi của **HĐ5, HĐ6, HĐ7, HĐ8, HĐ9, HĐ10**. Từ đó đưa ra các tính chất:

- Nếu đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) thì các đường thẳng song song với a cũng vuông góc với (P) .
- Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- Nếu đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) thì Δ cũng vuông góc với các mặt phẳng song song với (P) .
- Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- Nếu đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) thì Δ vuông góc với mọi đường thẳng song song với (P) .
- Nếu đường thẳng a và mặt phẳng (P) cùng vuông góc với một đường thẳng Δ thì a nằm trong (P) hoặc song song với (P) .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp học thành 6 nhóm tương ứng với **HĐ5, HĐ6, HĐ7, HĐ8, HĐ9, HĐ10**. Từ đó HS đưa ra các tính chất liên quan.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận nhóm, trình bày câu trả lời và cử người đại diện thuyết trình.
- GV giám sát, hướng dẫn HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi 6 HS đại diện cho 6 nhóm lần lượt lên bảng trình bày, HS nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

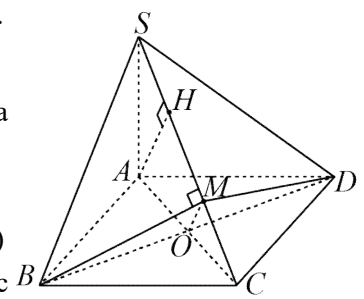
GV nhận xét quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

Hoạt động 9: Luyện tập (15 phút)

a) Mục tiêu: Liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.

b) Nội dung: HS giải **Luyện tập 4** trang 36, SGK:

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$ (Hình 7.12). Kẻ AH vuông góc với SC (H thuộc SC), BM vuông góc với SC (M thuộc SC). Chứng minh rằng $SC \perp (MBD)$ và $AH \parallel (MBD)$.



Hình 7.12

c) Sản phẩm: Do $ABCD$ là hình vuông nên ta có BD vuông góc với AC , mặt khác BD vuông góc với SA (do SA vuông góc với mặt phẳng đáy chứa BD) và AC, SC cắt nhau. Từ đó dẫn đến BD vuông góc với mặt phẳng (SAC) . Mà $SC \subset (SAC)$ nên ta có SC vuông góc với BD . Lại có SC vuông góc với BM và BM, BD cắt nhau nên ta có mặt phẳng (BMD) vuông góc với SC . Mà AH cũng vuông góc với SC và $A \notin (BMD)$ suy ra AH song song với mặt phẳng (BMD) .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS đọc đề, suy nghĩ tìm cách giải **Luyện tập 4**. GV hướng dẫn HS tìm lời giải:

- + Để chứng minh SC vuông góc với mặt phẳng (BMD) ta cần chứng minh điều gì?
- + Trong hình vuông $ABCD$, hai đường chéo AC và BD có quan hệ gì?
- + Trong 6 tính chất ở trên, tính chất nào cho kết luận đường thẳng và mặt phẳng song song?
- + Đường thẳng AH và mặt phẳng (BMD) có cùng vuông góc với đường thẳng nào không?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận nhóm đôi để tìm cách giải. GV quan sát, hướng dẫn HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS, chốt kiến thức, HS ghi nhớ các khái niệm đã học.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (5 phút):**

- GV nhắc lại các tính chất đã học trong bài.
- HS làm bài tập về nhà: Từ **Bài tập 7.5** đến **Bài tập 7.9** trang 36, SGK.
- HS về nhà đọc trước bài mới: “*Phép chiếu vuông góc, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng*”.

BÀI 24. PHÉP CHIẾU VUÔNG GÓC, GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được khái niệm phép chiếu vuông góc; góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.
- Mô tả được hình chiếu song song, hình chiếu vuông góc của một đường thẳng lên mặt phẳng, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng trong một số hình ảnh thực tế.
- Biết tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong một số trường hợp đơn giản.

2. Năng lực

- Sử dụng được MTCT để tính toán.
- Biểu diễn được hình chiếu vuông góc, hình chiếu song song của một đường thẳng lên mặt phẳng.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức làm việc nhóm, báo cáo chính xác kết quả HĐ của nhóm.
- Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Giáo viên:** Máy tính, máy chiếu, phiếu học tập.
2. **Học sinh:** Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

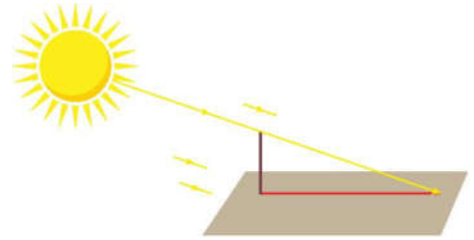
TIẾT 1. PHÉP CHIẾU VUÔNG GÓC

Hoạt động 1: Phép chiếu vuông góc (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Củng cố khái niệm phép chiếu song song, nhận biết khái niệm phép chiếu vuông góc.

b) **Nội dung:** HD1 trang 38 và HD2 trang 39, SGK.

- **HD1:** Trên sân phẳng có một cây cột thẳng vuông góc với mặt sân (Hình 7.13).

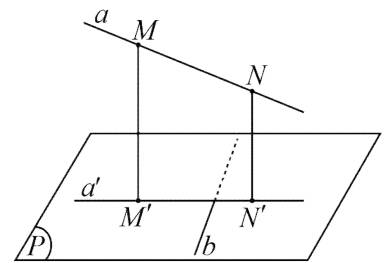


Hình 7.13

a) Dưới ánh sáng mặt trời, bóng của cây cột trên sân có thể được nhìn như là hình chiếu của cây cột qua một phép chiếu song song hay không?

b) Khi tia sáng mặt trời vuông góc với mặt sân, liệu ta có thể quan sát được bóng của cây cột trên sân hay không?

- **HD2:** Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) không vuông góc với nhau. Xét b là một đường thẳng nằm trong (P) . Trên a , lấy hai điểm M, N tùy ý. Gọi M', N' tương ứng là hình chiếu của M, N trên mặt phẳng (P) (Hình 7.14).



Hình 7.14

a) Hình chiếu của a trên mặt phẳng (P) là đường thẳng nào?

b) Nếu đường thẳng b vuông góc với MN' thì đường thẳng b có vuông góc với đường thẳng a hay không?

c) Nếu đường thẳng b vuông góc với đường thẳng a thì đường thẳng b có vuông góc với MN' hay không?

c) **Sản phẩm:** Phần trả lời HD1 và HD2. Từ đó đi đến kết luận:

- Phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương Δ vuông góc với (P) được gọi là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P) .

- Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) không vuông góc với nhau. Khi đó, một đường thẳng b nằm trong (P) vuông góc với đường thẳng a khi và chỉ khi b vuông góc với hình chiếu vuông góc a' của a trên mặt phẳng (P) .

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp học thành 2 nhóm tương ứng với HD1 và HD2. GV khuyến khích HS sử dụng công nghệ thông tin hoặc mô hình trực quan để thực nghiệm các HĐ. Từ đó HS cần đưa ra các tính chất liên quan.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận nhóm, trình bày câu trả lời và cử người đại diện thuyết trình.
- GV giám sát, hướng dẫn HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi 2 HS đại diện cho 2 nhóm lần lượt lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

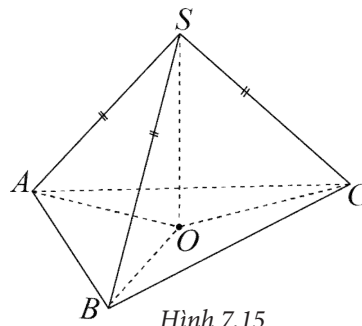
GV nhận xét quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức, yêu cầu HS ghi nhớ.

Hoạt động 2: Luyện tập (30 phút)

a) **Mục tiêu:** Củng cố khái niệm phép chiếu vuông góc và định lý ba đường vuông góc.

b) **Nội dung:** Giải **Luyện tập 1** trang 40, SGK.

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$. Gọi O là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) (Hình 7.15).



Hình 7.15

a) Chứng minh rằng O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

b) Xác định hình chiếu của đường thẳng SA trên mặt phẳng (ABC) .

c) Chứng minh rằng nếu $AO \perp BC$ thì $SA \perp BC$.

d) Xác định hình chiếu của các tam giác SBC , SCA , SAB trên mặt phẳng (ABC) .

c) **Sản phẩm:** Lời giải **Luyện tập 1**.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV giao **Luyện tập 1**. HS suy nghĩ, tìm câu trả lời. GV hướng dẫn HS tìm cách giải:

- + Sử dụng định lý Pythagore (hoặc chứng minh các tam giác bằng nhau) cho các tam giác vuông SOA , SOB , SOC .
- + Muốn tìm hình chiếu của một đoạn thẳng, ta tìm hình chiếu của hai đầu đoạn thẳng sau đó nối với nhau.
- + Muốn tìm hình chiếu của một tam giác, ta tìm hình chiếu của ba đỉnh sau đó nối các hình chiếu với nhau.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS đọc đề bài, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi. GV quan sát hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện một HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung, ghi vở.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chỉnh sửa lời giải, nhấn mạnh kiến thức cần nhớ: Khái niệm phép chiếu song song, phép chiếu vuông góc, cách xác định hình chiếu vuông góc của một điểm, một cạnh, một tam giác lên mặt phẳng; định lý ba đường vuông góc.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (5 phút):

- Ghi nhớ khái niệm phép chiếu song song, phép chiếu vuông góc, định lý ba đường vuông góc.
- Làm **Bài tập 7.10** trang 42, SGK.

TIẾT 2. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Hoạt động 3: Nhận biết và tính được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Nhận biết và tính được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

b) **Nội dung:**

- **HD3** trang 40, SGK: Một máy bay giữ vận tốc không đổi, với độ lớn 240 km/h trong suốt 2 phút đầu kể từ khi cất cánh. Hỏi thông tin trên có đủ để ta xác định độ cao của máy bay so với mặt đất phẳng, tại thời điểm 1 phút kể từ khi máy bay cất cánh không?

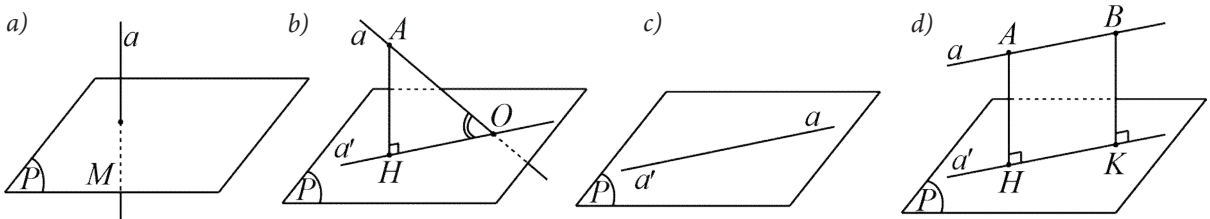
➤ **H1:** Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) bất kì. Xác định hình chiếu vuông góc của đường thẳng a lên mặt phẳng (P) .



Hình 7.16

c) Sản phẩm:

- Trả lời câu hỏi **HD3** trang 40, SGK.
- Trả lời **H1** xác định hình chiếu vuông góc của đường thẳng a lên mặt phẳng (P) :
 - + Nếu $a \perp (P)$ thì hình chiếu vuông góc của đường thẳng a lên mặt phẳng (P) là giao điểm của a và mặt phẳng (P) (Hình 7.17a).
 - + Nếu đường thẳng a không vuông góc với (P) , giả sử a' là hình chiếu vuông góc của a lên (P) :
 - Nếu a thuộc mặt phẳng (P) thì $a' \equiv a$ (Hình 7.17c).
 - Nếu $a \parallel (P)$ thì $a' \parallel a$ và a' đi qua điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A \in a$ trên (P) (Hình 7.17d).
 - Nếu a cắt mặt phẳng (P) tại điểm O thì a' đi qua điểm O và điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A \in a$ trên (P) (Hình 7.17b).



Hình 7.17

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp học thành 5 nhóm ứng với 5 HĐ: Một nhóm trả lời **HD3** và 4 nhóm vẽ hình chiếu của một đường thẳng lên mặt phẳng ứng với 4 trường hợp. GV khuyến khích HS sử dụng công nghệ thông tin hoặc mô hình trực quan để thực nghiệm các HĐ. Từ đó, HS cần đưa ra các kết luận trong mỗi trường hợp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận nhóm, trình bày câu trả lời và cử người đại diện thuyết trình.
- GV giám sát, hướng dẫn HS thực hiện nhiệm vụ.

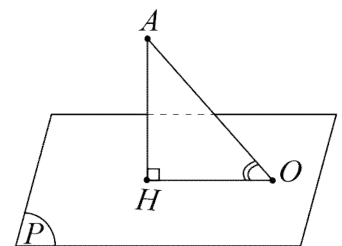
Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi 5 HS đại diện cho 5 nhóm lần lượt lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức về khái niệm góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

- Nếu đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) thì ta nói rằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng 90° .
- Nếu đường thẳng a không vuông góc với (P) thì góc giữa a và hình chiếu a' của nó trên (P) được gọi là góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) .
- Nếu đường thẳng a song song hoặc thuộc mặt phẳng (P) thì góc giữa a và mặt phẳng (P) bằng 0° .
- Cho điểm A có hình chiếu H trên mặt phẳng (P) . Lấy điểm O thuộc mặt phẳng (P) , O không trùng với H . Khi đó góc giữa đường thẳng AO và mặt phẳng (P) bằng góc AOH .



Hình 7.18

Hoạt động 4: Luyện tập (20 phút)

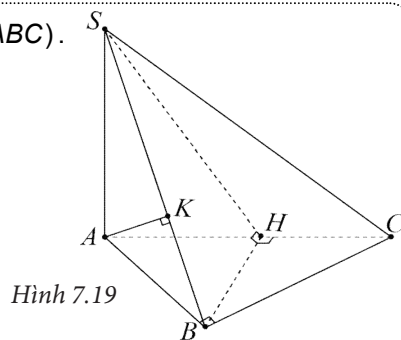
a) Mục tiêu: Củng cố cách tính góc giữa một đường thẳng và một mặt phẳng.

b) Nội dung: HS giải bài tập trong **Phiếu học tập**:

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$.

Biết rằng $SA = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $BC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính góc giữa:

- a) SB và mặt phẳng (ABC) .
- b) SB và mặt phẳng (SAC) .
- c) SA và mặt phẳng (SBC) .



Hình 7.19

c) Sản phẩm: Lời giải **Phiếu học tập**:

a) Do $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu vuông góc của SB xuống mặt phẳng đáy. Từ đó ta có góc giữa SB và mặt phẳng đáy (ABC) là góc $\widehat{SBA}$. Lại có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$.

b) Kẻ $BH \perp AC$ suy ra $BH \perp (SAC)$. Suy ra SH là hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (SAC) . Từ đó ta có góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) bằng góc $\widehat{BSH}$. Sử dụng công thức đường cao của tam giác vuông $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2}$ ta tính được $BH = a$. Mặt khác $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2a$ nên suy ra $\sin \widehat{BSH} = \frac{BH}{BS} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSH} = 30^\circ$.

c) Kẻ $AK \perp SB$ sau đó chứng minh được $AK \perp (SBC)$. Từ đó suy ra được góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) là góc $\widehat{ASB}$. Lại có $\tan \widehat{ASB} = \frac{AB}{AS} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{ASB} = 60^\circ$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS đọc đề bài, suy nghĩ tìm cách giải bài tập mà GV giao. GV hướng dẫn HS tìm lời giải:
- + Để tìm góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) ta cần xác định được hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (ABC) . Góc cần tìm là góc giữa SB và hình chiếu vuông góc của nó.
- + Để tìm hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (SAC) ta kẻ $BH \perp AC$.
- + Để làm ý b) HS có thể tham khảo **Ví dụ 2** trang 41, SGK.
- + Gọi hình chiếu vuông góc của A lên SB là K thì K chính là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (SBC) .
- Lưu ý: Với đối tượng HS trung bình và yếu GV nên bỏ qua ý c) của bài tập này.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 3 nhóm tương ứng với nhiệm vụ giải 3 ý của bài tập.
- HS thảo luận nhóm để tìm cách giải. GV quan sát, hướng dẫn HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện mỗi nhóm một HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

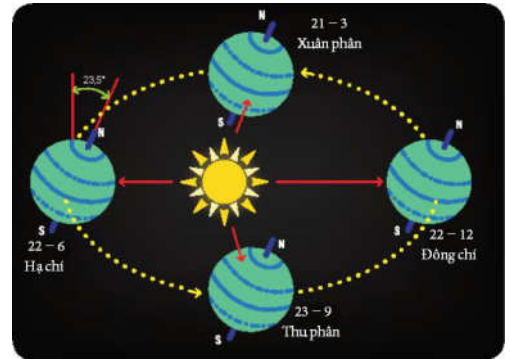
- GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS, chốt kiến thức, HS ghi nhớ các khái niệm đã học.
- Lưu ý: Với đối tượng HS khá, giỏi, GV tổ chức thêm HĐ 5 dưới đây.

Hoạt động 5: Vận dụng, khám phá, trải nghiệm (8 phút)

a) Mục tiêu: Cùng cố, khắc sâu khái niệm góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, cách tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong một số trường hợp.

b) Nội dung:

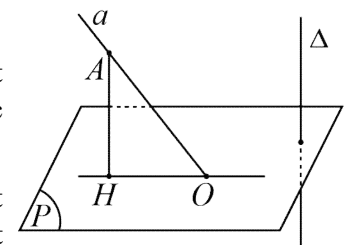
- **Vận dụng** trang 42, SGK: Tâm Trái Đất chuyển động quanh Mặt Trời theo quỹ đạo là một đường elip nhận tâm Mặt Trời làm tiêu điểm. Trong quá trình chuyển động, Trái Đất lại quay quanh trục Bắc Nam. Trục này có phương không đổi và luôn tạo với mặt phẳng chứa quỹ đạo một góc khoảng $66,5^\circ$. (Theo *nationalgeographic.org*).



Hình 7.20

a) Giải thích vì sao hình chiếu của trục Trái Đất trên mặt phẳng quỹ đạo (P) cũng có phương không đổi.

b) Giải thích vì sao có hai thời điểm trong năm mà tại đó hình chiếu của trục Trái Đất trên (P) thuộc đường thẳng nối tâm Mặt Trời và tâm Trái Đất.



Hình 7.21

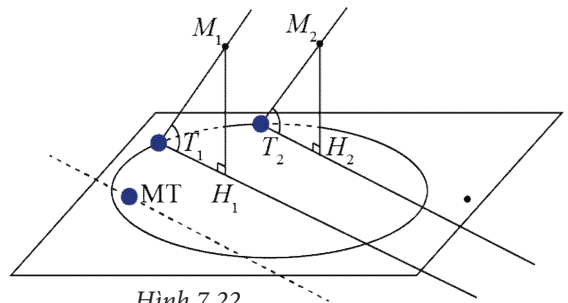
- **Khám phá** trang 42, SGK: Cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) (Hình 7.21). Khi đó, với một đường thẳng a bất kì, góc giữa a và (P) có mối quan hệ gì với góc giữa a và Δ ?

- **Trải nghiệm** trang 42, SGK: Đo góc giữa một sợi dây kéo căng và mặt bàn hoặc sàn lớp học (có thể cho một đầu sợi dây thuộc mặt bàn, mặt sàn để thuận tiện hơn cho việc đo).

c) Sản phẩm:

- Trả lời bài tập **Vận dụng**:

a) Giả sử MT là vị trí của Mặt Trời, T_1, T_2 là hai vị trí khác nhau của tâm Trái Đất trên quỹ đạo của nó. Trên trục quay của Trái Đất trong hai trường hợp trên lấy hai điểm M_1, M_2 sao cho M_1T_1, M_2T_2 đều tạo với (P) góc $66,5^\circ$ và nằm cùng một phía đối với (P). Gọi H_1, H_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M_1, M_2 lên mặt



Hình 7.22

phẳng (P). Suy ra T_1H_1, T_2H_2 lần lượt là hình chiếu của trục Trái Đất lên mặt phẳng quỹ đạo (P). Ta có $M_1T_1 \parallel M_2T_2; M_1H_1 \parallel M_2H_2$ dẫn đến hai mặt phẳng $(M_1H_1T_1) \parallel (M_2H_2T_2)$. Mặt phẳng (P) cắt hai mặt phẳng song song $(M_1H_1T_1), (M_2H_2T_2)$ theo giao tuyến lần lượt là T_1H_1, T_2H_2 nên $T_1H_1 \parallel T_2H_2$. Điều đó có nghĩa là phương của hình chiếu trục Trái Đất trên mặt phẳng quỹ đạo không đổi.

b) Do Mặt Trời là một tiêu điểm của quỹ đạo elip nên Mặt Trời nằm ở phía trong của quỹ đạo elip. Do đó, khi một đường thẳng đi qua tâm của Mặt Trời sẽ luôn cắt quỹ đạo elip tại 2 điểm phân biệt. Vì thế có hai thời điểm trong năm mà tại đó hình chiếu của trục Trái Đất trên mặt phẳng (P) thuộc đường thẳng nối tâm Mặt Trời và tâm Trái Đất.

- Trả lời câu hỏi **Khám phá** trang 42, SGK: Cho đường thẳng $\Delta \perp (P)$. Khi đó, với một đường thẳng a bất kì, góc giữa a và (P) và góc giữa a và Δ là hai góc phụ nhau.

- Sản phẩm **Trải nghiệm**: Đo góc giữa một sợi dây kéo căng và mặt bàn hoặc sàn lớp học (có thể cho một đầu sợi dây thuộc mặt bàn, mặt sàn để thuận tiện hơn cho việc đo). Dụng cụ đo gồm sợi dây, dây dọi, thước dây và cách tính góc dựa vào hệ thức lượng giác trong tam giác vuông.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV giao chia lớp thành 3 nhóm thực hiện 3 nhiệm vụ tương ứng.
- HS suy nghĩ, thảo luận, tra cứu tài liệu, ... để tìm câu trả lời. GV hướng dẫn HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS đọc đề bài, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm. GV quan sát, liên lạc với HS để hỗ trợ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện mỗi nhóm một HS lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung, ghi vờ.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV chỉnh sửa lời giải, nhấn mạnh kiến thức cần nhớ.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút):**

- Ghi nhớ các công thức, khái niệm, cách chứng minh, cách tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.
- Làm các bài tập từ 7.10 đến 7.12 (trang 42, SGK).
- Đọc phần **Em có biết** (trang 43, SGK) và đọc trước bài mới: “*Hai mặt phẳng vuông góc*”.

BÀI 25. HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

(Thời gian thực hiện: 4 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được khái niệm góc giữa hai mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc, góc phẳng của góc nhị diện.
- Mô tả được khái niệm góc giữa hai mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc bằng một số hình ảnh thực tế.
- Biết tính góc phẳng của góc nhị diện trong trường hợp đơn giản.
- Biết tính chất cơ bản của hình chóp đều, lăng trụ đứng (và các trường hợp đặc biệt của nó).
- Giải thích tính chất cơ bản của hình chóp đều, hình lăng trụ đứng (và các trường hợp đặc biệt của nó).
- Vận dụng kiến thức của bài học để mô tả một số hình ảnh thực tế.

2. Năng lực

- Vẽ được các hình chóp đều, lăng trụ đứng (và các trường hợp đặc biệt của nó).
- Chứng minh được hai mặt phẳng vuông góc trong một số trường hợp đơn giản.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức làm việc nhóm, báo cáo chính xác kết quả HĐ của nhóm.
- Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy tính, máy chiếu, phiếu học tập.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG, HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC

Hoạt động 1: Nhận biết và tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (15 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết góc giữa hai mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc.

b) Nội dung:

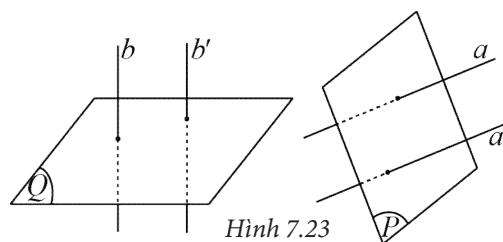
- **HD1** trang 44, SGK: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Lấy hai đường thẳng a, a' cùng vuông góc với (P) , hai đường thẳng b, b' cùng vuông góc với (Q) (Hình 7.23).

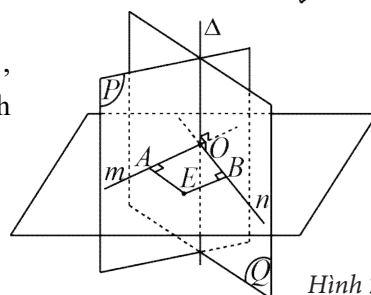
Tìm mối quan hệ giữa các góc (a, b) và (a', b') .

- **Ví dụ 1** trang 45, SGK: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q)

cắt nhau theo tuyến Δ . Lấy một điểm O bất kì thuộc đường thẳng Δ . Gọi m, n lần lượt là các đường thẳng đi qua O , tương ứng thuộc (P) , (Q) và vuông góc với Δ . Chứng minh rằng góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa m và n (Hình 7.24).



Hình 7.23



Hình 7.24

c) **Sản phẩm:** Phân trả lời **HD1** và **Ví dụ 1**.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Trước buổi học GV yêu cầu HS đọc và trả lời **HD1**, đọc hiểu **Ví dụ 1**.
- HS đọc đề, chuẩn bị phân trả lời câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận, tự mình trình bày câu trả lời theo cách hiểu của mình.
- GV hướng dẫn HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi 2 HS đại diện lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét quá trình HĐ của HS, chốt kiến thức mới: Khái niệm góc giữa hai mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc:

- Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) . Lấy các đường thẳng a, b tương ứng vuông góc với $(P), (Q)$. Khi đó, góc giữa a và b không phụ thuộc vào vị trí của a, b và được gọi là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .
- Hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90° .
- Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Lấy hai đường thẳng m, n tương ứng thuộc $(P), (Q)$ và cùng vuông góc với Δ tại một điểm O (nói cách khác, lấy một mặt phẳng vuông góc với Δ cắt $(P), (Q)$ tương ứng theo các giao tuyến m, n). Khi đó, góc giữa (P) và (Q) bằng góc giữa m và n . Đặc biệt, (P) vuông góc với (Q) khi và chỉ khi m vuông góc với n .

Hoạt động 2: Luyện tập (30 phút)

a) **Mục tiêu:** Củng cố điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc; tìm góc giữa hai mặt phẳng trong trường hợp đơn giản.

b) **Nội dung:**

- **Luyện tập 1** trang 45, SGK.
- **Lưu ý:** Với đối tượng HS khá, giỏi, GV giao thêm bài tập bổ sung theo **Phiếu học tập** sau:

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$. Biết rằng $SA = \frac{a}{2}$.

Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

- Đối với HS yếu hơn, GV yêu cầu luyện tập theo **Bài tập 7.16.a** và **7.18.a** trang 53, SGK.

c) **Sản phẩm:** Lời giải **Luyện tập 1** và bài tập trong **Phiếu học tập**.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV giao **Luyện tập 1** và **Phiếu học tập** cho HS. HS xem lại lý thuyết và phân tích đề bài tìm lời giải.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi để tìm cách giải. GV quan sát, hướng dẫn HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi hai HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS, chốt kiến thức, HS ghi nhớ các khái niệm đã học.

TIẾT 2. TÍNH CHẤT CỦA HAI MẶT PHẶNG VUÔNG GÓC

Hoạt động 3: Xác định điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc, tính chất của hai mặt phẳng vuông góc (30 phút)

a) **Mục tiêu:** Xác định điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc, tính chất của hai mặt phẳng vuông góc.

b) **Nội dung:**

➤ **HD2** trang 45, SGK: Cho mp (P) chứa đường thẳng b vuông góc với mp (Q). Lấy một đường thẳng a vuông góc với (P) (Hình 7.25).

a) Tính góc giữa đường thẳng a và đường thẳng b .

b) Tính góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q).

➤ **HD3** trang 46, SGK: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. Kẻ đường thẳng a thuộc (P) và vuông góc với giao tuyến Δ của (P) và (Q). Gọi O là giao điểm của a và Δ . Trong mặt phẳng (Q), gọi b là đường thẳng vuông góc với Δ tại O .

a) Tính góc giữa đường thẳng a và đường thẳng b .

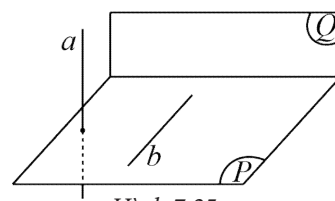
b) Tìm mối quan hệ giữa đường thẳng a và mặt phẳng (Q).

➤ **HD4** trang 46, SGK: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến a và cùng vuông góc với mặt phẳng (R). Gọi O là một điểm thuộc a và a' là đường thẳng qua O và vuông góc với (R).

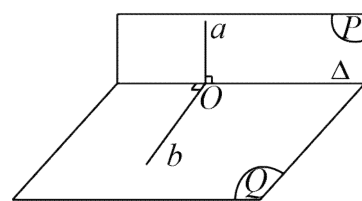
a) Hỏi a' có nằm trong các mặt phẳng (P), (Q) hay không?

b) Tìm mối quan hệ giữa đường thẳng a và đường thẳng a' .

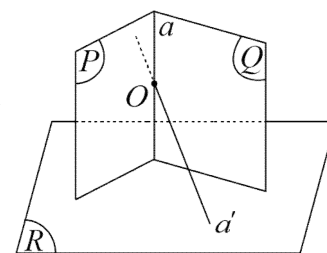
c) Tìm mối quan hệ giữa đường thẳng a và mặt phẳng (R).



Hình 7.25



Hình 7.26



Hình 7.27

c) **Sản phẩm:** Phân trả lời **HD2**; **HD3**; **HD4** và các kết luận tương ứng được rút ra từ các HD.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS trình bày câu trả lời cho **HD2**; **HD3**; **HD4**. Từ đó rút ra các kết luận tương ứng.
- HS đọc đề, thảo luận, phân công nhiệm vụ, chuẩn bị phân trả lời câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 3 nhóm thực hiện **HD2**; **HD3**; **HD4**. Đồng thời sau mỗi HD, HS phải khái quát hoá để đưa ra một tính chất tương ứng với HD. Câu trả lời và kết luận rút ra từ HD phải được trình bày bằng bảng phụ (hoặc file trình chiếu) để thuyết trình.

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận, thực hiện nhiệm vụ. GV hướng dẫn HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi ba HS đại diện cho ba nhóm lần lượt lên bảng trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét, chỉnh sửa và đánh giá quá trình thuyết trình của HS, sau đó chốt kiến thức mới:

Tính chất 1: Hai mặt phẳng vuông góc với nhau nếu mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

Tính chất 2: Với hai mặt phẳng vuông góc với nhau, bất kì đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này mà vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

Tính chất 3: Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó.

Hoạt động 4: Luyện tập (15 phút)

a) Mục tiêu: củng cố điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc, củng cố các tính chất của hai mặt phẳng vuông góc.

b) Nội dung: Phiếu bài tập:

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD .

- Chứng minh rằng $SA \perp (ABCD)$.
- Chứng minh rằng $(SAB) \perp (SBC)$.
- Chứng minh rằng $(SAM) \perp (SBN)$.

c) Sản phẩm: Lời giải Phiếu bài tập:

a) Do (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy nên giao tuyến SA vuông góc với đáy.

b) Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$), hai đường thẳng AB, SA cắt nhau. Từ đó ta có $BC \perp (SAB)$. Kết hợp với $BC \subset (SBC)$ ta suy ra $(SBC) \perp (SAB)$.

$$c) \text{ Do } \tan \widehat{BAM} = \tan \widehat{CBN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CBN}.$$

Mặt khác $\widehat{CBN} + \widehat{ABN} = 90^\circ$ nên ta có $\widehat{BAM} + \widehat{ABN} = 90^\circ$.

Từ đó ta có $BN \perp AM$, kết hợp với $BN \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BN$) và SA, AM là hai đoạn thẳng cắt nhau, suy ra $BN \perp (SAM)$. Lại có $BN \subset (SBN)$ nên suy ra được $(SBN) \perp (SAM)$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV giao bài tập cho HS. HS xem lại lý thuyết và phân tích đề bài tìm lời giải.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

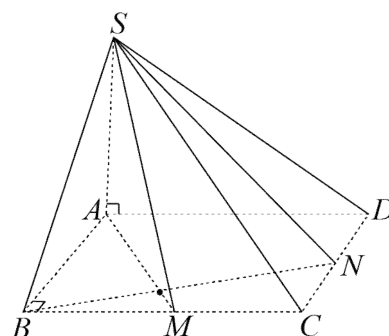
HS thảo luận cặp đôi để tìm cách giải. GV quan sát, hướng dẫn HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi ba HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS, chốt kiến thức, HS ghi nhớ các tính chất đã học.



Hình 7.28

TIẾT 3. GÓC NHỊ DIỆN

Hoạt động 5: Nhận biết góc phẳng nhị diện (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Xác định điều kiện hai mặt phẳng vuông góc, tính chất của hai mặt phẳng vuông góc.

b) **Nội dung:** HD5 trang 47, SGK:

Một tài liệu hướng dẫn rằng đối với ghế bàn ăn, nên thiết kế lưng ghế tạo với mặt ghế một góc có số đo từ 100° đến 105° . Trong hình 7.29, các tia Ox , Oy được vẽ tương ứng trên mặt ghế, lưng ghế đồng thời vuông góc với giao tuyến a của mặt ghế và lưng ghế.



Hình 7.29

a) Theo tài liệu nói trên, góc nào trong Hình 7.29 có số đo từ 100° đến 105° .

b) Nếu thiết kế theo hướng dẫn đó thì góc giữa mặt phẳng chứa mặt ghế và mặt phẳng chứa lưng ghế có thể nhận số đo từ bao nhiêu đến bao nhiêu độ?

c) **Sản phẩm:**

- Phần trả lời câu hỏi HD5:

+ Góc giữa mặt ghế và lưng ghế bằng $\widehat{xOy}$ thỏa mãn: $100^\circ \leq \widehat{xOy} \leq 105^\circ$.

+ Góc giữa mặt phẳng chứa mặt ghế và mặt phẳng chứa lưng ghế là α thỏa mãn $\alpha + \widehat{xOy} = 180^\circ$
 $\Rightarrow 75^\circ \leq \alpha \leq 80^\circ$.

- Khái niệm góc nhị diện, góc phẳng nhị diện.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS trình bày câu trả lời cho HD5. HS đọc đề, thảo luận, chuẩn bị phần trả lời câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV giao nhiệm vụ HD5 cho HS.

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận nhóm đôi tìm câu trả lời. GV hướng dẫn HS.

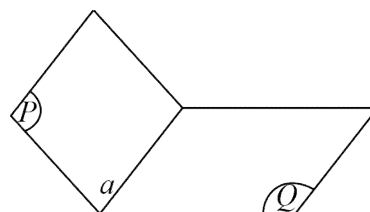
Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi một HS trả lời câu hỏi, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

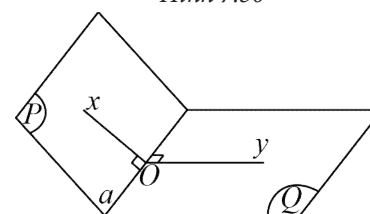
GV nhận xét, chỉnh sửa và đánh giá phần trả lời của HS, sau đó chốt kiến thức: Góc giữa mặt ghế và lưng ghế nêu ở trên là một ví dụ thực tế về góc nhị diện, ta thấy số đo của nó có thể lớn hơn 90° . Trong khi đó ta đã biết góc giữa hai mặt phẳng không vượt quá 90° . Vậy ta có khái niệm góc nhị diện như sau:

- Hình gồm hai nửa mặt phẳng (P) , (Q) có chung bờ a được gọi là góc nhị diện, kí hiệu là $[P, a, Q]$. Đường thẳng a và các nửa mặt phẳng (P) , (Q) tương ứng được gọi là cạnh và các mặt của góc nhị diện đó.



Hình 7.30

- Từ một điểm O bất kì thuộc cạnh a của góc nhị diện $[P, a, Q]$ vẽ các tia Ox , Oy tương ứng thuộc (P) , (Q) và vuông góc với a . Góc xOy được gọi là một góc phẳng của góc nhị diện $[P, a, Q]$ (gọi tắt là góc phẳng nhị diện). Số đo của góc xOy không phụ thuộc vào vị trí của O trên a , được gọi là số đo của góc nhị diện $[P, a, Q]$.



Hình 7.31

Mặt phẳng chứa góc phẳng nhị diện xOy của $[P, a, Q]$ vuông góc với cạnh a .

Chú ý:

- + Số đo của góc nhị diện có thể nhận giá trị từ 0° đến 180° . Góc nhị diện được gọi là vuông, nhọn, tù nếu nó có số đo tương ứng bằng, nhỏ hơn, lớn hơn 90° .
- + Đối với hai điểm M, N không thuộc đường thẳng a , ta kí hiệu $[M, a, N]$ là góc nhị diện có cạnh a và các mặt tương ứng chứa M, N .
- + Hai mặt phẳng cắt nhau tạo thành bốn góc nhị diện. Nếu một trong bốn góc nhị diện đó là góc nhị diện vuông thì các góc nhị diện còn lại cũng là góc nhị diện vuông.

Hoạt động 6: Luyện tập (40 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố khái niệm góc nhị diện; tính số đo góc phẳng nhị diện.

b) Nội dung:

- **Luyện tập 4** trang 48, SGK: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$,

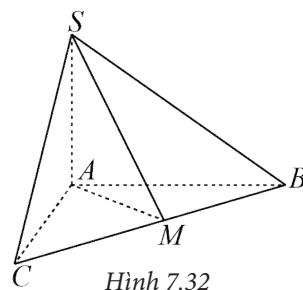
$$AB = AC = a, \widehat{BAC} = 120^\circ, SA = \frac{a}{2\sqrt{3}}. \text{ Gọi } M \text{ là trung điểm của } BC.$$

a) Chứng minh rằng $\widehat{SMA}$ là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

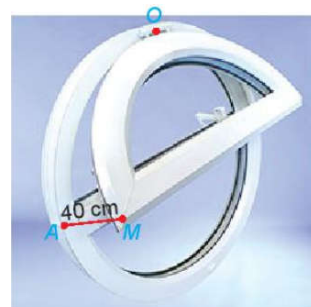
b) Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

- **Vận dụng 1** trang 48, SGK: Trong cửa sổ ở Hình 7.33, cánh và khung cửa là các nửa hình tròn có đường kính 80 cm, bản lề được đính ở điểm chính giữa O của các cung tròn khung và cánh cửa. Khi cửa mở, đường kính của khung và đường kính của cánh song song với nhau và cách nhau một khoảng d ; khi cửa đóng, hai đường kính đó trùng nhau. Hãy tính số đo của góc nhị diện có hai nửa mặt phẳng tương ứng chứa cánh, khung cửa khi $d = 40$ cm.

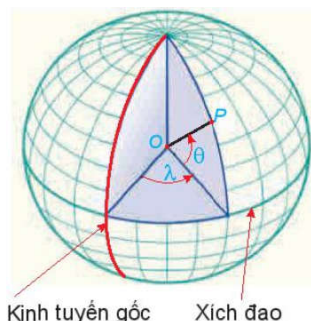
- Bài toán thực tiễn về kinh độ, vĩ độ trên Trái Đất (Hình 7.34):



Hình 7.32



Hình 7.33



Hình 7.34

Trên Trái Đất, mỗi kinh tuyến là một nửa đường tròn có đường kính là trục của Trái Đất (đoạn thẳng nối cực Bắc và cực Nam). Kinh tuyến gốc là kinh tuyến đi qua Đài Thiên văn Greenwich ở London. Mặt phẳng chứa kinh tuyến gốc chia Trái Đất làm hai nửa là Đông và Tây, nước ta nằm ở nửa Đông. Kinh độ của một điểm P trên Trái Đất là số đo của góc nhị diện có hai cạnh tương ứng chứa kinh tuyến gốc và kinh tuyến đi qua P (cạnh của góc nhị diện này là trục Trái Đất). Do đó, các điểm trên cùng kinh tuyến thì có cùng kinh độ. Vĩ độ của điểm P là số đo của góc giữa mặt phẳng chứa đường xích đạo và đường thẳng nối P với tâm Trái Đất. Mỗi điểm trên Trái Đất sẽ thuộc một trong hai bán cầu Bắc hoặc Nam và thuộc nửa Đông hay nửa Tây. Vì vậy, đi kèm số đo vĩ độ còn có chữ E hoặc W nếu vị trí đó tương ứng thuộc nửa Đông, nửa Tây, và có chữ N, S nếu vị trí đó tương ứng ở bán cầu Bắc, bán cầu Nam. Chẳng hạn, Bia Chủ quyền đảo Song Tử Tây thuộc xã Song Tử Tây, huyện Hoàng Sa, tỉnh Khánh Hoà, có vị trí: $11^\circ 25' 55'' N, 114^\circ 8' 00'' E$ (theo baokhanhhoa.vn).

c) Sản phẩm:

- Lời giải bài tập **Luyện tập 4**:

a) Do tam giác ABC cân tại A và M là trung điểm của BC nên $BC \perp AM$. Mặt khác $BC \perp SA$, SA và AM cắt nhau nên $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$. Từ đó ta có $\widehat{SMA}$ là một góc phẳng của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

b) Ta có $AM = AC \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2} \Rightarrow \tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SMA} = 30^\circ$.

- Lời giải bài tập **Vận dụng 1**: Giả sử E, F lần lượt là tâm đường tròn khung cửa và cánh cửa. Ta có $\widehat{EOF}$ là góc phẳng của nhị diện tạo bởi khung cửa và cánh cửa. Với $OE = OF = EF = 40$ (cm) thì $\triangle OEF$ đều.

Từ đó ta có $\widehat{EOF} = 60^\circ$.

- Giới thiệu khái niệm khái niệm kinh độ, vĩ độ trên Trái Đất.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV giao bài tập cho HS. Yêu cầu HS tìm hiểu và có bài thuyết trình về kinh tuyến, vĩ tuyến.
- HS xem lại lý thuyết và phân tích đề bài tìm lời giải. HS tìm các tài liệu trên bộ môn khác, trên internet để chuẩn bị bài thuyết trình về kinh tuyến, vĩ tuyến.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

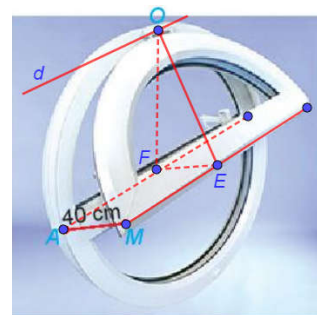
- HS thảo luận cặp đôi, làm việc nhóm để tìm cách giải bài tập và chuẩn bị bài thuyết trình.
- GV quan sát, hướng dẫn HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi hai HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.
- GV gọi HS thuyết trình về kinh tuyến, vĩ tuyến. GV có thể đặt thêm các câu hỏi liên quan.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS, chốt kiến thức, HS ghi nhớ các tính chất đã học.



Hình 7.35

TIẾT 4. HÌNH LĂNG TRỤ, HÌNH CHÓP ĐẶC BIỆT. HÌNH CHÓP CỤT ĐỀU

Hoạt động 7: Nhận biết khái niệm và tính chất của hình lăng trụ đặc biệt, hình chóp đều, hình chóp cắt đều (30 phút)

a) **Mục tiêu:** Nhận biết khái niệm, tính chất của hình lăng trụ đặc biệt, hình chóp đều, hình chóp cắt đều.

b) **Nội dung:** Hình lăng trụ đứng, hình lăng trụ đều, hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều và hình chóp cắt đều.

c) **Sản phẩm:** Khái niệm và tính chất của hình lăng trụ đứng, hình lăng trụ đều, hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều và hình chóp cắt đều.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS tìm hiểu về hình lăng trụ đứng, hình lăng trụ đều, hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều và hình chóp cắt đều. HS thuyết trình theo nhóm theo yêu cầu gồm đủ các nội dung sau:

- | | |
|--|--|
| + Khái niệm. | + Hình ảnh minh họa, hình ảnh – mô hình thực tế. |
| + Các tính chất và chứng minh tính chất. | + Ứng dụng của các hình trong thực tiễn. |

- HS nhận nhiệm vụ, phân công công việc, hoàn thành sản phẩm và thuyết trình.

d) Tổ chức thực hiện:

- GV chia lớp thành 4 nhóm tương ứng tìm hiểu 4 nội dung:

- | | |
|---|------------------------------|
| • Nhóm 1: Hình lăng trụ đứng, hình lăng trụ đều, hình hộp đứng. | • Nhóm 3: Hình chóp đều. |
| • Nhóm 2: Hình hộp chữ nhật, hình lập phương. | • Nhóm 4: Hình chóp cắt đều. |

- HS tìm các tài liệu trong SGK, các bộ môn khác, trên internet để chuẩn bị bài thuyết trình.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS thảo luận nhóm, phân công công việc để chuẩn bị bài thuyết trình.
- GV hướng dẫn HS: Tham khảo SGK và tìm thông tin trên internet.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

- GV gọi lần lượt bốn HS đại diện cho bốn nhóm lên bảng thuyết trình. HS khác nhận xét, bổ sung.
- GV có thể đặt thêm các câu hỏi liên quan.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét, đánh giá và chốt kiến thức, HS ghi nhớ các tính chất.

Hoạt động 8: Luyện tập (13 phút)

a) **Mục tiêu:** Củng cố điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc, các tính chất của hai mặt phẳng vuông góc.

b) **Nội dung:**

- **Vận dụng 2**, trang 50, SGK: Từ một tấm tôn hình chữ nhật, tại 4 góc bác Hùng cắt bỏ đi 4 hình vuông có cùng kích thước và sau đó hàn gắn các mép tại các góc như Hình 7.36. Giải thích vì sao bằng cách đó, bác Hùng nhận được chiếc thùng không nắp có dạng hình hộp chữ nhật.



Hình 7.36

- **Luyện tập 5** trang 51, SGK: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{\frac{5}{12}}$. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

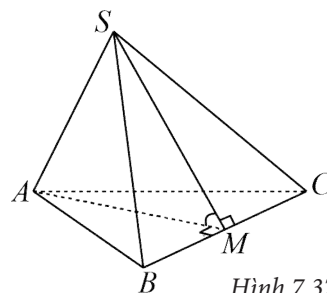
c) **Sản phẩm:**

- Trả lời **Vận dụng 2**: Thùng có đáy và các mặt bên là các hình chữ nhật. Điều này kéo theo miệng thùng là một hình chữ nhật (có các cạnh tương ứng song song và bằng cạnh đáy) thuộc mặt phẳng song song với đáy. Vì các cạnh bên song song với nhau nên thùng là một hình lăng trụ. Mặt khác, mỗi cạnh bên của thùng đều vuông góc với đáy (vì vuông góc với hai cạnh kề với đáy). Do đó thùng là lăng trụ đứng, hơn nữa có đáy là hình chữ nhật nên thùng có dạng hình hộp chữ nhật.
- Lời giải **Luyện tập 5**: Gọi M là trung điểm của BC . Do tam giác ABC đều và tam giác SBC cân tại S nên ta có $AM \perp BC$, $SM \perp BC$. Từ đó ta có $\widehat{SMA}$ là góc phẳng của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

$$\text{Ta có } SA = a\sqrt{\frac{5}{12}}, AM = a\frac{\sqrt{3}}{2}, SM = \sqrt{SC^2 - CM^2} = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

Xét tam giác SAM có:

$$\cos \widehat{SMA} = \frac{SM^2 + MA^2 - SA^2}{2 \cdot SM \cdot MA} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{SMA} = 45^\circ.$$



Hình 7.37

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV giao bài cho HS. HS xem lại lý thuyết và phân tích đề bài tìm lời giải.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi để tìm cách giải. GV quan sát, hướng dẫn HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi hai HS lên bảng trả lời câu hỏi và trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS, chốt kiến thức, HS ghi nhớ các tính chất đã học.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút):**

- HS ghi nhớ các khái niệm, công thức, quy tắc đã học trong bài.
- Làm các bài tập từ 7.16 đến 7.21 trang 53, SGK và đọc trước bài mới: “Khoảng cách”.

BÀI 26. KHOẢNG CÁCH

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết được khái niệm đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau.
- Mô tả được đường vuông góc chung trong thực tế.
- Biết xác định khoảng cách giữa các đối tượng điểm, đường thẳng và mặt phẳng.
- Xác định khoảng cách giữa các đối tượng điểm, đường thẳng và mặt phẳng.
- Xác định đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau trong các trường hợp đơn giản.

2. Năng lực

- Biểu diễn được khoảng cách giữa các đối tượng điểm, đường thẳng và mặt phẳng.
- Dựng được đường vuông góc chung của hai đường chéo nhau trong trường hợp đơn giản.
- Vận dụng kiến thức về khoảng cách vào một số tình huống thực tế.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức làm việc nhóm, báo cáo chính xác kết quả HĐ của nhóm.
- Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy tính, máy chiếu, phiếu học tập.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT ĐƯỜNG THẲNG, ĐẾN MỘT MẶT PHẲNG

Hoạt động 1: Xác định khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, đến một mặt phẳng (15 phút)

a) Mục tiêu: Xác định khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, đến một mặt phẳng.

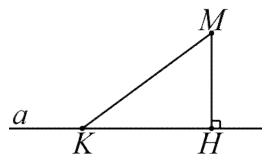
b) Nội dung:

- **Khởi động:** GV chiếu một số hình ảnh liên quan đến khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng:
 - Hình ảnh khoảng cách đầu phun nước chữa cháy sprinkler đến mặt sàn nhà.
 - Hình ảnh khoảng cách từ một ngôi nhà đến bờ sông.

- Hình ảnh khoảng cách từ một đồ vật đến một bức tường,...

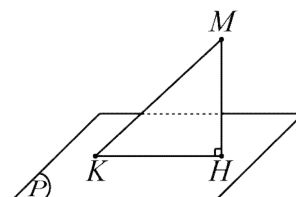
- Tiếp cận khái niệm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và đến một mặt phẳng thông qua **HD1**, trang 54, SGK:

a) Cho điểm M và đường thẳng a . Gọi H là hình chiếu của điểm M trên đường thẳng a . Với mỗi điểm K thuộc a , giải thích vì sao $MK \geq MH$.



Hình 7.38

b) Cho điểm M và mặt phẳng (P) . Gọi H là hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (P) . Với mỗi điểm K thuộc (P) , giải thích vì sao $MK \geq MH$.



Hình 7.39

- Khái niệm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

c) Sản phẩm: Câu trả lời của **HD1**: Khái niệm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, đến một mặt phẳng:

- Khoảng cách từ một điểm M đến một đường thẳng a , kí hiệu $d(M, a)$, là khoảng cách giữa M và hình chiếu H của M trên a .

- Khoảng cách từ một điểm M đến một mặt phẳng (P) , kí hiệu $d(M, (P))$, là khoảng cách giữa M và hình chiếu H của M trên (P) .

- *Chú ý:*

- + $d(M, a) = 0$ khi và chỉ khi $M \in a$;

- + $d(M, (P)) = 0$ khi và chỉ khi $M \in (P)$.

- Khoảng cách từ M đến đường thẳng a là khoảng cách nhỏ nhất giữa M và một điểm thuộc a .

- Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) là khoảng cách nhỏ nhất giữa M và một điểm thuộc (P) .

- Khoảng cách từ đỉnh đến mặt phẳng chứa mặt đáy của một hình chóp được gọi là *chiều cao* của hình chóp đó.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chiếu các hình ảnh thực tế minh họa cho khái niệm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và đến một mặt phẳng. HS quan sát, lắng nghe, lấy thêm ví dụ trong thực tế. Qua đó, GV trình bày khoảng cách là khái niệm được dùng trong nhiều lĩnh vực của đời sống. Trong bài học này, chúng ta tìm hiểu về khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và đến một mặt phẳng.

- GV chiếu **HD1** và HS suy nghĩ tìm cách trả lời.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV chiếu các hình ảnh thực tế minh họa nhằm định hướng HS tiếp cận khái niệm mới. HS trả lời câu hỏi hoặc lấy thêm ví dụ tương tự trong thực tế cuộc sống.

- GV chiếu **HD1** và HS trả lời câu hỏi.

- GV dẫn dắt HS đến nội dung bài mới: Các khái niệm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

- HS ghi nhớ cách xác định và tính chất.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu hai HS lên bảng trình bày lời giải của **HD1**, trang 54, SGK.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá phần trình bày của HS. Tổng kết, khắc sâu lại các cách xác định khoảng cách.

Hoạt động 2: Luyện tập (30 phút)

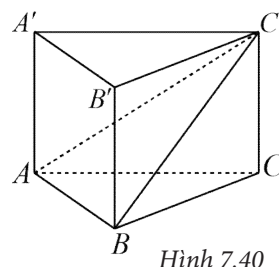
a) **Mục tiêu:** Củng cố cách tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và đến một mặt phẳng.

b) **Nội dung:**

- **Luyện tập 1**, trang 55, SGK: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $AA' = h$ (Hình 7.40).

a) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BCB'C')$.

b) Tam giác ABC' là tam giác gì? Tính khoảng cách từ A đến BC' .



Hình 7.40

- **Lưu ý:** Nếu đối tượng HS khá, giỏi thì giao thêm **Phiếu học tập** sau:

Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = a\sqrt{3}$.

a) Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng BC .

b) Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) .

c) **Sản phẩm:** Lời giải **Luyện tập 1** và bài tập **Phiếu học tập** của HS.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS giải **Luyện tập 1** và **Phiếu học tập**. GV hướng dẫn HS tìm lời giải.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc hiểu, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi 4 HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS, chốt kiến thức, HS ghi nhớ các khái niệm đã học.

TIẾT 2. KHOẢNG CÁCH GIỮA CÁC ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG, GIỮA HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

Hoạt động 3: Xác định khoảng cách giữa các đường thẳng và mặt phẳng song song, giữa hai mặt phẳng song song (20 phút)

a) **Mục tiêu:** Xác định khoảng cách giữa các đường thẳng và mặt phẳng song song, giữa hai mặt phẳng song song.

b) **Nội dung:**

- **Khởi động:** GV chiếu một số hình ảnh liên quan đến khoảng cách giữa hai đường thẳng song song, giữa hai mặt phẳng song song, giữa một đường thẳng và một mặt phẳng song song.

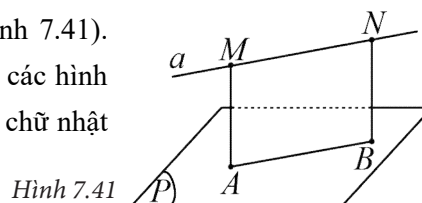
- Hình ảnh khoảng cách trần nhà và nền nhà song song.
- Hình ảnh khoảng cách hai chiếc cột trong một ngôi nhà.
- Hình ảnh khoảng cách thanh ngang của một chiếc xà đơn và mặt đất,...

- Tiếp cận khái niệm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và đến một mặt phẳng thông qua

HD2 trang 55 và **HD3** trang 56, SGK.

➤ **HD2:** Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) (Hình 7.41).

Lấy hai điểm M, N bất kỳ thuộc a và gọi A, B tương ứng là các hình chiếu của chúng trên (P) . Giải thích vì sao $ABNM$ là một hình chữ nhật và M, N có cùng khoảng cách đến (P) .



Hình 7.41

➤ **HD3:**

- Cho hai đường thẳng m và n song song với nhau. Khi một điểm M thay đổi trên m thì khoảng cách từ nó đến đường thẳng n có thay đổi hay không?
- Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) và một điểm M thay đổi trên (P) . Hỏi khoảng cách từ M đến (Q) thay đổi thế nào khi M thay đổi?

- Khái niệm khoảng cách giữa hai đường thẳng song song, giữa hai mặt phẳng song song, khoảng cách giữa một đường thẳng và một mặt phẳng song song.

c) Sản phẩm:

- Câu trả lời của **HD2** và **HD3**.
- Khái niệm khoảng cách giữa hai đường thẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, khoảng cách giữa một đường thẳng và một mặt phẳng song song:
 - Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) song song với a , kí hiệu $d(a, (P))$ là khoảng cách từ một điểm bất kì trên a đến (P) .
 - Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (P) và (Q) , kí hiệu $d((P), (Q))$, là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.
 - Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song m và n , kí hiệu $d(m, n)$ là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.
 - Khoảng cách giữa hai đáy của một hình lăng trụ được gọi là chiều cao của hình lăng trụ đó.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chiếu các hình ảnh thực tế minh họa để khởi động cho HĐ tiếp cận khái niệm mới.
- GV chiếu **HD2**, **HD3**, HS suy nghĩ tìm cách trả lời. GV tổ chức, hướng dẫn HS trả lời và chốt kiến thức.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV chiếu các hình ảnh thực tế minh họa nhằm định hướng HS tiếp cận khái niệm mới. HS trả lời câu hỏi hoặc lấy thêm ví dụ tương tự trong thực tế cuộc sống.
- GV chiếu **HD2** và **HD3** rồi dẫn dắt HS đến nội dung bài mới: Khái niệm khoảng cách giữa hai đường thẳng song song, giữa hai mặt phẳng song song, khoảng cách giữa một đường thẳng và một mặt phẳng song song.
- HS ghi nhớ cách xác định và tính chất.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu hai HS lên bảng trình bày lời giải của **HD2** và **HD3**.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá phần trình bày của HS, tổng kết, khắc sâu lại các cách xác định khoảng cách.

Hoạt động 4: Luyện tập (20 phút)

a) Mục tiêu: Cùng cố cách tính khoảng cách.

b) Nội dung: Luyện tập 2 trang 56, SGK.

c) Sản phẩm: Lời giải của HS về Luyện tập 2 trang 56, SGK.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS giải Luyện tập 2. GV hướng dẫn HS tìm lời giải.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc hiểu, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi 2 HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS, chốt kiến thức, HS ghi nhớ các khái niệm đã học.

Hoạt động 5: Vận dụng (5 phút)

a) Mục tiêu: Sử dụng khoảng cách vận dụng vào bài toán thực tế.

b) Nội dung: Vận dụng trang 57, SGK:

Ở một con dốc lên cây cầu, người ta đặt một khung không chế chiều cao, hai cột của khung có phương thẳng đứng và có chiều dài bằng 2,28 m. Đường thẳng nối hai chân cột vuông góc với hai đường mép dốc. Thanh ngang được đặt trên đỉnh hai cột. Biết dốc nghiêng 15° so với phương nằm ngang. Tính khoảng cách giữa thanh ngang của khung và mặt đường (theo đơn vị mét và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai). Hỏi cây cầu này có cho phép xe cao 2,21 m đi qua hay không?

c) Sản phẩm: Lời giải của HS về Luyện tập 2.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS giải Luyện tập 2 trang 56, SGK.
- GV hướng dẫn HS tìm lời giải: Khoảng cách giữa thanh ngang của khung và mặt đường là $2,28 \cdot \cos 15^\circ \approx 2,202 < 2,21$. Vì vậy xe không đi qua được.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc hiểu, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi 2 HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS, chốt kiến thức, HS ghi nhớ các khái niệm đã học.

TIẾT 3. KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

Hoạt động 6: Xác định khoảng cách giữa hai đường chéo nhau (15 phút)

a) Mục tiêu: Xác định khoảng cách giữa hai đường chéo nhau.

b) Nội dung:

- Tiếp cận khái niệm khoảng cách giữa hai đường chéo nhau thông qua HĐ4 trang 57, SGK.

Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng b và song song với a . Hình chiếu a' của a trên (Q) cắt b tại N . Gọi M là hình chiếu của N trên a .

- a) Mặt phẳng chứa a và a' có vuông góc với (Q) hay không?
 b) Đường thẳng MN có vuông góc với đường thẳng a và b hay không?
 c) Nêu mối quan hệ của khoảng cách giữa a , (Q) và độ dài đoạn thẳng MN .

- Lưu ý: Nếu đối tượng HS khá, giỏi GV hỏi thêm câu hỏi thứ 4 như sau:

- d) Cho hai điểm A, B lần lượt di chuyển trên các đường thẳng a, b . Độ dài đoạn thẳng AB ngắn nhất khi nào?

- Khái niệm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

c) Sản phẩm:

- Câu trả lời của **HD4**.

- Khái niệm đường vuông góc chung của hai đường chéo nhau, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau (Hình 7.43):

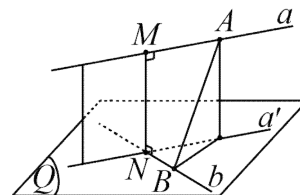
• Đường thẳng Δ cắt hai đường thẳng chéo nhau a, b và vuông góc với cả hai đường thẳng đó được gọi là **đường vuông góc chung** của a và b .

• Nếu đường vuông góc chung Δ cắt a, b tương ứng tại M, N thì độ dài đoạn thẳng MN được gọi là **khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau** a, b .

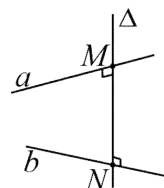
• Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa một trong hai đường thẳng đó đến mặt phẳng song song với nó và chứa đường thẳng còn lại (Hình 7.44).

• Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, tương ứng chứa hai đường thẳng đó (Hình 7.45).

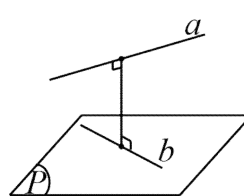
• Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là khoảng cách nhỏ nhất giữa một điểm thuộc đường thẳng này đến một điểm thuộc đường thẳng kia.



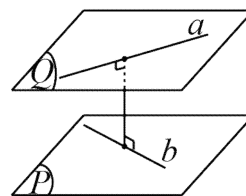
Hình 7.42



Hình 7.43



Hình 7.44



Hình 7.45

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chiếu các hình ảnh thực tế minh họa để khởi động cho HĐ tiếp cận khái niệm mới.
- GV chiếu **HD4** (có bổ sung câu hỏi với đối tượng HS khá, giỏi), HS suy nghĩ tìm cách trả lời.
- GV tổ chức và hướng dẫn HS trả lời và chốt kiến thức.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV chiếu các hình ảnh thực tế minh họa nhằm định hướng HS tiếp cận khái niệm mới. HS trả lời câu hỏi hoặc lấy thêm ví dụ tương tự trong thực tế cuộc sống.
- GV chiếu **HD4** (có bổ sung câu hỏi với đối tượng HS khá, giỏi).
- GV dẫn dắt HS đến nội dung bài mới. HS ghi nhớ cách xác định và tính chất.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu ba (hoặc bốn) HS lên bảng trình bày lời giải **HD4** (có bổ sung câu hỏi dành cho đối tượng HS khá, giỏi).

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá phần trình bày của HS. Tổng kết, khắc sâu lại các kiến thức liên quan đến khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

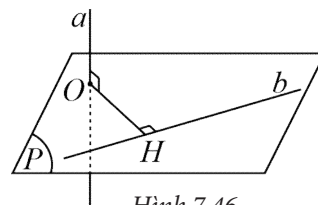
Hoạt động 7: Luyện tập (25 phút)

a) **Mục tiêu:** Xác định đường vuông góc chung của hai đường chéo nhau trong một số trường hợp đơn

giản; Cùng cố cách tính khoảng cách; Chứng minh vuông góc; Định nghĩa khoảng cách bằng một cách khác theo hướng cực trị hình học.

b) Nội dung:

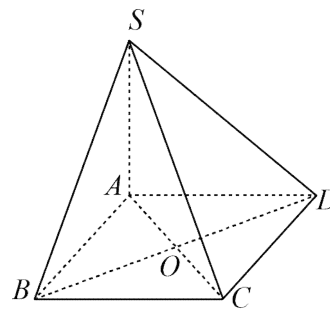
- **Khám phá** trang 58, SGK: Cho đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt (P) tại O . Cho đường thẳng b thuộc mặt phẳng (P) . Hãy tìm mối quan hệ giữa khoảng cách giữa a, b và khoảng cách từ O đến b (Hình 7.46).



Hình 7.46

- **Luyện tập 3** trang 58, SGK: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$ (Hình 7.47).

- Tính khoảng cách từ A đến SC .
- Chứng minh rằng $BD \perp (SAC)$.
- Xác định đường vuông góc chung và tính khoảng cách giữa BD và SC .



Hình 7.47

- **Thảo luận** trang 58, SGK: Khoảng cách giữa hai hình được nêu trong bài học (điểm, đường thẳng, mặt phẳng) là khoảng cách nhỏ nhất giữa một điểm thuộc hình này và một điểm thuộc hình kia. Hãy thảo luận để làm rõ nhận xét này.

c) Sản phẩm:

- Câu trả lời của nội dung **Khám phá**: Ta chứng minh được OH là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng a, b nên $d(a, b) = OH$.

- Lời giải **Luyện tập 3**:

- Kẻ AH vuông góc với SC . Ta có $d(A, SC) = AH$.

$$\text{Lại có } SA = AC = a\sqrt{2} \text{ nên ta có } AH = \frac{AS \cdot AC}{\sqrt{AS^2 + AC^2}} = a.$$

Vậy khoảng cách từ A đến SC bằng a .

- Do $ABCD$ là hình vuông nên $BD \perp AC$. Mà $BD \perp SA$ và SA, AC là hai đoạn thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng (SAC) , từ đó ta có $BD \perp (SAC)$.

- Kẻ $OK \perp SC$ ta có OK vuông góc với cả hai đường thẳng SC và BD . Suy ra OK là đoạn vuông góc chung của BD và SC . Vậy $d(BD, SC) = OK$.

Xét tam giác AHC có O là trung điểm của AC và OK song song với AH nên OK là đường trung bình của tam giác AHC . Từ đó ta có $OK = \frac{1}{2}AH = \frac{a}{2}$. Vậy $d(BD, SC) = \frac{a}{2}$.

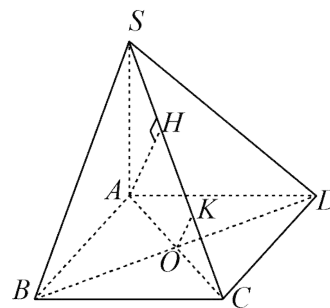
- **Thảo luận**: Khoảng cách giữa hai hình được nêu trong bài học (điểm, đường thẳng, mặt phẳng) là khoảng cách nhỏ nhất giữa một điểm thuộc hình này và một điểm thuộc hình kia.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm, giải quyết **Khám phá**; **Luyện tập 3**; **Thảo luận** ở trang 58, SGK.
- GV hướng dẫn HS tìm câu trả lời, tìm lời giải.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ



Hình 7.48

- HS đọc hiểu, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi ngẫu nhiên đại diện 3 nhóm lần lượt lên bảng thuyết trình. Khi HS thuyết trình, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác, nhận xét, bổ sung phần trình bày của HS, chốt kiến thức.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (5 phút):**

- HS ghi nhớ các khái niệm, công thức, quy tắc đã học trong bài.
- Làm các bài tập từ 7.22 đến 7.27 trang 59, SGK.
- Đọc nội dung **Em có biết?** (trang 59, SGK) và đọc trước bài mới “*Thể tích*”.

BÀI 27. THỂ TÍCH

(Thời gian thực hiện: 1 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhận biết công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều.
- Mô tả được khái niệm thể tích trong thực tế cuộc sống và trong các môn học khác.
- Vận dụng kiến thức, kỹ năng về thể tích vào một số bài toán thực tế.

2. Năng lực

- Tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều trong một số tình huống đơn giản.
- Vận dụng kiến thức, kỹ năng về thể tích vào một số bài toán thực tế.
- HS vận dụng được kiến thức về thể tích để mô tả, giải thích một số hình ảnh trong thực tiễn.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức làm việc nhóm, báo cáo chính xác kết quả HĐ của nhóm.
- Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao; chăm chỉ biểu hiện qua việc có ý thức tìm tòi, khám phá, vận dụng kiến thức đường thẳng và mặt phẳng trong không gian vào thực tiễn.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. Giáo viên:** Máy tính, máy chiếu, phiếu học tập.
- 2. Học sinh:** Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Hoạt động 1: Nhận biết công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều (10 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cụt đều.

b) Nội dung:

- **HĐ1** trang 61, SGK: Khi mua máy điều hoà, bác An được hướng dẫn rằng mỗi mét khối của phòng

cần công suất điều hoà khoảng 200 BTU. Căn phòng bác An cần lắp máy có dạng hình hộp chữ nhật, rộng 4 m, dài 5 m và cao 3 m. Hỏi bác An cần mua loại điều hoà có công suất bao nhiêu BTU?

- Nhận biết công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cắt.

c) Sản phẩm:

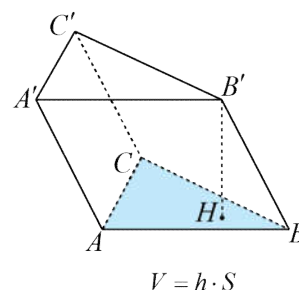
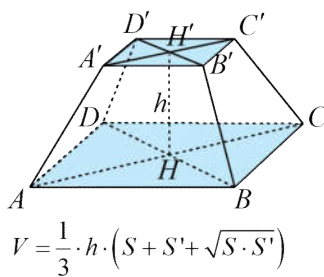
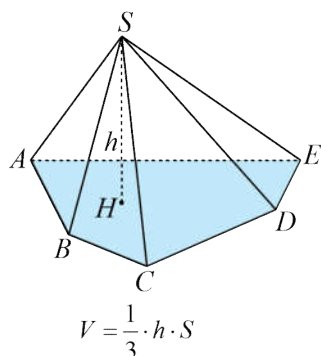
- Công thức tính thể tích của khối chóp, khối lăng trụ, khối hộp, khối chóp cắt đều:

• Thể tích của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S$.

• Thể tích khối chóp cắt đều có diện tích đáy lớn S , diện tích đáy bé S' và chiều cao h là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (S + S' + \sqrt{S \cdot S'})$$

• Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = h \cdot S$.



Hình 7.49

• Thể tích khối tứ diện bằng một phần ba tích chiều cao từ một đỉnh và diện tích mặt đối diện với đỉnh đó.

• Thể tích của khối hộp bằng tích của diện tích một mặt và chiều cao của khối hộp ứng với mặt đó.

- Lời giải **HĐ1**: Thể tích căn phòng của bác An bằng $V = 4.5.3 = 60 \text{ (m}^3\text{)}$. Do mỗi mét khối của căn phòng cần công suất điều hoà khoảng 200 BTU nên căn phòng của bác An cần lắp điều hoà với công suất khoảng $60.200 = 12000 \text{ (BTU)}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chiếu **HĐ1** và đặt HS vào tình huống có vấn đề. GV đặt câu hỏi cho HS: muốn tìm ra công suất của điều hoà phù hợp với căn phòng của bác An thì cần phải biết cái gì?
- HS tìm cách trả lời câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- GV chiếu **HĐ1** và đặt HS vào tình huống có vấn đề.
- HS tìm cách trả lời câu hỏi. HS gặp “nút thắt” là chưa biết công thức tính thể tích.
- GV dẫn dắt HS đến nội dung bài mới: Muốn biết được công suất của điều hoà phù hợp với căn phòng của bác An thì phải biết căn phòng đó có thể tích là bao nhiêu mét khối. Muốn tính được thông số đó chúng ta phải biết công thức tính thể tích của căn phòng. Sau đó GV trình bày các công thức tính thể tích.
- HS ghi nhớ công thức.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV yêu cầu một HS lên bảng trình bày lời giải của **HD1** ở trang 61, SGK.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS rồi tổng kết, khắc sâu lại các công thức tính thể tích:

- Thể tích khối tứ diện bằng một phần ba tích chiều cao từ một đỉnh và diện tích mặt đối diện với đỉnh đó.
- Thể tích của khối hộp bằng tích của diện tích một mặt và chiều cao của khối hộp ứng với mặt đó.

Hoạt động 2: Luyện tập (30 phút)

a) Mục tiêu: Củng cố cách tính thể tích các khối chóp, khối lăng trụ, khối chóp cắt.

b) Nội dung: HS giải **Luyện tập 1**, **Luyện tập 2** trang 62, SGK và **Vận dụng** trang 63, SGK.

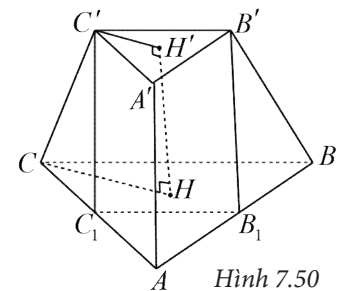
- **Luyện tập 1:** Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng b . Tính thể tích của khối chóp đó.

- **Luyện tập 2:** Cho khối chóp cắt đều $ABC.A'B'C'$ có đường cao $HH' = h$, hai mặt đáy $ABC, A'B'C'$ có cạnh tương ứng bằng $2a, a$.

a) Tính thể tích khối chóp cắt.

b) Gọi B_1, C_1 tương ứng là trung điểm AB, AC . Chứng minh rằng $AB_1C_1.A'B'C'$ là một lăng trụ.

Tính thể tích khối lăng trụ $AB_1C_1.A'B'C'$.



Hình 7.50

- **Vận dụng:** Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cắt đều (Hình 7.51). Đáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có cạnh bằng 60 cm, 30 cm, cạnh bên của sọt dài 50 cm. Tính thể tích của sọt.



Hình 7.51

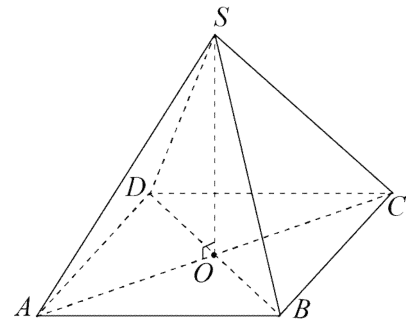
c) Sản phẩm: Lời giải của HS về:

- **Luyện tập 1:** Do đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên diện tích của đáy bằng $S_{ABCD} = a^2$. Giả sử O là tâm của đáy, xét tam giác SAO vuông tại O , khi đó ta có chiều cao của hình chóp bằng:

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{4b^2 - 2a^2}}{2}.$$

Từ đó suy ra thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

$$V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{4b^2 - 2a^2}}{2} a^2 = \frac{a^2 \sqrt{4b^2 - 2a^2}}{6}.$$



Hình 7.52

- **Luyện tập 2:** (Xem Hình 7.50) Diện tích của tam giác ABC và $A'B'C'$ lần lượt bằng:

$$S = \frac{1}{2}AB.AC.\sin \widehat{BAC} = \sqrt{3}a^2, S' = \frac{1}{2}A'B'.A'C'.\sin \widehat{B'A'C'} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Do chiều cao của khối chóp cắt bằng $HH' = h$ nên ta có thể tích của khối chóp cắt đều bằng:

$$V = \frac{1}{3}h(S + S' + \sqrt{S.S'}) = \frac{7\sqrt{3}a^2h}{12}.$$

Ta cũng có thể tích khối lăng trụ $AB_1C_1.A'B'C'$ bằng: $V' = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2h$.

- **Vận dụng:** Giả sử sọt đựng đồ là chóp cắt đều $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 60$ cm, $A'B' = 30$ cm, $CC' = 50$ cm. Suy ra diện tích của hình vuông $A'B'C'D'$ bằng $S' = 30^2 = 900$ (cm²) và diện tích của hình vuông $ABCD$ bằng $S = 60^2 = 3600$ (cm²).

Giả sử O, O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD, A'B'C'D'$.

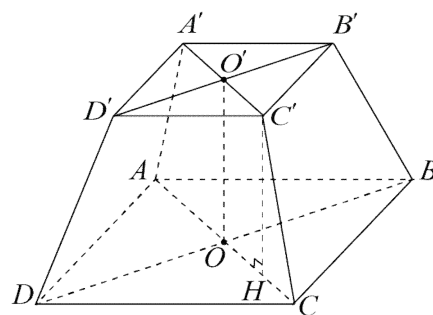
Ta có: $OC = \frac{1}{2}AC = 30\sqrt{2}$ cm, $O'C' = 15\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow HC = 15\sqrt{2}$ (cm).

Xét tam giác HCC' vuông tại H , ta có chiều cao của khối chóp cắt đều bằng:

$$h = C'H = \sqrt{C'C^2 - HC^2} = \sqrt{50^2 - (15\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{82} \text{ (cm)}.$$

Thể tích của sọt bằng:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}h(S + S' + \sqrt{S \cdot S'}) = \frac{1}{3}5\sqrt{82}(3600 + 900 + \sqrt{3600 \cdot 900}) \\ &= 10500\sqrt{82} \approx 95081,54 \text{ (cm}^3\text{)}. \end{aligned}$$



Hình 7.53

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- GV yêu cầu HS giải **Luyện tập 1, Luyện tập 2** và **Vận dụng**.
- GV hướng dẫn HS tìm lời giải.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc hiểu, quan sát, chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.
- GV quan sát, giúp đỡ các nhóm làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi 3 HS lên bảng trình bày lời giải, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV kiểm tra tính chính xác lời giải của HS, chốt kiến thức, HS ghi nhớ các khái niệm đã học.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (5 phút):

- HS ghi nhớ các công thức, khái niệm đã học trong bài.
- HS làm các bài tập từ **7.28** đến **7.32** trang 63, SGK.

CHƯƠNG VIII. CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 11 bộ “*Kết nối tri thức với cuộc sống*”)

BÀI 28. BIẾN CỐ HỢP, BIẾN CỐ GIAO, BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết khái niệm về biến cố hợp, biến cố giao và biến cố độc lập.
- Diễn đạt được bằng lời khái niệm biến cố hợp, biến cố giao.
- Xác định được biến cố hợp, biến cố giao là tập con nào của không gian mẫu.
- Xác định được hai biến cố độc lập hay không độc lập.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức làm việc nhóm. Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), bảng phụ, bút lông, các hình ảnh, đồ dùng dạy học minh hoạ cho phép thử ngẫu nhiên, biến cố.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. BIẾN CỐ HỢP

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) Mục tiêu: Tạo ra nhu cầu mô tả các mối liên hệ của các biến cố một cách cô đọng, súc tích bằng các khái niệm và các kí hiệu toán học.

b) Nội dung: Tình huống mở đầu trang 66, SGK.

c) Sản phẩm:

- Tạo sự kích thích lôi cuốn sự chú ý của HS.
- Các biến cố E, F, G, H được biểu diễn qua hai biến cố M, N sẽ đơn giản hơn.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS nghiên cứu và làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn) tình huống mở đầu trang 66, SGK.
- GV đặt vấn đề: Các biến cố trên rõ ràng có mối liên hệ với nhau. Chúng ta có thể mô tả các mối liên hệ đó một cách cô đọng, súc tích bằng các khái niệm và các kí hiệu toán học được không?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu nội dung tình huống mở đầu trang 66 và thảo luận với bạn cùng bàn để trả lời câu hỏi.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS xung phong trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt vào bài mới: Trong bài học này, ta sẽ tìm hiểu một số khái niệm cơ bản về biến cố hợp, biến cố giao, biến cố độc lập. Từ đó, giúp chúng ta có thể mô tả mối liên hệ các biến cố một cách cô đọng, súc tích bằng các khái niệm và các kí hiệu toán học.
- Trong chương này, ta xét các phép thử mà không gian mẫu có hữu hạn phần tử và đồng khả năng.

Hoạt động 2: Tìm hiểu khái niệm biến cố hợp (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Khởi động cho việc hình thành khái niệm biến cố hợp. Hình thành khái niệm biến cố hợp.

b) **Nội dung:** HĐ1 trang 67, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- $\Omega = \{\text{Bảo; Dung; Định; Lan; Long; Hương; Phúc; Cường; Tuấn; Trang}\};$
 $A = \{\text{Dung; Long; Cường; Trang}\}; \quad B = \{\text{Lan; Hương; Phúc; Cường; Trang}\};$
 $C = \{\text{Dung; Lan; Long; Hương; Phúc; Cường; Trang}\};$
 $A \cup B = \{\text{Dung; Long; Cường; Trang; Lan; Hương; Phúc}\}.$
- Cho A và B là hai biến cố. Biến cố “ A hoặc B xảy ra” được gọi là biến cố hợp của A và B , kí hiệu $A \cup B$. Biến cố hợp của A và B là tập con $A \cup B$ của không gian mẫu Ω .

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn).
- Yêu cầu HS nghiên cứu HĐ1 trang 67, SGK và hoàn thành câu trả lời trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc HĐ1, chọn lọc thông tin và trả lời. Hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV hỏi đáp thêm: Có nhận xét gì khi so sánh biến cố C với biến cố $A \cup B$?

Hoạt động 3: củng cố khái niệm biến cố hợp (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Minh họa vận dụng khái niệm biến cố hợp.

b) **Nội dung:** Ví dụ 1, trang 67, SGK.

c) **Sản phẩm:** Không gian mẫu: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}.$

$E \cup F$ là biến cố “Số ghi trên tám thẻ là số lẻ hoặc số nguyên tố”.

Ta có $E = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15\}, F = \{2; 3; 5; 7; 11; 13\}.$

Vậy $G = E \cup F = \{1; 2; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15\}.$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn) và nghiên cứu Ví dụ 1, trang 67, SGK.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi theo yêu cầu của GV, hoàn thành nội dung và trả lời. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung.
- *Nhận xét:* Từ kết quả của **Ví dụ 1**, nhận thấy nếu mô tả các biến cố qua các tập con của không gian mẫu sẽ thuận lợi cho việc tìm biến cố hợp.

Hoạt động 4: Vận dụng khái niệm biến cố hợp (12 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng khái niệm biến cố hợp. **Ví dụ 1** đóng vai trò làm mẫu.

b) **Nội dung:** **Luyện tập 1**, trang 68, SGK.

c) **Sản phẩm:** Không gian mẫu: $\Omega = \{\text{Hương; Hồng; Dung; Phương; Sơn; Tùng; Hoàng; Tiến; Hải}\}$.

M : “Học sinh đó là một bạn nữ hoặc học sinh đó có tên bắt đầu là chữ cái H”.

$H = \{\text{Hương; Hồng; Dung; Phương}\}; \quad K = \{\text{Hương; Hồng; Hoàng; Hải}\}.$

$M = H \cup K = \{\text{Hương; Hồng; Dung; Phương; Hoàng; Hải}\}.$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV chia lớp thành 4 nhóm thực hiện **Luyện tập 1**, trang 68, SGK:
 - a) Mô tả không gian mẫu.
 - b) Nêu nội dung của biến cố hợp $M = H \cup K$. Mỗi biến cố H, K, M là tập con nào của không gian mẫu?
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu đề bài, hoàn thành nội dung vào bảng phụ và lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Củng cố cách xác định biến cố hợp: Biến cố $A \cup B$ xảy ra khi và chỉ khi có ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra. Tập hợp mô tả biến cố $A \cup B$ là hợp của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B .

* Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)

- Ôn tập lại các kiến thức biến cố hợp. Xem trước nội dung biến cố giao và biến cố độc lập.
- Làm các **Bài tập 8.1, 8.2** trang 71, SGK.

TIẾT 2. BIẾN CỐ GIAO

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Khởi động cho việc hình thành khái niệm biến cố giao.

b) **Nội dung:** **HĐ2** trang 68, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- Xác định được tập D : “Học sinh đó được điểm giỏi môn Ngữ văn và điểm giỏi môn Toán”.
- Tìm được: $D = \{\text{Cường; Trang}\}; \quad A \cap B = \{\text{Cường, Trang}\}.$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cặp đôi/bàn, nghiên cứu **HD2** trang 68, SGK và hoàn thành câu trả lời trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc **HD2**, chọn lọc thông tin và trả lời. Hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 2: Tìm hiểu khái niệm biến cố giao (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Từ nội dung **HD2** trang 68, SGK, GV dẫn dắt hình thành khái niệm biến cố giao.

b) **Nội dung:** Khái niệm biến cố giao trang 68, SGK.

c) **Sản phẩm:** Cho A và B là hai biến cố. Biến cố: "Cả A và B đều xảy ra" được gọi là **biến cố giao** của A và B , kí hiệu AB . Biến cố giao của A và B là tập con $A \cap B$ của không gian mẫu Ω .

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cặp đôi/bàn và nghiên cứu khái niệm biến cố giao trang 68, SGK.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc khái niệm biến cố giao trang 68, SGK, chọn lọc thông tin và trả lời.
- Hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- **Chú ý:** Tập hợp mô tả biến cố AB là **giao của hai tập hợp** mô tả biến cố A và biến cố B . Biến cố AB xảy ra khi và chỉ cả hai biến cố A và B xảy ra.

Hoạt động 3: Củng cố khái niệm biến cố giao (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Minh hoạ vận dụng khái niệm biến cố giao.

b) **Nội dung:** Ví dụ 2, trang 67, SGK.

c) **Sản phẩm:** Không gian mẫu $\Omega = \{\text{Bảo; Đăng; Giang; Hoa; Long; Mai; Phúc; Tuấn; Yên}\}$.

T là biến cố "Học sinh được chọn biết chơi cả cầu lông và bóng bàn".

Ta có: $U = \{\text{Bảo; Đăng; Long; Phúc; Tuấn; Yên}\}; \quad V = \{\text{Giang; Long; Phúc; Tuấn}\}.$

Vậy $T = U \cap V = \{\text{Long; Phúc; Tuấn}\}.$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn) và nghiên cứu **Ví dụ 2**, trang 68-69, SGK.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi theo yêu cầu của GV, hoàn thành nội dung và trả lời. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trình bày, gọi HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung.

- *Nhận xét:* Từ kết quả của **Ví dụ 2**, nhận thấy nếu mô tả các biến cố qua các tập con của không gian mẫu sẽ thuận lợi cho việc tìm biến cố giao.

Hoạt động 4: Luyện tập khái niệm biến cố hợp (10 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng khái niệm biến cố hợp. **Ví dụ 2** đóng vai trò làm mẫu.

b) Nội dung: **Luyện tập 2**, trang 69, SGK.

c) Sản phẩm: Không gian mẫu: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; \dots; 25\}$. S là biến cố “Số ghi trên tám thẻ là số chia hết cho cả 4 và 6”. Khi đó ta có: $P = \{4; 8; 12; 16; 20; 24\}$; $Q = \{6; 12; 18; 24\} \Rightarrow S = P \cap Q = \{12; 24\}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS thực hiện các yêu cầu sau:
 - Mô tả không gian mẫu.
 - Nội dung của biến cố giao $S = P \cap Q$ là gì? Mỗi biến cố P , Q , S là tập con nào của không gian mẫu?
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu đề bài, hoàn thành nội dung vào bảng phụ và lần lượt lên trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 5: Vận dụng khái niệm biến cố hợp, biến cố giao (13 phút)

a) Mục tiêu: *Trở lại tình huống mở đầu.* Sử dụng khái niệm biến cố hợp, biến cố giao, biến cố đối, ta biểu diễn biến cố E , F theo các biến cố M và N .

b) Nội dung: **Vận dụng**, trang 69, SGK.

c) Sản phẩm: Biến cố: $E = M \cup N$; biến cố $F = MN$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Biến cố G xảy ra khi và chỉ khi hoặc gia đình đó có ti vi và không có máy vi tính; hoặc gia đình đó không có ti vi và có máy vi tính. Vậy $G = M\bar{N} \cup \bar{M}N$.
- Biến cố H xảy ra khi và chỉ khi gia đình đó không có cả ti vi và máy vi tính. Vậy $H = \bar{M}\bar{N}$.
- Yêu cầu HS biểu diễn mỗi biến cố E , F theo các biến cố M và N .

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại các kiến thức về biến cố giao, biến cố hợp.
- Làm **Bài tập 8.2, 8.3** trang 71 và tìm hiểu trước bài học “*Biến cố độc lập*” trang 69, 70, SGK.

TIẾT 3. BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Khởi động cho việc hình thành khái niệm biến cố độc lập.

b) **Nội dung:** HD3 trang 69, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- Việc xảy ra hay không xảy ra biến cố A không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố B và ngược lại.
- Cặp biến cố A và B được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân nghiên cứu HD3 trang 69, SGK và hoàn thành câu trả lời trên giấy nháp.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc HD3, chọn lọc thông tin và trả lời, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 2: Hình thành khái niệm biến cố độc lập (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Từ nội dung HD3 trang 69, SGK, GV dẫn dắt hình thành khái niệm biến cố độc lập.

b) **Nội dung:** Khái niệm biến cố độc lập trang 69, SGK.

c) **Sản phẩm:** Cặp biến cố A và B được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc cá nhân, nghiên cứu khái niệm biến cố độc lập trang 69, SGK.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS đọc khái niệm biến cố độc lập trang 69, SGK, chọn lọc thông tin và trả lời.
- Hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Chú ý:* Nếu cặp biến cố A và B độc lập thì các cặp biến cố: A và $\overline{B}$; $\overline{A}$ và B ; $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng độc lập.

Hoạt động 3: Củng cố khái niệm biến cố độc lập (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Minh họa vận dụng khái niệm biến cố độc lập.

b) **Nội dung:** Ví dụ 3, trang 70, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- Nếu A xảy ra, tức là Minh lấy được viên bi màu đỏ. Vì Minh trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp có 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(B) = \frac{5}{9}$.
 - Nếu A không xảy ra, tức là Minh lấy được viên bi màu xanh. Vì Minh trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp vẫn có 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(B) = \frac{5}{9}$.
- Vậy xác suất xảy ra của biến cố B không thay đổi bởi việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố A .
 Vì Hùng lấy sau Minh nên $P(A) = \frac{4}{9}$ dù biến cố B xảy ra hay không xảy ra. Vậy A và B độc lập.
- Nếu C xảy ra, tức là Sơn lấy được viên bi màu đỏ. Vì Sơn không trả lại viên bi đó vào hộp nên trong hộp có 8 viên bi với 3 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh. Vậy $P(D) = \frac{5}{8}$.
 - Nếu C không xảy ra, tức là Sơn lấy được viên bi màu xanh. Vì Sơn không trả lại viên bi đã lấy vào hộp nên trong hộp có 4 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Vậy $P(D) = \frac{4}{8}$.

Như vậy, xác suất xảy ra của biến cố D đã thay đổi phụ thuộc vào việc biến cố C xảy ra hay không xảy ra. Do đó, hai biến cố C và D không độc lập.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn) và nghiên cứu **Ví dụ 3**, trang 70, SGK.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi theo yêu cầu của GV, hoàn thành nội dung và trả lời. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung.

Hoạt động 4: Luyện tập khái niệm biến cố hợp (17 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng khái niệm biến cố hợp. **Ví dụ 3** đóng vai trò làm mẫu.

b) **Nội dung:** Luyện tập 3, trang 70, SGK.

c) **Sản phẩm:** Nếu B xảy ra ta có $P(E) = \frac{3}{6}$; nếu B không xảy ra ta có: $P(E) = \frac{3}{6}$.

Nếu E xảy ra ta có $P(B) = \frac{2}{6}$; nếu E không xảy ra ta có $P(B) = \frac{2}{6}$. Vậy biến cố E và B độc lập.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Trở lại tình huống trong **HĐ3**. Xét hai biến cố sau:

E : “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Minh gieo là số nguyên tố”;

B : “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bạn Sơn gieo là số chia hết cho 3”.

Hai biến cố E và B độc lập hay không độc lập?

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức về phương pháp chứng minh hai biến cố độc lập: Để chứng minh hai biến cố A và B độc lập với nhau, ta chứng minh việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (3 phút)

- Ôn tập lại các kiến thức về biến cố giao, biến cố hợp và biến cố độc lập.
- Làm Bài tập 8.4, 8.5 trang 71 và tìm hiểu trước bài: “Công thức cộng xác suất”, trang 71-74, SGK.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

Câu hỏi 1. Trong hộp kín có 10 quả bóng màu xanh và 8 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có kích thước và khối lượng giống nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng. Xét các biến cố:

A : “Hai quả bóng lấy ra có màu xanh”; B : “Hai quả bóng lấy ra có màu đỏ”.

Có bao nhiêu phát biểu đúng trong những phát biểu sau đây?

- Biến cố hợp của hai biến cố A và B là “Hai quả bóng lấy ra cùng có màu đỏ hoặc màu xanh”.
- Biến cố hợp của hai biến cố A và B là “Hai quả bóng lấy ra khác màu nhau”.
- Biến cố hợp của hai biến cố A và B là “Hai quả bóng lấy ra có cùng màu”.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu hỏi 2. Một hộp có 52 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, ..., 52; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ trong hộp.

Xét biến cố A : “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3” và biến cố B : “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 4”. Khi đó, biến cố AB là:

A. $\{12; 24; 36; \dots; 48\}$.

B. $\{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; \dots; 48; 51\}$.

C. $\{4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32; \dots; 48; 52\}$.

D. $\emptyset$.

Câu hỏi 3. Thực hiện hai thí nghiệm. Gọi T_1 và T_2 lần lượt là các biến cố “Thí nghiệm thứ nhất thành công” và “Thí nghiệm thứ hai thành công”. Hãy biểu diễn biến cố “Có đúng một trong hai thí nghiệm thành công” theo hai biến cố T_1 và T_2 .

A. $T_1 \cup T_2$.

B. $\overline{T_1}T_2 \cup T_1\overline{T_2}$.

C. T_1T_2 .

D. $T_1 \cup \overline{T_2}$.

II. Tự luận

Câu hỏi 4. Một hộp có 3 quả bóng màu xanh, 4 quả bóng màu đỏ; các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy bóng ngẫu nhiên hai lần liên tiếp, trong đó mỗi lần lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra rồi bỏ lại quả bóng đó vào hộp.

Xét các biến cố: A : “Quả bóng màu xanh được lấy ra ở lần thứ nhất”;

B : “Quả bóng màu đỏ được lấy ra ở lần thứ hai”.

Hai biến cố A và B có độc lập không? Vì sao?

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu hỏi 1. Phát biểu a) và c) đúng; phát biểu b) sai. Vậy chọn B.

Câu hỏi 2. A

Ta có: $A = \{3; 6; 9; 12; 15; \dots; 48; 51\}$; $B = \{4; 8; 12; 16; 20; \dots; 48; 52\}$; $AB = \{12; 24; 36; \dots; 48\}$.

Câu hỏi 3. Biến cố “Có đúng một trong hai thí nghiệm thành công” là: $\overline{T_1}T_2 \cup T_1\overline{T_2}$. Vậy chọn B.

Câu hỏi 4. Trước hết, biến cố B xảy ra sau biến cố A nên việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố B không làm ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố A .

Mặt khác, ta có: xác suất của biến cố B khi biến cố A xảy ra bằng $\frac{4}{7}$; xác suất của biến cố B khi biến cố A không xảy ra cũng bằng $\frac{4}{7}$. Do đó, việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố A không làm ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố B . Vậy hai biến cố A và B là độc lập.

BÀI 29. CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức, kĩ năng

- Vận dụng được công thức cộng để tính được xác suất của biến cố hợp của hai biến cố xung khắc.
- Vận dụng được công thức cộng để tính được xác suất của biến cố hợp của hai biến cố bất kì.
- Biết sử dụng phương pháp tổ hợp khi vận dụng công thức cộng xác suất.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức làm việc nhóm và trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), bảng phụ, bút lông, các hình ảnh, đồ dùng dạy học minh hoạ cho phép thử ngẫu nhiên, biến cố.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ XUNG KHÁC

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (4 phút)

a) Mục tiêu: Tình huống đặt ra nhu cầu cần có công thức cộng xác suất.

b) Nội dung: Tình huống mở đầu, trang 72, SGK.

c) Sản phẩm: Tạo sự kích thích lôi cuốn sự chú ý của HS.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

Yêu cầu HS nghiên cứu tình huống mở đầu trang 72, SGK và trả lời câu hỏi: Tính được tỉ lệ dân cư trên 50 tuổi của tỉnh X không mắc cả bệnh tim và bệnh huyết áp hay không?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu nội dung tình huống mở đầu, chú ý lắng nghe, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt vào bài mới: Trong bài học này, chúng ta sẽ tìm hiểu một số khái niệm cơ bản về biến cố xung khắc, công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc và công thức cộng xác suất để giải quyết bài toán mở đầu.

Hoạt động 2: Hình thành khái niệm biến cố xung khắc (4 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành khái niệm biến cố xung khắc; hình thành khái niệm biến cố xung khắc.

b) **Nội dung:** HĐ1, trang 72, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- Hai biến cố A và B không đồng thời xảy ra. Vì trong các số $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ không có số chia hết cho 3 đồng thời chia hết cho 4.
- Biến cố A và biến cố B được gọi là **xung khắc** nếu A và B không đồng thời xảy ra. Hai biến cố A và B xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân và nghiên cứu HĐ1, trang 72, SGK và hoàn thành trên giấy nháp.
- GV đặt câu hỏi: Biến cố A và biến cố $\bar{A}$ có xung khắc hay không? Tại sao?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu HĐ1, trang 72, SGK, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Lưu ý:
 - Biến cố A và biến cố $\bar{A}$ có xung khắc vì $A \cap \bar{A} = \emptyset$.
 - Hai biến cố đối nhau thì xung khắc. Điều ngược lại không đúng.

Hoạt động 3: Củng cố khái niệm biến cố xung khắc (7 phút)

a) **Mục tiêu:** Minh họa cách chứng tỏ hai biến cố xung khắc.

b) **Nội dung:** Ví dụ 1, trang 72, SGK.

c) **Sản phẩm:**

- Cặp biến cố A và B là xung khắc vì A và B không đồng thời xảy ra.
- Cặp biến cố A và C không xung khắc vì nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7 thì cả A và C xảy ra.
- Cặp biến cố B và C không xung khắc vì nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 3 thì cả B và C xảy ra.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Phương pháp để chứng tỏ hai biến cố xung khắc.
- Trong các cặp biến cố A và B ; A và C ; B và C cặp biến cố nào xung khắc? Tại sao?
- Yêu cầu thảo luận nhóm đôi/bàn.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Các nhóm thảo luận theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.

- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Củng cố cách chứng tỏ hai biến cố xung khắc: Biến cố A và B xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$.

Hoạt động 4: Luyện tập “khái niệm biến cố xung khắc” (7 phút)

a) **Mục tiêu:** Luyện tập chứng tỏ hai biến cố xung khắc. **Ví dụ 1** đóng vai trò làm mẫu.

b) **Nội dung:** **Luyện tập 1**, trang 73, SGK.

c) **Sản phẩm:** Hai biến cố E và F không xung khắc vì nếu chọn được bạn thích cả hai môn Bóng đá và Cầu lông thì cả hai biến cố E và F đều xảy ra mâu thuẫn với khái niệm $E \cap F = \emptyset$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cá nhân và nghiên cứu **Luyện tập 1**, trang 73, SGK.
- Trong nội dung **Luyện tập 1**, hai biến cố E và F có xung khắc không?

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS nghiên cứu **Luyện tập 1**, chọn lọc thông tin và trả lời.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 5: Hình thành công thức cộng xác suất của hai biến cố xung khắc (4 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành công thức cộng xác suất của hai biến cố xung khắc.

b) **Nội dung:** **HĐ2**, trang 73, SGK.

c) **Sản phẩm:** Ta có: $A = \{3; 6\}$; $B = \{4\}$; $A \cup B = \{3; 4; 6\}$ và $P(A) = \frac{2}{6}$; $P(B) = \frac{1}{6}$; $P(A \cup B) = \frac{3}{6}$.

Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Từ tình huống trong **HĐ1**, HS tính $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$, rút ra mối liên hệ giữa $P(A)$, $P(B)$ và $P(A \cup B)$.
- HS làm việc theo nhóm đôi (2 HS/bàn) thực hiện **HĐ2**.
- **Yêu cầu:** HS nghiên cứu đề bài, hoàn thành thông tin trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào giấy nháp. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS lên trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- **Lưu ý:** Biến cố A và biến cố $\bar{A}$ có xung khắc và $A \cup \bar{A} = \Omega$.

Theo công thức cộng xác suất, ta có: $1 = P(\Omega) = P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A})$. Do đó $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Hoạt động 6: Củng cố công thức cộng xác suất của hai biến cố xung khắc (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Minh họa cách vận dụng công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc, kết hợp với phương pháp tổ hợp.

b) **Nội dung:** Ví dụ 2, trang 73, SGK.

c) **Sản phẩm:**

a) Biến cố C xảy ra khi và chỉ khi trong hai tấm thẻ có ít nhất một tấm thẻ ghi số chẵn. Nếu cả hai tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố A xảy ra. Nếu chỉ có một tấm thẻ ghi số chẵn thì biến cố B xảy ra. Vậy C là biến cố hợp của A và B .

b) Hai biến cố A và B xung khắc. Do đó $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Ta cần tính $P(A)$ và $P(B)$. Không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{1; 2; \dots; 9\}$. Do đó $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

- Tính $P(A)$: Biến cố A là tập hợp tất cả các tập con có hai phần tử của tập $\{2; 4; 6; 8\}$.

$$\text{Do đó } n(A) = C_4^2 = 6. \text{ Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

- Tính $P(B)$: Mỗi phần tử của B được hình thành từ hai công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn một số chẵn từ tập $\{2; 4; 6; 8\}$. Có 4 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn một số lẻ từ tập $\{1; 3; 5; 7; 9\}$. Có 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, tập B có $4 \cdot 5 = 20$ (phần tử). Do đó $n(B) = 20$.

$$\text{Suy ra } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}. \text{ Vậy } P(C) = P(A) + P(B) = \frac{6}{36} + \frac{20}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Chứng minh $C = A \cup B$ và tính $P(C)$.

- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu đề bài, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Thực hiện thảo luận cặp đôi/bàn. Trả lời câu hỏi vào giấy nháp. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.

Hoạt động 7: Luyện tập công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc, kết hợp với phương pháp tổ hợp. Ví dụ 2 đóng vai trò làm mẫu.

b) **Nội dung:** Luyện tập 2, trang 74, SGK.

c) **Sản phẩm:** Xét biến cố A : “Chọn được cả hai quả cầu màu xanh”; biến cố B : “Chọn được cả hai quả cầu màu đỏ”; biến cố C : “Chọn được cả hai quả cầu cùng màu”.

Ta có $n(\Omega) = C_8^2 = 28$. Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(C) = P(A) + P(B)$.

$$\text{Ta có: } n(A) = C_5^2 = 10; n(B) = C_3^2 = 3 \text{ nên } P(C) = P(A) + P(B) = \frac{10}{28} + \frac{3}{28} = \frac{13}{28}.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm (chia HS thành 4 nhóm) và nghiên cứu **Luyện tập 2**, trang 74, SGK.

- Tính xác suất để chọn được hai quả cầu có cùng màu.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **Luyện tập 2**, trang 74, SGK.
- Tính số phần tử của không gian mẫu.
- Tính xác suất để chọn được hai quả cầu có cùng màu bằng cách sử dụng quy tắc cộng xác suất.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện 1 nhóm trình bày, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Lưu ý: Áp dụng công thức $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ khi A và B là hai biến cố xung khắc.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Làm **Bài tập 8.6** trang 75, SGK.
- Tìm hiểu trước bài mới: “*Công thức cộng xác suất*”, trang 74, 75, SGK.

TIẾT 2. CÔNG THỨC CỘNG XÁC SUẤT

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Tình huống đặt ra nhu cầu cần có công thức cộng xác suất.

b) **Nội dung:** **HĐ3**, trang 74, SGK.

c) **Sản phẩm:** Tạo sự kích thích lôi cuốn sự chú ý của HS.

- $P(A)$ là tỉ lệ HS học khá môn Ngữ văn; $P(B)$ là tỉ lệ HS học khá môn Toán.
- $P(AB)$ là tỉ lệ HS học khá cả môn Ngữ văn và môn Toán.
- $P(A \cup B)$ là tỉ lệ HS học khá môn Ngữ văn **hoặc** môn Toán.
- Vì A và B là hai biến cố **không** xung khắc.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- Yêu cầu HS nghiên cứu tình huống **HĐ3**, trang 74, SGK.
- HS làm việc nhóm (chia HS thành 4 nhóm), nghiên cứu **HĐ3** và hoàn thành trên bảng phụ.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **HĐ3**, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện 1 nhóm trình bày kết quả, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt HS vào bài mới: *Công thức cộng xác suất cho hai biến cố bất kì*.

Hoạt động 2: Hình thành công thức cộng xác suất (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành công thức cộng xác suất cho hai biến cố bất kì.

b) **Nội dung:** Công thức cộng xác suất cho hai biến cố bất kì, trang 74, SGK.

c) **Sản phẩm:** Cho hai biến cố A và B . Khi đó, ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

Tại sao để tính $P(A \cup B)$ ta không áp dụng được công thức $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu công thức cộng xác suất cho hai biến cố bất kì, trang 74, SGK.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV đặt ra vấn đề: Vì sao công thức cộng xác suất cho hai biến cố xung khắc là hệ quả của công thức cộng xác suất.

Giải thích: Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $AB = \emptyset$. Khi đó ta có $P(AB) = 0$.

Hoạt động 3: Củng cố công thức cộng xác suất cho hai biến cố bất kì (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Minh hoạ cách vận dụng công thức cộng xác suất cho hai biến cố **không** xung khắc.

b) **Nội dung:** Ví dụ 3, trang 74, SGK.

c) **Sản phẩm:** $P(A) = 19\% = 0,19$; $P(B) = 32\% = 0,32$ và $P(AB) = 7\% = 0,07$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,19 + 0,32 - 0,07 = 0,44.$$

Do đó, xác suất để chọn ngẫu nhiên một HS của trường X học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán là 0,44. Vậy tỉ lệ HS học khá môn Ngữ văn hoặc khá môn Toán của trường X là 44%.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Phương pháp để chứng tỏ hai biến cố xung khắc.
- Trong các cặp biến cố A và B ; A và C ; B và C , cặp biến cố nào xung khắc? Tại sao?
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu đề bài, hoàn thành nội dung vào bảng phụ và lần lượt lên bảng trình bày.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Thực hiện cá nhân: Trở lại tình huống ở **HĐ3**, hãy tính tỉ lệ HS học khá môn Ngữ văn hoặc học khá môn Toán của trường X.
- GV quan sát, hỗ trợ HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Củng cố cách chứng tỏ hai biến cố xung khắc: Biến cố A và B xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$.

Hoạt động 4: Luyện tập công thức cộng xác suất cho hai biến cố bất kì (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng công thức cộng xác suất cho hai biến cố không xung khắc. Ví dụ 3 đóng vai trò làm mẫu.

b) **Nội dung:** Luyện tập 3, trang 75, SGK.

c) **Sản phẩm:** Xét biến cố A : “Học sinh đó thích môn Bóng đá”; biến cố B : “Học sinh đó thích môn Bóng bàn”. Khi đó biến cố E : “Học sinh thích **ít nhất** một trong hai môn Bóng đá hoặc Bóng bàn” là biến cố hợp của A và B .

Theo công thức cộng: $P(E) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

$$P(A) = \frac{19}{30}; P(B) = \frac{17}{30}; P(AB) = \frac{15}{30}. P(E) = P(A \cup B) = \frac{21}{30} = 0,7.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc cả nhóm (chia HS thành 4 nhóm) nghiên cứu **Luyện tập 3**, trang 75, SGK.
- Trong nội dung **Luyện tập 3**, hai biến cố A và B có xung khắc không?

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS nghiên cứu **Luyện tập 3**, trang 75, SGK, chọn lọc thông tin và trả lời.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV mời đại diện nhóm trình bày, các nhóm còn khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Lưu ý:* Khi áp dụng công thức cộng xác suất của hai biến cố cần phải kiểm tra hai biến cố đó có xung khắc hay không.

Hoạt động 5: Vận dụng công thức cộng xác suất của hai biến cố bất kì (15 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng công thức cộng xác suất giải bài toán đặt ra trong tình huống mở đầu.

b) Nội dung: **Vận dụng**, trang 75, SGK.

c) Sản phẩm:

- Công thức xác suất của biến cố đối: $P(E) = 1 - P(\bar{E})$.
- Theo công thức cộng xác suất: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.
Do đó $P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB)$.
- Theo giả thiết bài toán ta có: $P(A) = 8,2\% = 0,082$; $P(B) = 12,5\% = 0,125$; $P(AB) = 5,7\% = 0,057$.
Ta có $P(E) = 0,85$.
- Vậy xác suất để người đó không mắc cả bệnh tim và bệnh huyết áp là 0,85. Điều đó có nghĩa là có 85% dân cư trên 50 tuổi của tỉnh X không có cả bệnh tim và bệnh huyết áp.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Vận dụng công thức xác suất của biến cố đối.
- *Gợi ý:* Chọn ngẫu nhiên một người dân trên 50 tuổi của tỉnh X. Gọi A là biến cố “Người đó mắc bệnh tim”, B là biến cố “Người đó mắc bệnh huyết áp”, E là biến cố “Người đó không mắc cả bệnh tim và bệnh huyết áp”. Khi đó $\bar{E}$ là biến cố “Người đó mắc bệnh tim hoặc mắc bệnh huyết áp”. Ta có $\bar{E} = A \cup B$.
Áp dụng công thức cộng xác suất và công thức xác suất của biến cố đối để tính $P(E)$.
- HS làm việc theo nhóm (chia HS thành 4 nhóm) thực hiện **Vận dụng**, trang 75, SGK.
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu đề bài, hoàn thành thông tin trên giấy nháp, sau đó trình bày kết quả.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS trao đổi theo yêu cầu, hoàn thành nội dung vào bảng phụ.
- Áp dụng công thức cộng xác suất và công thức xác suất của biến cố đối để tính $P(E)$.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV đại diện các nhóm lên trình bày kết quả, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Lưu ý:* $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Làm **Bài tập 8.7; 8.8** trang 85, SGK.
- Tìm hiểu trước bài mới “*Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập*”, trang 76, 77, 78, SGK.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

Câu hỏi 1. Một hộp có 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Có bao nhiêu cặp biến cố xung khắc trong các biến cố sau?

- A : “Hai viên bi lấy ra cùng màu xanh”; B : “Hai viên bi lấy ra cùng màu đỏ”;
 C : “Hai viên bi lấy ra cùng màu”; D : “Hai viên bi lấy ra khác màu”.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu hỏi 2. Một hộp có 12 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, ..., 12; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ trong hộp.

Xét biến cố A : “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3” và biến cố B : “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5”. Khi đó $P(A \cup B)$ bằng

A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu hỏi 3. Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương có hai chữ số. Xét biến cố A : “Số được viết ra là số chia hết cho 8” và biến cố B : “Số được viết ra là số chia hết cho 9”. Khi đó $P(A \cup B)$ bằng

A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu hỏi 4. Một đội tình nguyện gồm 9 học sinh khối 10 và 7 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 người trong đội. Xác suất của biến cố “Cả 3 người được chọn học cùng một khối” bằng

A. $\frac{12}{37}$. B. $\frac{17}{80}$. C. $\frac{7}{8}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu hỏi 5. Ở lúa, hạt gạo đục là tính trạng trội hoàn toàn so với hạt gạo trong. Cho cây lúa có hạt gạo đục thuần chủng thụ phấn với cây lúa có hạt gạo trong được F1 toàn hạt gạo đục. Tiếp tục cho các cây lúa F1 thụ phấn với nhau và thu được các hạt gạo mới. Lần lượt chọn ra ngẫu nhiên 2 hạt gạo mới. Xác suất của biến cố “Có đúng 1 hạt gạo đục trong 2 hạt gạo được lấy ra” bằng

A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{1}{4}$.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu hỏi 1. D

- Ta có hai biến cố A và B xung khắc.
- Biến cố C xảy ra khi lấy ra 2 viên bi xanh hoặc 2 viên bi đỏ hoặc 2 viên bi vàng. Khi lấy được 2 viên bi màu xanh thì biến cố A và biến cố C cùng xảy ra. Khi lấy được 2 viên bi màu đỏ thì biến cố B và biến cố C cùng xảy ra. Do đó, biến cố C không xung khắc với biến cố A và biến cố B .
- Biến cố D xảy ra khi lấy ra 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ; hoặc 1 viên bi xanh, 1 viên bi vàng; hoặc 1 viên bi đỏ, 1 viên bi vàng. Do đó, biến cố D xung khắc với biến cố A , xung khắc với biến cố B và xung khắc với biến cố C .

Vậy có 4 cặp biến cố xung khắc là: A và B ; A và D ; B và D ; C và D .

Câu hỏi 2. C

Không gian mẫu của phép thử trên có 12 phần tử, tức là: $n(\Omega) = 12$.

Số các kết quả thuận lợi cho các biến cố A , B lần lượt là $n(A) = 4$, $n(B) = 2$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

Trong các số $1, 2, 3, \dots, 12$ không có số nào chia hết cho cả 3 và 5. Vì thế A, B là hai biến cố xung khắc.

$$\text{Suy ra } P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}.$$

Câu hỏi 3. A

Trong 90 số có hai chữ số, có 11 số chia hết cho 8, có 10 số chia hết cho 9 và có 1 số chia hết cho cả 8 và 9. Vì thế, ta có: $P(A) = \frac{11}{90}, P(B) = \frac{10}{90}, P(AB) = \frac{1}{90}$.

$$\text{Vậy } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{11}{90} + \frac{10}{90} - \frac{1}{90} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}.$$

Câu hỏi 4. B

Gọi A là biến cố “Cả 3 học sinh được chọn đều thuộc khối 10” và B là biến cố “Cả 3 học sinh được chọn đều thuộc khối 11”. Khi đó $A \cup B$ là biến cố “Cả 3 người được chọn học cùng một khối”.

Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

$$\text{Ta thấy } P(A) = \frac{C_9^3}{C_{16}^3} \text{ và } P(B) = \frac{C_7^3}{C_{16}^3}, \text{ nên } P(A \cup B) = \frac{C_9^3 + C_7^3}{C_{16}^3} = \frac{17}{80}.$$

Câu hỏi 5. C

Quy ước gene A : hạt gạo đục và gene a : hạt gạo trong. Ở thế hệ F_2 , ba kiểu gene AA, Aa, aa xuất hiện với tỉ lệ 1: 2: 1 nên tỉ lệ hạt gạo đục so với hạt gạo trong là 3: 1.

Gọi A_1, A_2 lần lượt là biến cố “Hạt gạo lấy ra lần thứ nhất là hạt gạo đục” và biến cố “Hạt gạo lấy ra lần thứ hai là hạt gạo đục”. Ta có A_1, A_2 là hai biến cố độc lập và $P(A_1) = P(A_2) = \frac{3}{4}$. Xác suất của biến cố “Có đúng 1 hạt gạo đục trong 2 hạt gạo được lấy ra” là:

$$P(A_1 \bar{A}_2 \cup \bar{A}_1 A_2) = P(A_1 \bar{A}_2) + P(\bar{A}_1 A_2) = P(A_1)P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1)P(A_2) = 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}.$$

BÀI 30. CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức, kĩ năng

Tính được xác suất biến cố giao của hai biến cố độc lập bằng cách sử dụng công thức nhân xác suất và sơ đồ hình cây.

2. Năng lực

- Năng lực tư duy và lập luận toán học.
- Năng lực giao tiếp toán học.
- Năng lực mô hình hoá toán học.
- Năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn.

3. Phẩm chất

- Có ý thức tìm tòi, khám phá và vận dụng sáng tạo kiến thức để giải quyết vấn đề thực tiễn.
- Có ý thức làm việc nhóm. Có trách nhiệm khi thực hiện nhiệm vụ được giao.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. Giáo viên:** Máy tính, máy chiếu, máy chiếu đa vật thể (nếu có), bảng phụ, bút lông, các hình ảnh, đồ dùng dạy học.
- 2. Học sinh:** Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

- a) Mục tiêu:** Tình huống đặt ra nhu cầu cần có công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập.
- b) Nội dung:** Tình huống mở đầu, trang 76, SGK.
- c) Sản phẩm:** Tạo sự kích thích lôi cuốn sự chú ý của HS.
- d) Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

Yêu cầu HS nghiên cứu tình huống mở đầu trang 76, SGK.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu nội dung tình huống mở đầu; chú ý lắng nghe, chọn lọc thông tin và trả lời.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và dẫn dắt HS vào bài mới: Bài học này sẽ giúp các em trả lời câu hỏi trên thông qua việc tìm hiểu công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập.

Hoạt động 2: Hình thành công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập (15 phút)

a) Mục tiêu:

- Khởi động việc hình thành công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập.
- Hình thành công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập.

b) Nội dung: HD1, trang 76, SGK.

c) Sản phẩm:

- Dễ thấy $P(A) = \frac{6}{10}; P(B) = \frac{7}{8}$. Do đó $n(\Omega) = 10.8 = 80$; $n(AB) = 6.7 = 42$ nên $P(AB) = \frac{42}{80}$.

Suy ra $P(AB) = P(A).P(B)$.

- Dù biến cố A có xảy ra hay không ta đều có $P(B) = \frac{7}{8}$. Dù biến cố B có xảy ra hay không ta đều có

$P(A) = \frac{6}{10}$. Vậy hai biến cố A và B độc lập.

- Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì $P(AB) = P(A).P(B)$. Công thức này gọi là công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc nhóm đôi.
- Yêu cầu HS nghiên cứu HD1, trang 76, SGK và hoàn thành trên giấy nháp:

a) Tính $P(A)$, $P(B)$, $P(AB)$.

b) So sánh $P(AB)$ và $P(A).P(B)$.

- GV nêu câu hỏi: Hai biến cố A và B có độc lập hay không? Vì sao?

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **HD1**, trang 76, SGK, hoàn thành theo yêu cầu, sau đó trình bày kết quả.
- GV khuyến khích, động viên, tạo không khí học tập sôi nổi cho HS.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV gọi HS trả lời, trình bày kết quả, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV đánh giá kết quả HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- *Lưu ý:* Với hai biến cố A và B , nếu $P(AB) \neq P(A).P(B)$ thì A và B không độc lập.

Hoạt động 3: Củng cố công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Minh họa cách vận dụng công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập, kết hợp với việc sử dụng sơ đồ hình cây.

b) **Nội dung:** Ví dụ 1, trang 77, SGK.

c) **Sản phẩm:**

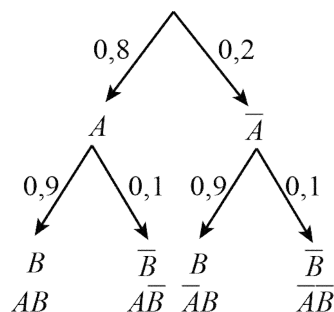
- Vì hai vận động viên An và Bình thi đấu hai môn thể thao khác nhau nên hai biến cố A và B là độc lập.
- Vì A và B là hai biến cố độc lập nên áp dụng công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A).P(B) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72.$$

- Ta dùng sơ đồ hình cây để mô tả (như bên) và có kết quả như sau:

$$P(\overline{AB}) = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02;$$

$$P(A\overline{B}) = 0,8 \cdot 0,1 = 0,08.$$



d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Giải thích tại sao hai biến cố A và B độc lập.
- Tính xác suất để cả hai vận động viên đạt huy chương.
- Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:
 - Cả hai vận động viên không đạt huy chương;
 - Vận động viên An đạt huy chương, vận động viên Bình không đạt huy chương;
 - Vận động viên An không đạt huy chương, vận động viên Bình đạt huy chương.
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu ví dụ, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các HS thực hiện theo cá nhân. GV quan sát, hỗ trợ các HS làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện HS lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- GV nhắc lại cách chứng minh hai biến cố độc lập, quy tắc nhân xác suất, sử dụng sơ đồ cây để tính xác suất.

Hoạt động 4: Luyện tập “công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập” (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Vận dụng công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập. Ví dụ 1 đóng vai trò làm mẫu.

b) **Nội dung:** Luyện tập 1, trang 77, SGK.

c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố: “Hạt A nảy mầm”; B là biến cố: “Hạt B nảy mầm”.

Ta có sơ đồ hình cây như hình bên.

Ta có biến cố A và B độc lập, $P(A) = 0,92$; $P(B) = 0,88$.

a) Biến cố $\overline{AB}$: “Hạt A nảy mầm, hạt B không nảy mầm”.

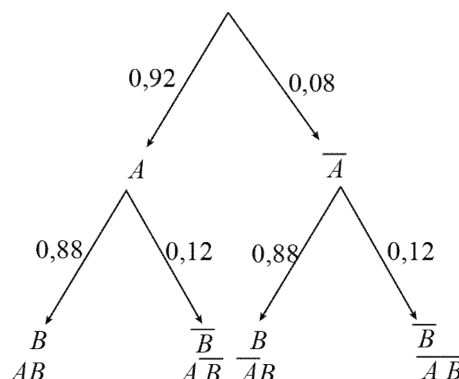
Vậy $P(\overline{AB}) = 0,92 \cdot 0,12 = 0,1104$.

b) Biến cố $\overline{AB}$: “Hạt A không nảy mầm, hạt B nảy mầm”.

Vậy $P(\overline{AB}) = 0,08 \cdot 0,88 = 0,0704$.

c) Biến cố $A \cup B$: “Có ít nhất một trong hai hạt nảy mầm”.

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \\ &= 0,92 + 0,88 - 0,92 \cdot 0,88 = 0,9904. \end{aligned}$$



d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

HS làm việc nhóm (chia HS thành 4 nhóm) nghiên cứu **Luyện tập 1**, trang 77, SGK:

- Giải thích tại sao hai biến cố A và B độc lập.
- Tính xác suất để cả hai vận động viên đạt huy chương.
- Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS nghiên cứu **Luyện tập 1**, trang 77, SGK, chọn lọc thông tin và trả lời.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm trình bày, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Lưu ý:* Nếu hai biến cố A và B độc lập thì mỗi cặp biến cố A và $\overline{B}$, $\overline{A}$ và $\overline{B}$, $\overline{A}$ và B cũng độc lập.

TIẾT 2. VẬN DỤNG HỆ QUẢ CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT

Hoạt động 5: Minh họa vận dụng hệ quả công thức nhân xác suất (18 phút)

a) **Mục tiêu:** Minh họa cách vận dụng công thức trên vào một tình huống thực tế.

b) **Nội dung:** Ví dụ 2, trang 77, SGK.

c) **Sản phẩm:** Chọn ngẫu nhiên một người đã bị tai nạn ô tô. Gọi A là biến cố “Người đó đã tử vong”; B là biến cố “Người đó đã không thắt dây an toàn”.

Khi đó, AB là biến cố “Người đó không thắt dây an toàn và đã tử vong”.

Ta có $P(A) = 0,37\% = 0,0037$; $P(B) = 29\% = 0,29$.

Suy ra $P(A) \cdot P(B) = 0,0037 \cdot 0,29 = 0,001073$.

Mặt khác $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,28\% = 0,0028$.

Vì $P(AB) \neq P(A) \cdot P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

Vậy việc không thắt dây an toàn khi lái xe có liên quan tới nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- Hai biến cố A và B có độc lập hay không? Vì sao?
- Tính $P(A)$; $P(B)$; $P(AB)$.
- *Yêu cầu:* HS nghiên cứu đề bài, hoàn thành nội dung vào giấy nháp.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- Thực hiện thảo luận theo nhóm (chia HS thành 4 nhóm). Trả lời câu hỏi vào bảng phụ.
- GV quan sát, hỗ trợ các nhóm làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV gọi đại diện các nhóm lên trình bày, HS khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV đánh giá quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Giáo dục HS nhắc nhở người trong gia đình thắt dây an toàn khi lái xe.

Hoạt động 6: Luyện tập “Vận dụng hệ quả trên vào tình huống thực tiễn” (25 phút)

a) Mục tiêu: Vận dụng công thức trên vào một tình huống thực tế. **Ví dụ 2** đóng vai trò làm mẫu.

b) Nội dung: Luyện tập 2, trang 78, SGK.

c) Sản phẩm: Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm 5 000 người đang xét.

Xét các biến cố A : “Người đó nghiện thuốc lá”; B : “Người đó mắc bệnh viêm phổi”.

Khi đó AB là biến cố: “Người đó nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi”.

Số người nghiện thuốc lá là: $752 + 1236 = 1988$.

Số người mắc bệnh viêm phổi là: $752 + 575 = 1327$.

Số người nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi là: 752.

$$P(A) = \frac{1988}{5000}; P(B) = \frac{1327}{5000}; P(AB) = \frac{752}{5000}; P(A)P(B) = \frac{1988}{5000} \cdot \frac{1327}{5000} \neq \frac{752}{5000} = P(AB).$$

Vậy hai biến cố A và B không độc lập. Do đó ta kết luận việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- HS làm việc theo nhóm.
- Yêu cầu HS nghiên cứu **Luyện tập 2**, trang 78, SGK.
- Tính $P(A)$; $P(B)$; $P(AB)$.
- Hai biến cố A và B có độc lập hay không? Vì sao?

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

- HS nghiên cứu **Luyện tập 2**, trang 78, SGK.
- Tính $P(A)$; $P(B)$; $P(AB)$.
- Hãy chứng tỏ việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

GV đại diện 1 nhóm trình bày, các nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét quá trình HĐ của HS, bổ sung và chuẩn kiến thức.
- Giáo dục ý thức HS về nguy hại của việc hút thuốc lá.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại các kiến thức bài học công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập.
- Làm **Bài tập 8.11, 8.13, 8.15**, trang 78, SGK.
- Nghiên cứu trước bài học " *Bài tập Ôn tập Chương VIII* ", trang 79, 80, SGK.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

Câu hỏi 1. Hai bạn Hạnh và Hà cùng chơi trò chơi bắn cung một cách độc lập. Mỗi bạn chỉ bắn một lần. Xác suất để bạn Hạnh và bạn Hà bắn trúng bia lần lượt là 0,6 và 0,7 trong lần bắn của mình. Xác suất của biến cố C: “Bạn Hạnh và bạn Hà đều bắn trúng bia” bằng:

- A. $P(C) = 0,42$. B. $P(C) = 0,21$. C. $P(C) = 0,12$. D. $P(C) = 0,52$.

Câu hỏi 2. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,8$.

a) Xác suất của các biến cố AB bằng:

- A. 0,42. B. 0,21. C. 0,48. D. 0,52.

b) Xác suất của các biến cố $\bar{A}B$ bằng:

- A. 0,42. B. 0,32. C. 0,48. D. 0,52.

c) Xác suất của các biến cố $\bar{A}\bar{B}$ bằng:

- A. 0,08. B. 0,02. C. 0,48. D. 0,6.

Câu hỏi 3. Hai bạn Trung và Dũng của lớp 11A tham gia giải bóng bàn đơn nam do nhà trường tổ chức. Hai bạn đó không cùng thuộc một bảng đấu loại, chỉ chọn một người vào vòng chung kết. Xác suất lọt qua vòng loại để vào chung kết của Trung và Dũng lần lượt là 0,8 và 0,6. Tính xác suất của biến cố sau:

a) A: “Cả hai bạn lọt vào chung kết”.

- A. $P(A) = 0,42$. B. $P(A) = 0,21$. C. $P(A) = 0,48$. D. $P(A) = 0,52$.

b) C: “Chỉ có bạn Trung lọt vào vòng chung kết”.

- A. $P(C) = 0,42$. B. $P(C) = 0,21$. C. $P(C) = 0,032$. D. $P(C) = 0,32$.

B. Tự luận

Câu hỏi 4. Hai bệnh nhân X và Y bị nhiễm vi rút SARS-CoV-2. Biết rằng xác suất bị biến chứng nặng của bệnh nhân X là 0,1 và bệnh nhân Y là 0,2. Khả năng bị biến chứng nặng của hai bệnh nhân là độc lập.

a) Hãy tính xác suất của các biến cố:

- “Cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng”;
- “Cả hai bệnh nhân đều không bị biến chứng nặng”;
- “Bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng”.

b) Hãy giải bài toán trên bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu hỏi 1. Chọn A. Xét biến cố A: “Bạn Hạnh bắn trúng bia”, ta có: $P(A) = 0,6$.

Xét biến cố B: “Bạn Hà bắn trúng bia”, ta có: $P(B) = 0,7$.

Ta thấy A, B là hai biến cố độc lập và $C = AB$. Suy ra $P(C) = P(A) \cdot P(B) = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42$.

Câu hỏi 2.

a) Chọn C. Do A và B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A)P(B) = 0,6 \cdot 0,8 = 0,48$.

b) Chọn B. Vì $\bar{A}$ là biến cố đối của A nên $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,4$. Do $\bar{A}$ và B độc lập nên:

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0,4 \cdot 0,8 = 0,32.$$

c) Chọn A. Vì $\bar{B}$ là biến cố đối của B nên $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,2$. Do $\bar{A}$ và $\bar{B}$ độc lập nên:

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08.$$

Câu hỏi 3. Xét biến cố E : “Bạn Trung lọt vào vòng chung kết”; biến cố G : “Bạn Dũng lọt vào vòng chung kết”. Từ giả thiết, ta suy ra E, G là hai biến cố độc lập và $P(E) = 0,8; P(G) = 0,6$.

a) Chọn C. Do $A = E \cap G$ nên $P(A) = P(E) \cdot P(G) = 0,8 \cdot 0,6 = 0,48$.

b) Chọn D. Xét biến cố đối $\bar{G}$ của biến cố G . Ta thấy $P(\bar{G}) = 1 - P(G) = 1 - 0,6 = 0,4$ và $E, \bar{G}$ là hai biến cố độc lập. Vì $C = E \cap \bar{G}$ nên $P(C) = P(E).P(\bar{G}) = 0,8.0,4 = 0,32$.

Câu hỏi 4. Gọi A là biến cố “Bệnh nhân X bị biến chứng nặng”. Ta có $P(A) = 0,1$; $P(\bar{A}) = 0,9$.

Goi B là biến cố “Bệnh nhân Y bị biến chứng nặng”. Ta có $P(B) = 0,2$; $P(\bar{B}) = 0,8$.

a)

i) Ta thấy A và B là hai biến cố độc lập nên xác suất cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng là:

$$P(AB) = P(A)P(B) = 0,02.$$

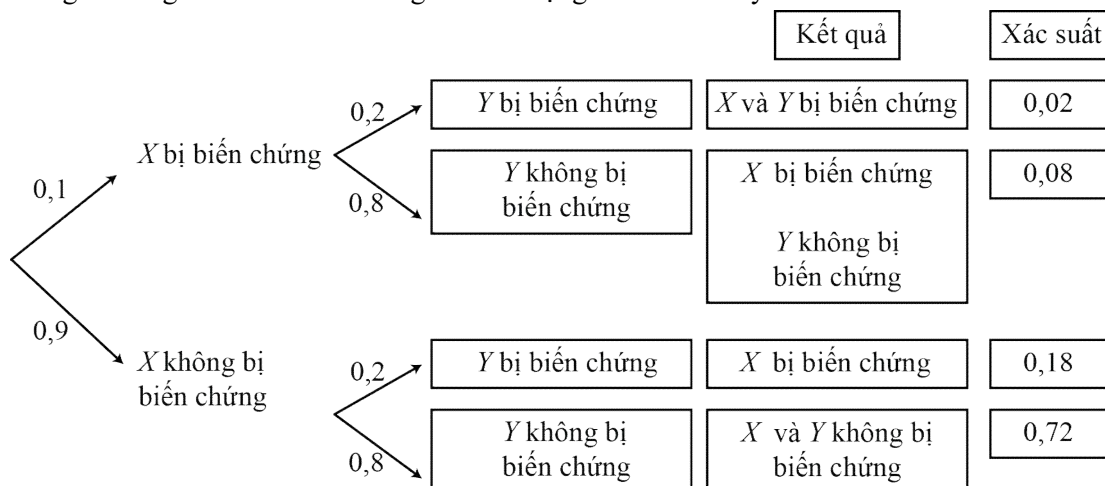
ii) Do $\bar{A}$ và $\bar{B}$ độc lập nên xác suất cả hai bệnh nhân đều không bị biến chứng nặng là:

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0,72.$$

iii) Do A và $\bar{B}$ độc lập nên xác suất bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng là:

$$P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = 0,08.$$

b) Ta cũng có thể giải bài toán trên bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây như sau:



i) Xác suất cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng là 0,02.

ii) Xác suất cả hai bệnh nhân đều không bị biến chứng nặng là 0,72.

iii) Xác suất bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng là 0,08.

CHƯƠNG IX. ĐẠO HÀM

(Thiết kế bài dạy theo sách Toán 11 bộ “*Kết nối tri thức với cuộc sống*”)

BÀI 31. ĐỊNH NGHĨA VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM

(Thời gian thực hiện: 2 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nắm được định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm và trên một khoảng.
- Biết cách tính đạo hàm tại một điểm của các hàm số thường gặp bằng định nghĩa.
- Nhận biết được ý nghĩa hình học của đạo hàm.
- Thiết lập được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm thuộc đồ thị.
- Nhận biết được một số bài toán dẫn đến khái niệm đạo hàm như: xác định vận tốc tức thời của một vật chuyển động không đều, xác định tốc độ thay đổi của nhiệt độ.

2. Năng lực

- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Lựa chọn, sắp xếp các kiến thức toán học cần thiết để liên kết các kiến thức về giới hạn hàm số đã học nhằm tiếp nhận kiến thức mới về đạo hàm của hàm số.
- *Năng lực giao tiếp toán học*: Trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, trả lời câu hỏi, thảo luận, tranh luận để tìm được kết quả chính xác.
- *Năng lực tư duy và lập luận toán học*: So sánh, tìm sự tương đồng để có thể liên kết các kiến thức về Đại số, Hình học, Lượng giác, Vật lý đã học với kiến thức mới về đạo hàm của hàm số.
- *Năng lực sử dụng công cụ và phương tiện toán học*: Tiếp nhận kiến thức mới về đạo hàm, sử dụng thành thạo, phối hợp có hiệu quả các kiến thức Đại số, Hình học, Lượng giác để giải các bài toán về đạo hàm của hàm số.
- *Năng lực tự chủ và tự học*: Luôn tích cực chủ động thực hiện các nhiệm vụ của bản thân trong khi thực hiện các HĐ học.
- *Năng lực giao tiếp và hợp tác*: Biết lắng nghe và có phản hồi tích cực trong giao tiếp, nhận biết ngữ cảnh giao tiếp và đặc điểm thái độ của đối tượng giao tiếp; Hiểu rõ được nhiệm vụ của nhóm, đánh giá được khả năng của mình và tự nhận nhiệm vụ phù hợp bản thân.

3. Phẩm chất

- *Trách nhiệm*: Có trách nhiệm hoàn thành các nhiệm vụ học tập được giao và nhiệm vụ tìm tòi sáng tạo sau khi tiếp nhận kiến thức.
- *Chăm chỉ*: Người học chăm chỉ trong học tập, hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.
- *Trung thực*: HS thật thà ngay thẳng trong học tập.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy tính, máy chiếu, các hình ảnh minh họa, phiếu học tập.

2. Học sinh: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. ĐỊNH NGHĨA ĐẠO HÀM

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Tạo sự chú ý cho HS để vào bài mới, tạo tình huống để HS tiếp cận với khái niệm “đạo hàm”.

b) **Nội dung:** GV cho HS quan sát các hình ảnh (trên máy chiếu) và hướng dẫn, tổ chức HS tìm tòi các kiến thức liên quan bài học.



Hình 9.1



Hình 9.2

➤ **H1:** Theo em ở Hình 9.1, chú công an giao thông đang làm gì?

➤ **H2:** Vận tốc của vận động viên tại các thời điểm khác nhau có bằng nhau không? Có tính được vận tốc tại thời điểm t_0 cụ thể được không?

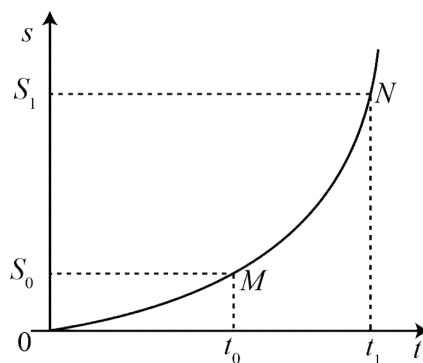
c) Sản phẩm:

➤ **H1:** Trong Hình 9.1 chú công an đang dùng máy đo tốc độ các loại xe.

➤ **H2:** Vận động viên trong Hình 9.2 chạy trên quãng đường được tính theo công thức $S = f(t)$.

Giả sử tại thời điểm t_0 , vận động viên ở vị trí M có $S_0 = f(t_0)$; tại thời điểm t_1 ($t_1 > t_0$), vận động viên ở vị trí N có $S_1 = f(t_1)$. Khi đó, trong khoảng thời gian từ t_0 đến t_1 , quãng đường vận động viên chạy được là $MN = f(t_1) - f(t_0)$. Vậy vận tốc trung bình của vận động viên trong khoảng thời gian đó là $\frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$.

(1). Nếu $t_1 - t_0$ càng nhỏ thì tỉ số (1) càng phản ánh chính xác hơn sự nhanh chậm của vận động viên tại thời điểm t_0 . Từ đó, người ta xem giới hạn của tỉ số $\frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$ khi t_1 dần đến t_0 là vận tốc



Hình 9.3

tức thời tại thời điểm t_0 của vận động viên, kí hiệu là $v(t_0)$. Nói cách khác, $v(t_0) = \lim_{t_1 \rightarrow t_0} \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}$.

➤ **H3:** Bài toán tìm vận tốc tức thời:

Quãng đường s của chuyển động là một hàm số của thời gian t : $s = s(t)$.

Giới hạn hữu hạn (nếu có) $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$ được gọi là vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t_0 .

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng HS, không chia theo lực học). GV nêu câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS suy nghĩ độc lập, sau đó thảo luận tìm câu trả lời cho các câu hỏi **H1**, **H2**, **H3**. Các nhóm viết câu trả lời vào bảng phụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Các nhóm HS treo bảng phụ viết câu trả lời cho các câu hỏi. HS đặt câu hỏi cho các nhóm bạn để hiểu hơn về câu trả lời, đồng thời nêu ý kiến bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm có câu trả lời tốt nhất. Động viên các nhóm còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các HĐ học tiếp theo.
- GV dẫn dắt HS vào bài mới.

Hoạt động 2: Các bài toán dẫn đến khái niệm đạo hàm (7 phút)

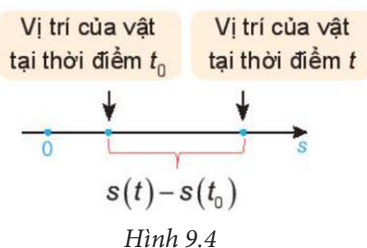
a) **Mục tiêu:** Hiểu được các bài toán tìm vận tốc tức thời và tìm cường độ tức thời.

b) **Nội dung:** Các bài toán dẫn đến khái niệm đạo hàm (SGK).

➤ **H1:** Bài toán tìm vận tốc tức thời: Một vật di chuyển trên một đường thẳng (Hình 9.4). Quãng đường s của chuyển động là một hàm số của thời gian t , $s = s(t)$ (được gọi là phương trình của chuyển động).

a) Tính vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ t_0 đến t .

b) Giới hạn $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$ cho ta biết điều gì?



➤ **H2:** Bài toán tìm cường độ tức thời: Điện lượng Q truyền trong dây dẫn là một hàm số của thời gian t , có dạng $Q = Q(t)$.

a) Tính cường độ trung bình của dòng điện trong khoảng thời gian từ t_0 đến t .

b) Giới hạn $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{Q(t) - Q(t_0)}{t - t_0}$ cho ta biết điều gì?

c) Sản phẩm:

➤ **H1:** Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t_0 là $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$ (hữu hạn).

➤ **H2:** Cường độ tức thời của dòng điện tại thời điểm t_0 là $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{Q(t) - Q(t_0)}{t - t_0}$ (hữu hạn).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV nêu đề bài toán tìm vận tốc tức thời và hình vẽ minh họa, từ đó đặt vấn đề về vận tốc, vận tốc trung bình và vận tốc tức thời. HS viết các biểu thức liên quan đến vận tốc dựa vào quãng đường và thời gian.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ, GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS trao đổi với nhau để phát biểu được công thức tính.

Bước 4. Kết luận, nhận định

Đánh giá chất lượng câu trả lời của nhóm trả lời, phân tích thêm, từ đó dẫn dắt vào định nghĩa đạo hàm tại một điểm.

Hoạt động 3: Đạo hàm của hàm số tại một điểm (9 phút)

a) **Mục tiêu:** Hiểu được định nghĩa đạo hàm của hàm số tại một điểm.

b) **Nội dung:**

➤ **H1:** Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + 1$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ và $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2}$.

➤ **H2:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ và $x_0 \in (a;b)$.

1) Nếu không tồn tại giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ thì ta có kết luận gì?

2) Nếu kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ là $+\infty$ hoặc $-\infty$ thì ta có kết luận gì?

c) Sản phẩm:

Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$ và $x_0 \in (a;b)$. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ thì giới hạn đó được gọi là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 và kí

hiệu $f'(x_0)$ (hoặc $y'(x_0)$), tức là $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

➤ **H1:** • $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + 1) - (1^2 + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$.

• $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2 + 1) - ((-2)^2 + 1)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x - 2) = -4$.

➤ **H2:** Không tồn tại đạo hàm tại điểm đó.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV dẫn dắt vào định nghĩa đạo hàm tại một điểm dựa vào **H1**.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ, GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

GV chiếu kết quả của một vài nhóm, gọi đại diện các nhóm trình bày, nhóm khác nhận xét, bổ sung.

Bước 4. Kết luận, nhận định

Đánh giá câu trả lời của các nhóm HS, phân tích thêm và tìm ra cách để tính đạo hàm theo định nghĩa.

Hoạt động 4: Luyện tập (10 phút)

a) Mục tiêu: Hiểu được cách tính đạo hàm bằng định nghĩa.

b) Nội dung: Tính đạo hàm bằng định nghĩa của các hàm số sau tại các điểm đã được chỉ ra:

➤ **H1:** $y = f(x) = x^2 + 2x - 1$ tại $x_0 = 3$;

➤ **H2:** $y = g(x) = \sqrt{x}$ tại $x_0 = 0$.

c) Sản phẩm:

➤ **H1:** $f(x) - f(3) = (x^2 + 2x - 1) - (3^2 + 2 \cdot 3 - 1) = x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + 5)$;

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 5)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 5) = 8$. Vậy $f'(3) = 8$.

➤ **H2:** Hàm số $g(x)$ có tập xác định là $D = [0; +\infty)$. Ta có $g(x) - g(0) = \sqrt{x}$ nên:

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$. Hàm số $g(x)$ không có đạo hàm tại $x = 0$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV gọi đại diện của hai nhóm HS lên bảng làm ví dụ dưới đây, nếu HS nào không làm được thì bạn cùng nhóm được lên bảng hỗ trợ cùng.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ, GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Quá trình HS trình bày lời giải và hỗ trợ nhau, GV tìm ra những sai lầm, nghi vấn, thắc mắc và hỏi HS để tìm cách tháo gỡ thắc mắc: Kết quả thu được là HS hiểu các bước tính đạo hàm bằng định nghĩa, quy từ bài toán đạo hàm về bài toán giới hạn đơn giản và có thể chỉ ra các dấu hiệu để kết luận hàm số có hay không có đạo hàm tại một điểm.

Bước 4. Kết luận, nhận định

Đánh giá chất lượng câu trả lời của HS, phân tích thêm và tìm ra cách để tính đạo hàm theo định nghĩa.

Hoạt động 5: Đạo hàm của hàm số trên một khoảng (6 phút)

a) **Mục tiêu:** Nắm được định nghĩa đạo hàm trên một khoảng.

b) **Nội dung:** Bằng định nghĩa, hãy tính đạo hàm của các hàm số:

➤ **H3:** $f(x) = c$ (với c là hằng số) tại điểm x bất kì.

➤ **H4:** $g(x) = x$ tại điểm bất kì $x \neq 0$.

c) **Sản phẩm:** Hàm số $y = f(x)$ được gọi là có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ nếu nó có đạo hàm $f'(x)$ tại mọi điểm x thuộc khoảng đó, kí hiệu là $y' = f'(x)$.

Khi $(c)' = 0$ (với c là hằng số); $(x)' = 1$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

Giao nhiệm vụ từ đó hướng HS đến định nghĩa đạo hàm trên một khoảng.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận theo cặp thực hiện nhiệm vụ. GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Biết được hàm số có đạo hàm trên một khoảng thì sẽ có đạo hàm trên các khoảng con của nó.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS.

Hoạt động 6: Vận dụng (6 phút)

a) **Mục tiêu:** Biết vận dụng định nghĩa đạo hàm, công thức tính đạo hàm vào giải quyết bài toán tính toán và các bài toán thực tế.

b) **Nội dung:** Một bình nuôi cấy vi sinh vật được giữ ở nhiệt độ 0°C . Tại thời điểm $t = 0$ người ta cung cấp nhiệt cho nó. Nhiệt độ tăng lên và được ước tính bởi hàm số $f(t) = (t - 1)^3 + 1$ ($^\circ\text{C}$) ($f(t)$ là nhiệt độ của bình nuôi cấy ở thời điểm t).

Hãy so sánh tốc độ tăng nhiệt độ của bình tại hai thời điểm $t_1 = 0,5s$ và $t_2 = 1,25s$.

c) **Sản phẩm:** Sản phẩm trình bày của 4 nhóm HS.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

Chia lớp thành 4 nhóm, phát phiếu học tập.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và làm bài.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm, các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất. Chốt kiến thức tổng thể trong bài học.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại định nghĩa đạo hàm, cách tính đạo hàm của một số hàm đơn giản bằng định nghĩa.
- Làm **Bài tập 9.1; 9.2** trang 86, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tiếp tục tìm hiểu các kiến thức còn lại của bài “*Định nghĩa và ý nghĩa của đạo hàm*”.

TIẾT 2. Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM

Hoạt động 1: Khởi động (7 phút)

a) Mục tiêu:

- Tạo sự chú ý cho HS để vào bài mới.
- Tạo tình huống để HS tiếp cận với khái niệm “*tiếp tuyến của đường cong*”.

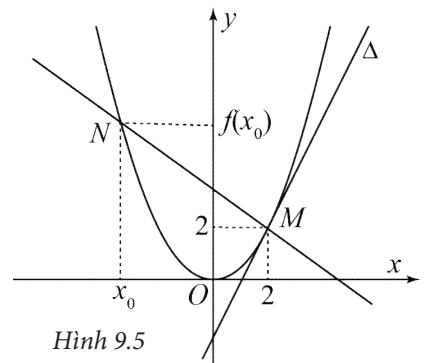
b) Nội dung:

GV cho HS đọc bài toán và hướng dẫn, tổ chức HS tìm tòi các kiến thức liên quan bài học.

Bài toán 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là parabol (P) như Hình 9.5.

➤H1: Vẽ đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;2)$ và có hệ số góc $k = f'(2)$ trên cùng hệ trục tọa độ.

➤H2: Gọi N thuộc đồ thị hàm số đã cho và có hoành độ bằng x_0 khác 2. Nêu nhận xét về hệ số góc của đường thẳng MN khi N di chuyển trên (P).



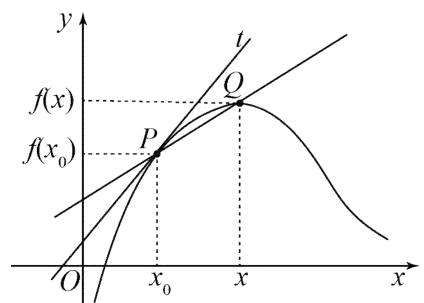
Hình 9.5

Bài toán 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và điểm $P(x_0; f(x_0)) \in (C)$. Xét điểm $Q(x; f(x))$ thay đổi trên (C) với $x \neq x_0$.

➤H3: Đường thẳng đi qua hai điểm P, Q được gọi là một cát tuyến của đồ thị (C) (Hình 9.6). Tìm hệ số góc k_{PQ} của cát tuyến PQ .

➤H4: Khi $x \rightarrow x_0$ thì vị trí của điểm $Q(x; f(x))$ trên đồ thị (C) thay đổi như thế nào?

➤H5: Nếu điểm Q di chuyển trên (C) tới điểm P mà k_{PQ} có giới hạn hữu hạn k thì có nhận xét gì về vị trí giới hạn của cát tuyến QP ?



Hình 9.6

c) Sản phẩm:

Bài toán 1.

➤H1: Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x - 2$ có một điểm chung với đường cong (P).

➤H2: Đường thẳng MN có hệ số góc $k = \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$. Khi $N \equiv M$ thì $k = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$.

Bài toán 2.

➤H3: Hệ số góc của đường thẳng PQ là $k_{PQ} = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

➤H4: Khi $x \rightarrow x_0$ thì $Q \rightarrow P$ hay $PQ \rightarrow 0$.

➤H5: Nếu điểm Q di chuyển trên (C) tới điểm P mà k_{PQ} có giới hạn hữu hạn k thì:

$$k = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0).$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành các nhóm (nhóm có đủ các đối tượng HS, không chia theo lực học). GV nêu câu hỏi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS suy nghĩ độc lập, sau đó thảo luận tìm câu trả lời cho các câu hỏi **H1**, **H2**, **H3**. Các nhóm viết câu trả lời vào bảng phụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Các nhóm HS treo bảng phụ viết câu trả lời, HS quan sát các phương án trả lời của các nhóm bạn.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm có câu trả lời tốt nhất. Động viên các nhóm còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các HĐ học tiếp theo.

Hoạt động 2: Tiếp tuyến của đường cong (7 phút)

a) Mục tiêu: Nhận biết được khái niệm tiếp tuyến của đường cong và mối quan hệ giữa đạo hàm và hệ số góc của tiếp tuyến.

b) Nội dung: Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ tại điểm $x_0 = 1$; $x_1 = \frac{1}{2}$.

c) Sản phẩm: Hàm số $y = f(x) = x^2$ có đạo hàm $y' = f'(x) = 2x$.

Tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ tại điểm $x_0 = 1$ có hệ số góc là $k_0 = 2$.

Tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ tại điểm $x_1 = \frac{1}{2}$ có hệ số góc là $k_1 = 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV giới thiệu về tiếp tuyến của đường cong và mô tả bằng đồ thị. Nêu ý nghĩa hình học của đạo hàm.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ. GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm thực hiện.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS biết và hiểu rõ thêm về hệ số góc của đường thẳng, mối liên hệ hệ số góc của tiếp tuyến với đạo hàm của hàm số, biết cách lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm trong các trường hợp.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS.

Hoạt động 3: Phương trình tiếp tuyến (10 phút)

a) Mục tiêu: Thiết lập được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm thuộc đồ thị.

b) Nội dung: Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị parabol (P) . Viết phương trình tiếp tuyến của (P) tại điểm có hoành độ $x_0 = \frac{1}{2}$.

c) Sản phẩm: Hàm số $y = f(x) = x^2$ có đạo hàm $y' = f'(x) = 2x \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = 1, y_0 = \frac{1}{4}$.

Tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ tại $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ có phương trình là: $y - \frac{1}{4} = f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow y = x - \frac{1}{4}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV giới thiệu về tiếp tuyến của đường cong và mô tả bằng đồ thị. Nêu ý nghĩa hình học của đạo hàm.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận theo nhóm thực hiện nhiệm vụ. GV theo dõi, hỗ trợ, hướng dẫn các nhóm thực hiện.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS biết và hiểu rõ thêm về hệ số góc của đường thẳng, mối liên hệ hệ số góc của tiếp tuyến với đạo hàm của hàm số, biết cách lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm trong các trường hợp.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS.

Hoạt động 4. Luyện tập (10 phút)

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức về đạo hàm của hàm số để viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số vào các bài tập cụ thể.

b) Nội dung: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x}$ có đồ thị là (H) . Viết phương trình tiếp tuyến của (H) .

➤**H6:** Tại điểm $M\left(\frac{1}{2}; 2\right)$;

➤**H7:** Tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$.

➤**H8:** Biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -\frac{1}{4}$.

c) Sản phẩm: HS thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình.

Hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x}$ có đạo hàm là $y' = f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

➤**H6:** $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -4$; Tiếp tuyến của (H) tại điểm $M\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ có phương trình là:

$$y - 2 = f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow y = -4x + 4.$$

➤**H7:** $f'(-1) = -1, y_0 = -1$. Tiếp tuyến của (H) tại điểm $M(-1; -1)$ có phương trình là:

$$y - (-1) = f'(-1)(x - (-1)) \Leftrightarrow y = -x - 2.$$

➤**H8:** Gọi $M(x; y)$ là tiếp điểm thuộc đường cong (H) , $x \neq 0, y = \frac{1}{x}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của (H) tại M bằng $-\frac{1}{4}$ nên $-\frac{1}{4} = -\frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = \pm 2$.

+ Tiếp tuyến của (H) tại $M_1\left(2; \frac{1}{2}\right)$ có phương trình là: $y - \frac{1}{2} = f'(2)(x - 2) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x + 1$.

+ Tiếp tuyến của (H) tại $M_2\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$ có phương trình là: $y + \frac{1}{2} = f'(-2)(x + 2) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x - 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 4 nhóm, phát phiếu học tập.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

GV điều hành, quan sát, hỗ trợ; 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo.

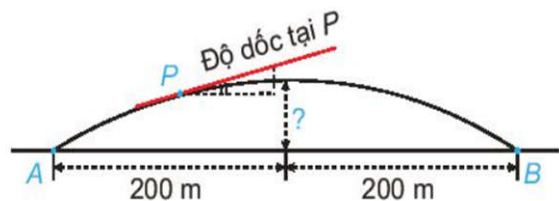
Hoạt động 5: Vận dụng (9 phút)

a) **Mục tiêu:** Biết vận dụng định nghĩa đạo hàm, ý nghĩa của đạo hàm vào giải quyết bài toán tính toán và các bài toán thực tế.

b) **Nội dung:** Người ta xây một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là 400 m (Hình 9.7). Độ dốc của mặt cầu không vượt quá 10° (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang như Hình 9.8). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Hình 9.7. Cầu vượt thép tại nút giao
Nguyễn Văn Cừ quận Long Biên, Hà Nội



Hình 9.8

c) **Sản phẩm:** Sản phẩm trình bày của 4 nhóm HS.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 4 nhóm, phát phiếu học tập.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và làm bài ở nhà.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất.
- Chốt kiến thức tổng thể trong bài học.
- Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại định nghĩa đạo hàm, cách tính đạo hàm của một số hàm đơn giản bằng định nghĩa.
- Làm **Bài tập 9.3; 9.4; 9.5** trang 86, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tìm hiểu trước nội dung đơn vị kiến thức **Bài 32** “Các quy tắc tính đạo hàm”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$. Kết quả nào sau đây là đúng?

- A. $f'(x) = 2$. B. $f'(2) = 3$. C. $f'(x) = 3$. D. $f'(3) = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$. B. $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.
C. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$. D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ có kết quả là

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 4. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$ tại điểm có hoành độ -2 là

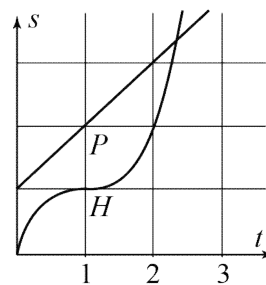
- A. 38. B. 36. C. 12. D. -12 .

Câu 5. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là

- A. $y = 10x - 5$. B. $y = 10x + 4$.
C. $y = 2x - 4$. D. $y = 2x - 5$.

B. Tự luận

Câu 6. Hai chất điểm P, H có đồ thị chuyển động thẳng như Hình 9.9. Gọi v_P, v_H lần lượt là vận tốc tại thời điểm hai chất điểm P, H gặp nhau lần thứ nhất. Hãy so sánh v_P và v_H .



Hình 9.9

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Câu 1. B. **Câu 2. C.** **Câu 3. D.** **Câu 4. B.** **Câu 5. B.**

Câu 6. Gọi S_P, S_H lần lượt là quãng đường đi được của hai chất điểm P, H (Hình 9.10).

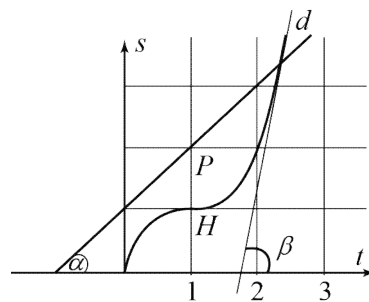
Theo hình vẽ hai chất điểm P, H gặp nhau lần thứ nhất tại

$2 < t_0 < 3$.

Ta thấy:

- + Tiếp tuyến của đồ thị của chất điểm P tại t_0 là đồ thị của P có hệ số góc là $S'_P(t_0) = \tan \alpha$.
- + Tiếp tuyến của đồ thị của chất điểm H tại t_0 là đường thẳng d có hệ số góc $S'_H(t_0) = \tan \beta$.

Rõ ràng $\tan \alpha < \tan \beta$ nên $S'_P(t_0) < S'_H(t_0) \Leftrightarrow v_P(t_0) < v_H(t_0)$.



Hình 9.10

BÀI 32. CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

(Thời gian thực hiện: 3 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nhớ các công thức đạo hàm của một số hàm số thường gặp; quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương của hàm số; hàm số hợp và quy tắc tính đạo hàm hàm hợp.
- Ghi nhớ được bảng tính đạo hàm của hàm số mũ, hàm số lôgarit và của một số hàm số thường gặp.
- Dùng quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương để tính đạo hàm của hàm số.
- Dùng quy tắc tính đạo hàm để tính đạo hàm của hàm số mũ, hàm số lôgarit.
- Biết và vận dụng được quy tắc tính đạo hàm của các hàm số lượng giác $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.
- Áp dụng thành thạo các quy tắc đã biết để tính đạo hàm của các hàm số dạng $y = \sin u$, $y = \cos u$, $y = \tan u$, $y = \cot u$.
- Vận dụng được các quy tắc tính đạo hàm của hàm số lượng giác, hàm số mũ và hàm số lôgarit để giải quyết một số bài toán liên môn, bài toán thực tế.

2. Năng lực

- *Năng lực tự chủ và tự học*: HS xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- *Năng lực giao tiếp và hợp tác*: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua HĐ nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp; xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo*: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.

3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách lôgic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao; Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực, sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao; Trung thực trong làm bài tập nhóm.
- Hình thành tư duy lôgic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Giáo viên**: Kiến thức về đạo hàm, máy chiếu, bảng phụ và phiếu học tập.

2. **Học sinh**: Đồ dùng học tập, tìm hiểu trước bài học.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

TIẾT 1. ĐẠO HÀM CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP. ĐẠO HÀM CỦA TỔNG, HIỆU, TÍCH, THƯƠNG

Hoạt động 1: Khởi động (Mở đầu) (5 phút)

a) Mục tiêu: Liên hệ được mối quan hệ giữa bài cũ và bài mới, HS nhận dạng tính đạo hàm của hàm số bằng định nghĩa.

b) Nội dung:

➤H1: Hãy nêu các bước tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x_0 \in (a; b)$.

➤H2: Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) = x^3$ tại điểm $x_0 = 1$ bằng định nghĩa.

c) Sản phẩm:

➤H1: 1) Tính $f(x) - f(x_0)$. 2) Lập và rút gọn tỉ số $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ với $x \in (a; b)$, $x \neq x_0$.

3) Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

➤H2: Ta có: $f(x) - f(1) = x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$.

Với $x \neq 1$, $\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} = x^2 + x + 1$.

Tính giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 1) = 3$. Vậy $f'(1) = 3$.

HS có thể trình bày ngắn gọn như sau:

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 1) = 3.$$

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ**

Chia thành các nhóm (đủ các đối tượng HS, không chia theo lực học) và tìm câu trả lời cho câu hỏi.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

HS trình bày câu trả lời vào bảng phụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Một HS đại diện cho nhóm trình bày, nhóm khác theo dõi và nêu nhận xét.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả, dẫn dắt vào bài mới.

Hoạt động 2: Đạo hàm của một số hàm số thường gặp (15 phút)

a) Mục tiêu: Nắm vững các quy tắc tính đạo hàm của một số hàm số thường gặp.

b) Nội dung:

➤H3: Nhận biết đạo hàm của hàm số $y = x^n$.

a) Tính đạo hàm của hàm số $y = x^3$ tại điểm x bất kì.

b) Dự đoán công thức đạo hàm của hàm số $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

➤H4: Dùng định nghĩa, tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ tại điểm $x > 0$.

c) Sản phẩm:

➤H3: a) $y' = 3x^2$. b) Hàm số $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $(x^n)' = nx^{n-1}$.

➤H4: $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

GV nêu câu hỏi: Ta có kết quả của HĐ mở đầu:

$$y=1 \Rightarrow y'=0; y=x \Rightarrow y'=1; y=x^2 \Rightarrow y'=2x; y=x^3 \Rightarrow y'=3x^2; y=\sqrt{x} \Rightarrow y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Em hãy dự đoán: $y=x^n \Rightarrow y'=?$ và $y=c \Rightarrow y'=?$

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Đại diện một nhóm HS trình bày lời giải chi tiết, các nhóm HS khác nhận xét, hoàn thành sản phẩm.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS.
- Trên cơ sở câu trả lời của HS, GV kết luận và dẫn dắt HS hình thành kiến thức mới.

Định lý 1: Hàm số $y=x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $(x^n)' = nx^{n-1}$.

Nhận xét: - Đạo hàm của hàm hằng bằng 0: $(c)' = 0$.

- Đạo hàm của hàm số $y=x$ bằng 1: $(x)' = 1$.

Định lý 2: Hàm số $y=x$ có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$ và $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Hoạt động 3: Đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương (16 phút)

a) **Mục tiêu:** Nắm vững các quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương.

b) **Nội dung:** Công thức tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương.

►H5: Đọc SGK cho biết quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương.

►H6: Tính đạo hàm của các hàm số: a) $y=\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x + 1$; b) $y=\frac{2x+1}{x-1}$.

c) **Sản phẩm:** Đáp án, lời giải, câu trả lời của HS cho phần nội dung đã nêu.

►H5:

Định lý 3: Giả sử các hàm số $u=u(x)$, $v=v(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Khi đó:

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(u-v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v=v(x) \neq 0)$$

Chú ý: • Quy tắc đạo hàm của tổng, hiệu có thể áp dụng cho tổng, hiệu của hai hay nhiều hàm số.

• Với k là một hằng số, ta có: $(ku)' = ku'$.

• Đạo hàm của hàm số nghịch đảo: $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$ ($v=v(x) \neq 0$).

►H6: a) $y'=x^2 - 2x + 2$; b) $y'=-\frac{3}{(x-1)^2}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS thực hiện các yêu cầu:

- Đọc SGK cho biết quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương.
- Thực hiện giải H6.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS HĐ cá nhân làm bài tập theo yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

Hoạt động 4. Luyện tập (9 phút)

a) Mục tiêu: Dùng quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương để tính đạo hàm của các hàm số đơn giản.

b) Nội dung:

➤H7: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x}$ tại các điểm $x = 4$ và $x = \frac{1}{4}$.

➤H8: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$.

➤H9: Tính đạo hàm của hàm số $y = (\sqrt{x} + 1)(x^2 + 2)$.

c) Sản phẩm:

➤H6: Với mọi $x \in (0; +\infty)$, ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Do đó $y'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$ và $y'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = 1$.

➤H7: Ta có: $y' = \frac{(\sqrt{x})'(x+1) - \sqrt{x} \cdot (x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x+1) - \sqrt{x}}{(x+1)^2} = \frac{x+1-2x}{2\sqrt{x} \cdot (x+1)^2} = \frac{1-x}{2\sqrt{x} \cdot (x+1)^2}$.

➤H8: Ta có: $y' = (\sqrt{x} + 1)'(x^2 + 2) + (\sqrt{x} + 1)(x^2 + 2)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^2 + 2) + (\sqrt{x} + 1) \cdot 2x$

$$= \frac{1}{2}x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 2x\sqrt{x} + 2x = \frac{5}{2}x\sqrt{x} + 2x + \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 4 nhóm, phát phiếu học tập.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

GV điều hành, quan sát, hỗ trợ. 4 nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo.

Hoạt động 5. Vận dụng (7 phút)

a) Mục tiêu: Ứng dụng đạo hàm, giải được các bài toán thực tế.

b) Nội dung: Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 20$ m/s. Trong Vật lý, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao h so với mặt đất (tính bằng mét) của vật tại thời điểm t (giây) sau khi ném được cho bởi công thức $h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$, trong đó

v_0 là vận tốc ban đầu của vật, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ là gia tốc rơi tự do. Hãy tính vận tốc của vật khi nó đạt độ cao cực đại và khi nó chạm đất.

c) Sản phẩm: Phương trình chuyển động của vật là $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$.

Vận tốc của vật tại thời điểm t được cho bởi công thức $v(t) = h' = v_0 - g t$.

Vật đạt được độ cao cực đại tại thời điểm $t_1 = \frac{v_0}{g}$, tại đó vận tốc bằng $v(t_1) = v_0 - g t_1 = 0$.

Vật chạm đất tại thời điểm t_2 mà $h(t_2) = 0$ nên ta có: $v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = 0$ (loại) và $t_2 = \frac{2v_0}{g}$.

Khi chạm đất, vận tốc của vật là $v(t_2) = v_0 - g t_2 = -v_0 = -20 \text{ (m/s)}$.

Dấu âm của $v(t_2)$ thể hiện độ cao của vật giảm với vận tốc 20 m/s (tức là chiều chuyển động của vật ngược với chiều dương đã chọn).

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 4 nhóm, phát phiếu học tập.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và làm bài ở nhà.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất.
- Chốt kiến thức tổng thể trong bài học.
- Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại kiến thức về: đạo hàm của một số hàm số thường gặp; quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương để tính đạo hàm của hàm số.
- Làm **Bài tập 9.6; 9.7; 9.11** trang 94, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tìm hiểu trước nội dung bài học “Đạo hàm của hàm số hợp; đạo hàm của hàm số lượng giác”.

TIẾT 2. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ HỢP VÀ ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Hoạt động 1: Đạo hàm của hàm số hợp (10 phút)

a) Mục tiêu: Nhận dạng được hàm hợp. Nắm được quy tắc tính đạo hàm hàm hợp.

b) Nội dung: Quy tắc tính đạo hàm của hàm hợp.

➤**H1:** Đọc SGK cho biết khái niệm hàm số hợp.

➤**H2:** Biểu diễn hàm số $y = (2x + 1)^{10}$ dưới dạng hàm số hợp.

➤**H3:** Nhận biết quy tắc tính đạo hàm của hàm số hợp.

➤**H4:** Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

➤**H5:** Tính đạo hàm của các hàm số: a) $y = (2x - 3)^{10}$;

b) $y = \sqrt{1 - x^2}$.

c) **Sản phẩm:** Đáp án, lời giải, câu trả lời của HS cho phần nội dung đã nêu.

➤H1: Khái niệm hàm số hợp trong SGK.

➤H2: $y = u^{10}$ với $u = 2x + 1$.

➤H3: Nếu hàm số $u = g(x)$ có đạo hàm u'_x tại x và hàm số $y = f(u)$ có đạo hàm y'_u tại u thì hàm số hợp $y = f(g(x))$ có đạo hàm y'_x tại x là $y'_x = y'_u \cdot u'_x$.

➤H4: $y' = (\sqrt{x^2 + 1})' = \frac{(x^2 + 1)'}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

➤H5: a) $y' = 10(2x - 3)^9 (2x - 3)' = 20(2x - 3)^9$;

b) $y' = \frac{(1 - x^2)'}{2\sqrt{1 - x^2}} = \frac{-2x}{2\sqrt{1 - x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1 - x^2}}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

- GV nêu câu hỏi: Đọc SGK rồi cho biết thế nào là hàm số hợp? Cách tính đạo hàm của hàm hợp?
- Áp dụng làm: **H1, H2, H3, H4, H5.**

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS HĐ cá nhân làm bài tập theo yêu cầu.

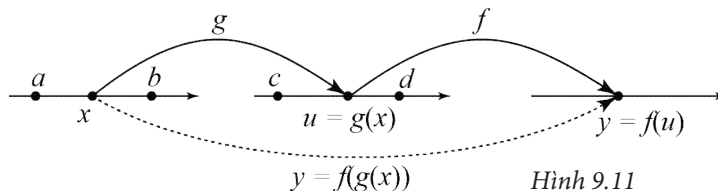
Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau.

Bước 4: Kết luận, nhận định

GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

Khái niệm hàm số hợp: Giả sử $u = g(x)$ là hàm số xác định trên khoảng $(a; b)$, có tập giá trị chứa trong khoảng $(c; d)$ và $y = f(u)$ là hàm số xác định trên khoảng $(c; d)$. Hàm số $y = f(g(x))$ được gọi là hàm số hợp của hàm số $y = f(u)$ với $u = g(x)$.



Hình 9.11

Hoạt động 2: Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$ (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Hình thành công thức và biết tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x$, hàm hợp $y = \sin u$.

b) **Nội dung:** GV hướng dẫn HS tìm hiểu nội dung bài học trong SGK.

c) **Sản phẩm:** Đáp án, lời giải, câu trả lời của HS cho phần nội dung đã nêu.

- Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $(\sin x)' = \cos x$.
- Đối với hàm số hợp $y = \sin u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu các nhóm đọc SGK và thảo luận.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Gọi HS thực hiện, gọi HS khác nhận xét.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất. Động viên các HS còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các HĐ học tiếp theo.
- GV chốt kiến thức và nêu chú ý: *Đối với các hàm số lượng giác phức tạp, ta nên biến đổi hoặc rút gọn trước khi tính đạo hàm.*

Hoạt động 3: Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ (5 phút)

a) Mục tiêu: Hình thành công thức và biết tính đạo hàm của hàm số $y = \cos x$, hàm hợp $y = \cos u$.

b) Nội dung: Bằng cách viết $y = \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, tính đạo hàm của hàm số $y = \cos x$.

c) Sản phẩm: $y' = (\cos x)' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = -\sin x$.

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

- GV yêu cầu các nhóm thảo luận thực hiện các HĐ.
- GV đặt câu hỏi cho các nhóm HS thảo luận. Nhắc lại mối liên hệ giữa giá trị lượng giác của hai cung phụ nhau, từ đó suy ra $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ bằng bao nhiêu?

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất. Động viên các HS còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các HĐ học tiếp theo.
- GV chốt kiến thức:
 - Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $(\cos x)' = -\sin x$.
 - Đối với hàm số hợp $y = \cos u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$.

Hoạt động 4: Đạo hàm của hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ (13 phút)

a) Mục tiêu: Hình thành công thức và tính được đạo hàm của hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$ và hàm hợp $y = \tan u$, $y = \cot u$.

b) Nội dung: Bằng cách viết $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$, tính đạo hàm của hàm số $y = \tan x$.

c) Sản phẩm: $y' = (\tan x)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)' = \frac{(\sin x)' \cdot \cos x - \sin x \cdot (\cos x)'}{(\cos x)^2}$

$$= \frac{\cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot (-\sin x)}{(\cos x)^2} = \frac{1}{(\cos x)^2}.$$

d) Tổ chức thực hiện:**Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ**

Yêu cầu các nhóm HS thực hiện tìm đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x} \left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất. Động viên các HS còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các HĐ học tiếp theo.
- GV chốt kiến thức:

- Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm tại mọi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

- Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm tại mọi $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

- Đối với các hàm số hợp $y = \tan u$ và $y = \cot u$, với $u = u(x)$, ta có:

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}; (\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u} \text{ (giả thiết } \tan u \text{ và } \cot u \text{ có nghĩa)}.$$

Hoạt động 4: Luyện tập và vận dụng (10 phút)

a) **Mục tiêu:** Áp dụng kiến thức đã học, tính được đạo hàm của các hàm số hợp và hàm số lượng giác.

b) **Nội dung:**

➤H6: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$.

➤H7: Tính đạo hàm của hàm số $y = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$.

➤H8: Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

➤H9: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \tan^2 x + 3 \cot\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$.

➤H10: Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{8}\right)$ (m), với t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc của vật khi $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

c) **Sản phẩm:**

➤H6: Ta có: $y' = \left(2x + \frac{\pi}{8}\right)' \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{8}\right) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$.

➤H7: Ta có: $y' = -\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)' \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$.

➤H8: Ta có: $y' = \frac{\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)'}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{2}{\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}$.

➤H9: Ta có: $y' = 2 \cdot 2 \tan x \cdot (\tan x)' - 3 \cdot \frac{\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)'}{\sin^2\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)} = \frac{4 \tan x}{\cos^2 x} + \frac{6}{\sin^2\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)}$.

➤H10: Vận tốc của vật tại thời điểm t được cho bởi công thức:

$$v(t) = s'(t) = -4 \left(2\pi t - \frac{\pi}{8} \right)' \sin \left(2\pi t - \frac{\pi}{8} \right) = -8\pi \sin \left(2\pi t - \frac{\pi}{8} \right).$$

Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5$ giây là: $v(5) = -8\pi \sin \left(2\pi \cdot 5 - \frac{\pi}{8} \right) \approx 9,6 \text{ (m/s)}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 4 nhóm phát phiếu học tập. HS nhận nhiệm vụ.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm HS thực hiện tìm tòi, nghiên cứu và làm bài.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm, các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất. GV chốt kiến thức tổng thể trong bài học.
- Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

*** Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)**

- Ôn tập lại kiến thức về: quy tắc tính đạo hàm hàm hợp để tính đạo hàm một số hàm hợp đơn giản; đạo hàm của hàm số lượng giác.
- Làm **Bài tập 9.8; 9.10; 9.11; 9.12** trang 94, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tìm hiểu trước nội dung bài học “Đạo hàm của hàm số mũ và hàm số lôgarit”.

TIẾT 3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT

Hoạt động 1: Giới hạn liên quan đến hàm số mũ và hàm số lôgarit (7 phút)

a) Mục tiêu: Hình thành giới hạn cơ bản của hàm số mũ và hàm số lôgarit.

b) Nội dung: GV giới thiệu giới hạn cơ bản của hàm số mũ và hàm số lôgarit.

➤**H1:** Sử dụng phép đổi biến $t = \frac{1}{x}$, tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$.

➤**H2:** Với $y = (1+x)^{\frac{1}{x}}$, tính $\ln y$ và tìm giới hạn của $\lim_{x \rightarrow 0} \ln y$.

➤**H3:** Đặt $t = e^x - 1$. Tính x theo t và tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$.

c) Sản phẩm: Đáp án, lời giải, câu trả lời của HS cho phần nội dung đã nêu.

➤**H1:** $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$; ➤**H2:** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$; ➤**H3:** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Yêu cầu các nhóm thực hiện theo cặp đôi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất. Động viên các HS còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các HĐ học tiếp theo.
- GV chốt kiến thức:

Nhận xét: Ta có các giới hạn sau:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e;$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1;$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1.$$

Hoạt động 2: Đạo hàm của hàm số mũ (12 phút)

a) **Mục tiêu:** HS biết công thức tính đạo hàm của hàm số mũ.

b) **Nội dung:**

➤H4: Sử dụng giới hạn $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$ và đẳng thức $e^{x+h} - e^x = e^x(e^h - 1)$, tính đạo hàm của hàm số

$y = e^x$ tại x bằng định nghĩa.

➤H5: Sử dụng đẳng thức $a^x = e^{x \cdot \ln a}$ ($0 < a \neq 1$), hãy tính đạo hàm của hàm số $y = a^x$.

c) **Sản phẩm:** Đáp án, lời giải, câu trả lời của HS cho phần nội dung đã nêu.

➤H4: $y' = e^x$;

➤H5: $y' = a^x \ln a$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Yêu cầu các nhóm thực hiện theo cặp đôi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau.

Bước 4: Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất. Động viên các HS còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các HĐ học tiếp theo.
- GV chốt kiến thức:

- Hàm số $y = e^x$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $(e^x)' = e^x$.

Đối với hàm số hợp $y = e^u$, với $u = u(x)$, ta có: $(e^u)' = u' \cdot e^u$.

- Hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$.

Đối với hàm số hợp $y = a^u$, với $u = u(x)$, ta có: $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$.

Hoạt động 3: Đạo hàm của hàm số lôgarit (14 phút)

a) **Mục tiêu:** HS biết công thức tính đạo hàm của hàm số lôgarit.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện câu hỏi từ đó dẫn dắt đến định lí.

➤H8: Sử dụng giới hạn $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$ và đẳng thức $\ln(x+h) - \ln x = \ln\left(\frac{x+h}{x}\right) = \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right)$, tính

đạo hàm của hàm số $y = \ln x$ tại điểm $x > 0$ bằng định nghĩa.

►H9: Sử dụng đẳng thức $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ ($0 < a \neq 1$), hãy tính đạo hàm của hàm số $y = \log_a x$.

c) **Sản phẩm:** Đáp án, lời giải, câu trả lời của HS cho phần nội dung đã nêu.

►H8: $(\ln x)' = \frac{1}{x}$;

►H9: $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Yêu cầu các nhóm thực hiện theo cặp đôi.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

HS thảo luận cặp đôi thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

HS báo cáo kết quả, đánh giá chéo nhau.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất. Động viên các HS còn lại tích cực, cố gắng hơn trong các HĐ học tiếp theo.
- GV chốt kiến thức:

- Hàm số $y = \ln x$ có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ và $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Đối với hàm số hợp $y = \ln u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$.

- Hàm số $y = \log_a x$ có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ và $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$.

Đối với hàm số hợp $y = \log_a u$, với $u = u(x)$, ta có: $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$.

BẢNG ĐẠO HÀM CÁC HÀM SỐ CƠ BẢN VÀ HÀM HỢP

$(x^n)' = nx^{n-1}$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(e^x)' = e^x$ $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$
$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$ $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$ $(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$ $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$ $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$	$(e^u)' = e^u \cdot u'$ $(a^u)' = a^u \cdot u' \cdot \ln a$ $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$

Hoạt động 4. Luyện tập và vận dụng (10 phút)

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức về đạo hàm của hàm số mũ, hàm số lôgarit vào các bài tập cụ thể.

b) Nội dung: Tính đạo hàm của các hàm số sau:

➤H6: $y = 2^{x^2-x}$; ➤H7: $y = e^{x^2-x}$; ➤H8: $y = 3^{\sin x}$.

➤H9: $y = \ln(x^2 + 1)$; ➤H10: $y = \log_2(2x - 1)$.

➤H11: Ta đã biết, độ pH của một dung dịch được xác định bởi $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$, ở đó $[\text{H}^+]$ là nồng độ (mol/l) của ion hydrogen. Tính tốc độ thay đổi của pH đối với nồng độ $[\text{H}^+]$.

c) Sản phẩm:

➤H6: $y' = (x^2 - x)' 2^{x^2-x} \ln 2 = (2x - 1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

➤H7: $y' = (x^2 - x)' \cdot e^{x^2-x} = (2x - 1) \cdot e^{x^2-x}$.

➤H8: $y = (\sin x)' \cdot 3^{\sin x} \cdot \ln 3 = \cos x \cdot 3^{\sin x} \cdot \ln 3$.

➤H9: $y' = \frac{(x^2 + 1)'}{x^2 + 1} = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

➤H10: $y' = \frac{(2x - 1)'}{(2x - 1) \cdot \ln 2} = \frac{2}{(2x - 1) \cdot \ln 2}$.

➤H11: Độ pH của một dung dịch được xác định bởi $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$.

Tốc độ thay đổi của pH đối với nồng độ $[\text{H}^+]$ được xác định bởi $v([\text{H}^+]) = -\frac{1}{[\text{H}^+] \cdot \ln 10}$.

d) Tổ chức thực hiện:

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ

Chia lớp thành 4 nhóm, phát phiếu học tập.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ

GV điều hành, quan sát, hỗ trợ. Bốn nhóm tự phân công nhóm trưởng, hợp tác thảo luận thực hiện nhiệm vụ. Ghi kết quả vào bảng nhóm.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận

Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất.
- Chốt kiến thức tổng thể trong bài học.
- Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về đạo hàm của hàm số mũ và hàm số lôgarit.
- Làm **Bài tập 9.9** trang 94, SGK hoặc bài tập làm thêm GV cho.
- Tìm hiểu trước nội dung các đơn vị kiến thức “Đạo hàm cấp hai”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = -2x^2 + 3x$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng

- A. $4x - 3$. B. $-4x + 3$. C. $4x + 3$. D. $-4x - 3$.

Câu 2. Hàm số $f(x) = x\sqrt{x}$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{x}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{x}}{2x}$. C. $\sqrt{x}$. D. $\frac{\sqrt{x}}{2}$.

Câu 3. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$.

- A. $-\frac{3}{(x+2)^2}$. B. $\frac{3}{(x+2)}$. C. $\frac{3}{(x+2)^2}$. D. $\frac{2}{(x+2)^2}$.

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{2x+1}$.

- A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$. B. $y' = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$. C. $y' = \frac{2}{\sqrt{2x+1}}$. D. $y' = \frac{-1}{\sqrt{2x+1}}$.

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = x\sqrt{x^2+1}$.

- A. $\frac{2x^2+1}{2\sqrt{x^2+1}}$. B. $\frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$. C. $\frac{4x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$. D. $\frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \sin 3x$ là

- A. $y' = \cos 3x$. B. $y' = 3\cos 3x$. C. $y' = 3\sin 3x$. D. $y' = -3\cos 3x$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = \cos 4x$ là

- A. $y' = 4\sin 4x$. B. $y' = -\sin 4x$. C. $y' = -4\sin 4x$. D. $y' = -4\cos 4x$.

Câu 8. Đạo hàm của $y = \sin^2 4x$ là

- A. $2\sin 8x$. B. $8\sin 8x$. C. $\sin 8x$. D. $4\sin 8x$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $y' = \log_3 x$. B. $y' = \frac{\log_3 x}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ là

- A. $y' = xe^x$. B. $y' = -2xe^x$. C. $y' = (2x - 2)e^x$. D. $y' = x^2e^x$.

B. Tự luận

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}}$, $x \geq -1$. Tính giá trị $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2024)$.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|-----------|
| Câu 1. B | Câu 2. A | Câu 3. C | Câu 4. B | Câu 5. D |
| Câu 6. B | Câu 7. C | Câu 8. D | Câu 9. D | Câu 10. D |

Câu 11. Với $x \geq -1$, ta có $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$.

Khi đó ta có: $f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{3}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}$; $f'(2) = \frac{1}{2\sqrt{4}} - \frac{1}{2\sqrt{3}}$; $f'(3) = \frac{1}{2\sqrt{5}} - \frac{1}{2\sqrt{4}}$; ;
 $f'(2023) = \frac{1}{2\sqrt{2025}} - \frac{1}{2\sqrt{2024}}$; $f'(2024) = \frac{1}{2\sqrt{2026}} - \frac{1}{2\sqrt{2025}} \Rightarrow S = \frac{-1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2026}}$.

BÀI 33. ĐẠO HÀM CẤP HAI

(Thời gian thực hiện: 1 tiết)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Nắm được khái niệm đạo hàm cấp hai và tính đạo hàm cấp hai của một số hàm số đơn giản.
- Hiểu được ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai, cách tính gia tốc của một chuyển động bằng đạo hàm cấp hai.
- Nhận biết khái niệm đạo hàm cấp hai của một hàm số.
- Tính đạo hàm cấp hai của một số hàm số đơn giản.
- Vận dụng đạo hàm cấp hai để giải quyết một số bài toán thực tiễn.

2. Năng lực

- *Năng lực tự học*: HS xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập, tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập, tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- *Năng lực giải quyết vấn đề*: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.
- *Năng lực tự quản lí*: Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập và trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lí nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.
- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua HĐ nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.
- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.
- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: HS nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ toán học.

3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách lôgic và hệ thống.
- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.
- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới.
- Hình thành tư duy lôgic, lập luận chặt chẽ và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Giáo viên: Máy chiếu, bảng phụ, phiếu học tập.

2. Học sinh: Đọc trước nội dung bài học, các kiến thức về đạo hàm.

III. TIỀN TRÌNH DẠY HỌC

Hoạt động 1: Khái niệm đạo hàm cấp hai (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Hiểu được định nghĩa đạo hàm cấp hai của hàm số.

b) **Nội dung:** Nhận biết đạo hàm cấp hai của một hàm số.

➤H1: Gọi $g(x)$ là đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$. Tính $g(x)$.

➤H2: Tính đạo hàm của hàm số $y = g(x)$.

c) **Sản phẩm:**

➤H1: $g(x) = y' = \left[\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \right]' = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

➤H2: $g'(x) = \left[2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \right]' = -4\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS hoàn thành các HĐ H1, H2.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận đưa ra phương án, lên bảng trình bày, nhận xét, ...
- GV quan sát và trợ giúp HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Yêu cầu các nhóm báo cáo kết quả, nhận xét chéo, bổ sung cho nhau.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung, nêu khái niệm đạo hàm cấp hai: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại mỗi điểm $x \in (a; b)$. Nếu hàm số $y' = f'(x)$ lại có đạo hàm tại x thì ta gọi đạo hàm của y' là đạo hàm cấp hai của hàm số $y = f(x)$ tại x , kí hiệu là y'' hoặc $f''(x)$.

Hoạt động 2: Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai (15 phút)

a) **Mục tiêu:** Hiểu được ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai.

b) **Nội dung:** Nhận biết ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai.

Xét một chuyển động có phương trình $s = 4\cos 2\pi t$.

➤H3: Tìm vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t .

➤H4: Tính gia tốc tức thời tại thời điểm t .

c) **Sản phẩm:**

➤H3: Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t là $v = s' = -8\pi \sin 2\pi t$.

➤H4: Gia tốc tức thời tại thời điểm t là $a = v' = -16\pi \cos 2\pi t$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS hoàn thành các bài tập H3, H4.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận đưa ra đáp án, lên bảng trình bày, nhận xét.
- GV quan sát và trợ giúp HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Các nhóm báo cáo kết quả, nhận xét chéo, bổ sung cho nhau.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung, nêu ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai:

Một chuyển động có phương trình $s = f(t)$ thì đạo hàm cấp hai (nếu có) của hàm số $f(t)$ là gia tốc tức thời của chuyển động. Ta có: $a(t) = f''(t)$.

Hoạt động 3: Luyện tập (8 phút)

a) **Mục tiêu:** Tính được đạo hàm cấp hai của một số hàm số đơn giản.

b) **Nội dung:** Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số.

➤H5: $y = 3x^2 + 5x + 1$;

➤H6: $y = \sin x$.

➤H7: Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ tại điểm $x_0 = 2$.

c) **Sản phẩm:**

➤H5: $y' = 6x + 5 \Rightarrow y'' = 6$.

➤H6: $y' = \cos x \Rightarrow y'' = -\sin x$.

➤H7: Ta có: $f'(x) = \left(\frac{1}{x+2} \right)' = -\frac{(x+2)'}{(x+2)^2} = \frac{-1}{(x+2)^2}$;

$$f''(x) = \left[\frac{-1}{(x+2)^2} \right]' = \frac{[(x+2)^2]'}{(x+2)^4} = \frac{2(x+2)}{(x+2)^4} = \frac{2}{(x+2)^3}.$$

Ta có: $f''(2) = \frac{2}{(2+2)^3} = \frac{1}{32}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV yêu cầu HS hoàn thành các bài tập H5, H6, H7.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

- HS tiếp nhận nhiệm vụ, thảo luận đưa ra đáp án, lên bảng trình bày, nhận xét.
- GV quan sát và trợ giúp HS thực hiện nhiệm vụ.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

Các nhóm báo cáo kết quả, nhận xét chéo, bổ sung cho nhau.

Bước 4. Kết luận, nhận định

GV nhận xét, bổ sung, chốt lại kiến thức cần nhớ.

Hoạt động 4: Vận dụng (5 phút)

a) **Mục tiêu:** Một vật chuyển động thẳng không đều xác định bởi phương trình $s(t) = t^2 - 4t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 4$.

c) **Sản phẩm:** Ta có $s''(t) = 2t - 4$; $s''(4) = 2$.

Gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 4$ là $s''(4) = 2$ (m/s²).

d) **Tổ chức thực hiện:**

Bước 1. Chuyển giao nhiệm vụ

GV chia lớp thành 4 nhóm phát phiếu học tập.

Bước 2. Thực hiện nhiệm vụ

Các nhóm HS thảo luận, suy nghĩ, trình bày câu trả lời.

Bước 3. Báo cáo, thảo luận

HS cử đại diện nhóm trình bày sản phẩm. Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề.

Bước 4. Kết luận, nhận định

- GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất.
- Chốt kiến thức tổng thể trong bài học.
- Hướng dẫn HS về nhà tự xây dựng tổng quan kiến thức đã học bằng sơ đồ tư duy.

* Hướng dẫn tự học ở nhà (2 phút)

- Ôn tập lại kiến thức về đạo hàm.
- Làm Bài tập 9.13; 9.14; 9.15; 9.16; 9.17 trang 96 và bài tập Ôn tập chương IX trang 97, 98, SGK.
- Đọc trước phần bài học “Hoạt động thực hành trải nghiệm”.

BÀI TẬP KIỂM TRA – ĐÁNH GIÁ

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Hàm số $y = x^4$ có đạo hàm cấp hai là

- A. $y'' = 4x^3$. B. $y'' = 12x^2$. C. $y'' = 24x$. D. $y'' = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \sin 2x$. Tính y'' .

- A. $y'' = -4\sin 2x$. B. $y'' = -4\sin x$. C. $y'' = \sin 2x$. D. $y'' = -\sin 2x$.

Câu 3. Hàm số $y = \frac{x}{x-2}$ có đạo hàm cấp hai là

- A. $y'' = 0$. B. $y'' = \frac{1}{(x-2)^2}$. C. $y'' = -\frac{4}{(x-2)^2}$. D. $y'' = \frac{4}{(x-2)^3}$.

Câu 4. Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm cấp 2 bằng

- A. $y'' = -\frac{2\sin x}{\cos^3 x}$. B. $y'' = \frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y'' = -\frac{1}{\cos^2 x}$. D. $y'' = \frac{2\sin x}{\cos^3 x}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = (x+1)^3$. Giá trị $f''(0)$ bằng

- A. 3. B. 12. C. 6. D. 24.

B. Tự luận

Câu 6. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + t + 10$ trong đó t tính bằng s và S tính bằng m. Tính gia tốc của chất điểm tại thời điểm vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất.

ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. B

Câu 2. A

Câu 3. D

Câu 4. D

Câu 5. C

Câu 6. Ta có $v = S' = -3t^2 + 18t + 1 = -3(t^2 - 6t + 9) + 28 = -3(t-3)^2 + 28 \leq 28$.

Vậy chất điểm chuyển động có vận tốc lớn nhất bằng 28 tại thời điểm $t = 3$ s.

Khi đó gia tốc $a = v' = S'' = -6t + 18$.

Tại thời điểm $t = 3$ thì gia tốc bằng $a(3) = -6.3 + 18 = 0$.

MỤC LỤC

		Trang
Các từ viết tắt		2
Lời nói đầu		3
PHẦN I	QUAN ĐIỂM VỀ PHƯƠNG ÁN MỞ	4
PHẦN II	NỘI DUNG	10
CHƯƠNG I	HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC	10
Bài 1	Giá trị lượng giác của góc lượng giác	10
Bài 2	Công thức lượng giác	22
Bài 3	Hàm số lượng giác	29
Bài 4	Phương trình lượng giác cơ bản	39
CHƯƠNG II	DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN	48
Bài 5	Dãy số	48
Bài 6	Cấp số cộng	58
Bài 7	Cấp số nhân	66
CHƯƠNG III	CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM	75
Bài 8	Mẫu số liệu ghép nhóm	75
Bài 9	Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm	80
CHƯƠNG IV	QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN	91
Bài 10	Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian	91
Bài 11	Hai đường thẳng song song	102
Bài 12	Đường thẳng và mặt phẳng song song	110
Bài 13	Hai mặt phẳng song song	118
Bài 14	Phép chiếu song song	129
CHƯƠNG V	GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC	137
Bài 15	Giới hạn của dãy số	137
Bài 16	Giới hạn của hàm số	146
Bài 17	Hàm số liên tục	160

CHƯƠNG VI	HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT	171
Bài 18	Lũy thừa với số mũ thực	171
Bài 19	Lôgarit	181
Bài 20	Hàm số mũ và hàm số lôgarit	188
Bài 21	Phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit	193
CHƯƠNG VII	QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN	200
Bài 22	Hai đường thẳng vuông góc	200
Bài 23	Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng	205
Bài 24	Phép chiếu vuông góc. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng	211
Bài 25	Hai mặt phẳng vuông góc	217
Bài 26	Khoảng cách	225
Bài 27	Thể tích	232
CHƯƠNG VIII	CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT	236
Bài 28	Biến cố hợp, biến cố giao, biến cố độc lập	236
Bài 29	Công thức cộng xác suất	243
Bài 30	Công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập	252
CHƯƠNG IX	ĐẠO HÀM	259
Bài 31	Định nghĩa và ý nghĩa của đạo hàm	259
Bài 32	Các quy tắc tính đạo hàm	269
Bài 33	Đạo hàm cấp hai	282

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:

Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Tổ chức và chịu trách nhiệm bản thảo:

Phó Tổng biên tập TRẦN QUANG VINH

Viện trưởng Viện nghiên cứu Sách và Học liệu Giáo dục PHAN XUÂN THÀNH

Biên tập nội dung:

HỒ QUANG VINH – TRẦN THỊ KIM THANH

Thiết kế – Chế bản:

Chế bản tại Viện nghiên cứu Sách và Học liệu Giáo dục

Trình bày bìa:

LƯƠNG QUỐC HIỆP

Sửa bản in:

HỒ QUANG VINH – TRẦN THỊ KIM THANH

Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam

Thiết kế bài dạy theo phương án mở môn Toán lớp 11

Mã số: G0LGYT001223

In bản, khổ 19 x 26,5 cm

Đơn vị in:

Địa chỉ:

Số ĐKXB: 4259-2023/CXBIPH/5-2157/GD

Số QĐXB: .../QĐ-GD, Hà Nội ngày ... tháng ... năm ...

In xong và nộp lưu chiểu tháng ... năm

Mã số ISBN: 978-604-0-39096-7

ISBN: 978-604-0-39096-7

